ISSN 2306-2053

Математическое и программное обеспечение систем

в промышленной и социальной сферах

М и ПОС

2018 Т. 6 № 2

Software of systems

in the industrial and social fields

SSI&SF

2018 Vol. 6 No. 2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИСТЕМ

в промышленной и социальной сферах

SOFTWARE OF SYSTEMS

in the industrial and social fields

2018. Т. 6, № 2

ISSN 2306-2053

Журнал представлен в информационной системе РИНЦ

***Учредители*:**
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»
Закрытое акционерное общество «КонсОМ СКС»

***Founders*:**
Nosov Magnitogorsk State Technical University
KonsOM SKS

Основной целью издания является создание условий для представления результатов научных изысканий в области математики, информатики, вычислительной техники и управления, а также подготовке кадров высшей квалификации. При публикации предпочтение отдается статьям, представляющие результаты комплексных исследований, отражающих функциональные аспекты сферы деятельности, формализацию объекта исследования, результаты экспериментальных исследований, проектирование и разработку прикладного программного обеспечения.

The main focus of the edition is to create conditions for the presentation of the results of academic pursuits in the area of mathematics, informatics, computer engineering and control, and also in the preparation of highly qualified personnel. The preference is given to the articles, which are present the results of comprehensive research, in which the functional aspects of the focus of interest, formalization the object of research, the results of experimental research, designing and development the application program software are indicated.

Адрес редакции: 455000, г. Магнитогорск, пр. Ленина, д. 38, **Тел.: 8(3519)220317.**
E-mail: vtp.magtu@gmail.com.
Страница журнала: http://www.http://ssi.magtu.ru

Editorial office: 38, pr. Lenin, city of Magnitogorsk, 455000, Russia. **Phone:** 8(3519)220317**.**
E-mail: vtp.magtu@gmail.com.
URL: http://www.http://ssi.magtu.ru

Отпечатан на полиграфическом участке МГТУ им. Г.И. Носова,.455000, г. Магнитогорск, пр. Ленина, д.38. Выход в свет 08.06.2018. Заказ 234. Тираж 500 экз. Цена свободная.

Printed by the NMSTU printing section, 38, pr. Lenin, city of Magnitogorsk, 455000, Russia. Publication date 08.06.2018. Order 234. Circulation: 500. Open price.

Содержание

Contents

ВСТУПИТЕЛЬНОЕ СЛОВО

СОТРУДНИЧЕСТВО МЕЖДУ МАГНИТОГОРСКИМ И КОСТАНАЙСКИМ УНИВЕРСИТЕТАМИ: РЕЗУЛЬТАТЫ, ОПЫТ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Кустанайский учительский институт был создан в 1939 году постановлением Президиума Кустанайского исполнительного областного комитета Совета депутатов. История Кустанайского учительского института первого, и долгое время единственного, в области – важная и славная часть летописи просвещения в области и крае, вдохновляющий пример подготовки специалистов в один из самых сложных и трудных периодов жизни страны.

После нескольких преобразований на базе Кустанайского учительского института создан Костанайский государственный университет – один из старейших университетов Казахстана. В настоящее время в структуре университета функционируют семь факультетов, 30 кафедр, ведется подготовка по 33 специальностям бакалавриата, 28 специальностям магистратуры и 17 специальностям докторантуры *PhD*.

В 2016 году между Магнитогорским государственным техническим университетом им. Г.И. Носова и Костанайским государственным университетом им. А. Байтурсынова заключено Соглашение о сотрудничестве, реализуемое кафедрой прикладной математики и информатики института естествознания и стандартизации ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова» (директор – д-р техн. наук И.Ю. Мезин) и кафедрой математики факультета информационных технологий КГУ (декан – доктор физ.-мат. наук Н.А. Медетов).

В 2017 г. разработан план мероприятий по реализации соглашения о сотрудничестве, в рамках которого к настоящему моменту проведены следующие мероприятия:

– в Министерство образования и науки Республики Казахстан подана совместная заявка на Грантовое финансирование по научным и научно-техническим проектам на 2018-2020 годы по теме «Качественное и численное исследование обратных спектральных задач, порожденных дискретными полуограниченными операторами на множествах различной структуры» (руководитель – зав. кафедрой прикладной математики и информатики МГТУ, доктор физ.-мат. наук Кадченко С.И.);

– преподаватели кафедры математики КГУ приняли участие в 76-й международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы современной науки, техники и образования», прошедшей в МГТУ им. Г.И. Носова (представлено 5 тезисов докладов);

– опубликована совместная статья зав. кафедрой математики, канд. пед. наук Утемисовой А.А. и профессора кафедры прикладной математики и информатики, д-ра пед. наук Романова П.Ю. «Некоторые методы построения кривых Безье» в журнале «Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах» (№ 1, 2018 г.);

– д-р пед. наук, профессор Романов П.Ю. принял участие в Международной научно-практической конференции «Байтурсыновские чтения-2018» (Казахстан), по итогам которой была опубликована совместная статья с канд. пед. наук Утемисовой А.А. «Реализация компетентностного подхода при подготовке учителя к работе в сфере облачных технологий»;

– в рамках академической мобильности в период с 28 мая по 3 июня 2018 г. студенты КГУ (специальность 5В060100 – Математика) прошли учебную практику на базе ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

Данный выпуск журнала включает статьи преподавателей факультета информационных технологий КГУ и является логическим продолжением и развитием совместной плодотворной научной работы. Выпуск посвящен одному из выдающихся ученых и организаторов высшей школы Казахстана – Айтмухамбетову А.А.

Член редакционной коллегии, д-р пед. наук Романов П.Ю.

ПЕДАГОГ, УЧЕНЫЙ, НАСТАВНИК – АЙТМУХАМБЕТОВ АБАЙ АХМЕТГАЛИЕВИЧ

Муслимова А.З., Утемисова А.А.

Одним из основоположников развития высшей школы периода 1990-2000-х гг. в Казахстане являлся заслуженный педагог, доктор физико-математических наук, профессор Айтмухамбетов Абай Ахметгалиевич. Айтмухамбетов А.А. родился 5 декабря 1943 г. в селе Боровское Мендыкаринского района Костанайской области в семье служащего. Его отец Ахметгали Айтмухамбетов начинал свой трудовой путь в качестве сельского учителя. Ахметгали Айтмухамбетов внес достойный вклад в формирование и становление первого высшего учебного заведения в Костанайской области – Учительского института. На протяжении длительного времени Абай Ахметгалиевич работал в стенах Учительского института, преобразованного затем в Педагогический институт им. 50-летия Октября. Таким чудесным образом формировалась связь поколений на примере этой легендарной учительской династии. По воспоминаниям Абая Ахметгалиевича, в детские годы он обучался в нескольких школах по причине частых переездов семьи: его отца отправляли в командировку по административной линии на длительный период в разные районы. В школах трудились учителя с неповторимыми биографиями и судьбами. В их среде функционировали самостоятельно пробивавшие свой путь талантливые самородки и ссыльные репрессивные специалисты, которые своей деятельностью заложили научный фундамент у сельского мальчишки. Недостающие знания дополнялись самообразованием. Итак, хобби обычного мальчишки превратилось впоследствии в профессиональную потребность системной самоподготовки. В подростковом возрасте назрела необходимость дальнейшего образования молодого человека. Его родители, познавшие суровое детство, настояли на обучении в городском казахском интернате им. И. Алтынсарина. В личных беседах Абай Ахметгалиевич заострял внимание на значимости влияния родителей, которые живописно, ссылаясь на яркие примеры великих людей различных эпох, объясняли ему все прелести городского обучения.

В советский период интернаты функционировали по педагогической модели Макаренко. По методике Макаренко обучались советские учителя и использовали ее принципы в учебно-воспитательном процессе. Очевидно, творческий путь Абая Ахметгалиевича оказался чем-то похож с дорогой его учителей. В интернате действовало несколько взаимосвязанных общественных организаций учащихся. По воспоминаниям Абая Ахметгалиевича, согласно адаптированной к интернатовской жизни системе Макаренко, учащиеся организовали головную структуру «Детский комитет школы», председатель которой избирался на выборах учащихся. По результатам проведенных выборов ученики доверили Абаю Ахметгалиевичу руководящие полномочия. Таким образом, в школьный период Абай Ахметгалиевич получил первый опыт выборной компании, роль и значимость которой оказались важными в его биографии. Возглавляя общественную школьную организацию, он получил ценный опыт планомерной работы в коллективе. По мнению Абая Ахметгалиевича, в результате цельной, объемной, системной и коллективной деятельности учащиеся интерната достигли значительных успехов. По его признанию, интернат дал ему и его ровесникам полезную науку жить в обществе.

Символично, что в этот период восьмиклассник Абай Айтмухамбетов наряду с группой своих сотоварищей получил известность благодаря объемной статье местной областной газеты, в которой освещалась общественная жизнь интерната.

Будучи учащимся, Абай Ахметгалиевич проявил интерес к физико-математическим дисциплинам и литературе, продолжал развивать свои базовые знания. Абай Ахметгалиевич с благодарностью отзывался о своих педагогах, которые неустанным трудом продолжали развивать заложенные их предшественниками славные традиции. Ученики интерната свято чтили Ибрая Алтынсарина, Абая Кунанбаева, Шокана Уалиханова и других казахских просветителей, ученых, писателей, с творчеством которых знакомили их учителя. Сельские школы и казахский интернат им. И. Алтынсарина навсегда остались в памяти Абая Ахметгалиевича как жизненные университеты его нравственного становления и, пожалуй, во многом определил его педагогическую стезю.

С 1964 по 1967 гг. Айтмухамбетов проходил службу в рядах Советской Армии. За годы армейской службы он повидал Туркменистан, Украину, Венгрию – обширная география. Его впечатлили архитектурные постройки туркменского города Мары, уютные улицы украинских культурных центров Бердичев и Львов, бурная природа Венгрии, красота и неповторимость венгерских городов Дьер и Будапешт, живописность озера Болотон. В далекой, ранее не ведомой Венгрии он «вживую» познакомился с венграми, которые согласно его рассказам, восприняли его своим соплеменником. Венгры справедливо рассматривают просторы Казахстана в качестве своей исторической родины. С подобным отношением к себе солдатам из Казахстана неподдельного интереса венгров сталкивался во всех уголках уютной и полюбившейся ему Венгрии. Эмоциональное впечатление на молодого воина произвели советские офицеры, подавляющее большинство которых сражались на фронтах Великой Отечественной войны. На рассказах и поступках офицеров, по-отечески относившихся к своим солдатам, формировались мировоззрение и настоящая любовь к Родине. По признанию Абая Ахметгалиевича, военная служба явилась важным жизненным институтом познания в солдатской сфере мудрой книги человеческих отношений.

По окончании учёбы в интернате А. Айтмухамбетов продолжил обучение на физико-математическом факультете КазГу им. С.М. Кирова, который в 1960-е гг. по праву воспринимался в качестве флагмана республиканской высшей школы и науки. В университете преподавала славная плеяда ученых, связанных творческими контактами с передовыми научными центрами СССР. 60-е гг. прошлого века справедливо именуют временем «физиков и лириков». В это славное время бурно развивался научно-технический прогресс, продолжалось освоение космоса, разрабатывались новые проекты. В университете Айтмухамбетов принял твердое решение посвятить себя педагогическому труду и научному творчеству.

По окончании университета Абай Ахметгалиевич вернулся в родной город Костанай и начал трудовую деятельность на физико-математическом факультете педагогического института им. 50-летия Октября. История ставшего для него родным факультета, начинается с 1939 г. Именно физмат наряду с другими факультетами стал основой высшего педагогического образования в регионе.

На факультете сложилась хорошая атмосфера. Молодому специалисту импонировало работать на новом месте. Он сдружился с преподавательским корпусом и, по собственному признанию, проникся доминировавшим на факультете созидательным духом совершенства. Коллектив отличался принципиальностью, целеустремленностью. Царила дружеская атмосфера, в коллективе имело место товарищество и требовательность. Подобные нравственные качества предопределили деловую позицию представителей факультета на Ученых Советах, общественных собраниях и встречах.

Впоследствии Айтмухамбетов поступил в аспирантуру КазГу им. С.М. Кирова. Волей провидения он вновь оказался в одном из его любимейших городов – Алматы. Абай Ахметгалиевич нередко акцентировал статус советской аспирантуры, которая по своей сути обеспечивала базовый фундамент личностного становления человека с учетом его серьезного отношения к фактору неумолимо бегущего времени. Проживая в большом городе, он в свободное время познавал светскую и культурную жизнь. Неоднократно подчеркивал фактор насыщенности приятными событиями его аспирантской жизни. Молодой аспирант нередко выезжал на полевые исследования за пределы Алматы, посещал алматинские театры, штудировал литературные новинки, сотрудничал с научной элитой. Ранее, в студенческий период, он проникся интересом к физике космических лучей в алматинской лаборатории, которую основал ученый в области физики Коломеец Е.В. В дальнейшем Абай Ахметгалиевич вернулся в лабораторию высших космических лучей в качестве аспиранта-исследователя. Айтмухамбетов часто делился своими впечатлениями о деятельности своих старших коллег и товарищей, которые внесли существенный вклад в развитие научного потенциала. Во время обучения в аспирантуре Айтмухамбетов встретился с представителем московской научной школы, одним из ведущих советских ученых – В. Шабанским. Рядовая научная встреча переросла в искреннюю дружбу. После успешной защиты кандидатской диссертации молодой ученый вернулся в родной Костанайский пединститут, работа в котором сулила немало таинственных перспектив.

И снова выборы. Осенью 1979 г. в судьбе Абая Ахметгалиевича произошло очередное волнующее событие. Совет факультета на своем собрании избрал его деканом. Коллектив друзей и товарищей доверил ему право представлять интересы факультета. В должности декана он проработал с 29.10.79 по 22.07.87 гг. Деканство предоставило ему бесценный опыт административно-организационной работы.

В 1985 году грянула Перестройка, которая навсегда изменила устоявшуюся жизнь советских граждан. «Горбачевские» реформы динаминизировали общественные процессы. В 1987 г. Абай Ахметгалиевич принял участие в коллективном собрании работников института «О выдвижении резерва на должность ректора». По итогам выборов он оказался первым в списке резерва на должность ректора. Коллектив вуза поддержал его кандидатуру. Вскоре ему предложили принять участие в выборах на должность ректора Кзылординского педагогического института. Выборы на должность ректора Кзылординского института с прямым участием коллектива явились первыми в истории Казахстана и носили пилотный проект. Абай Ахметгалиевич принял участие в Кзылординском эксперименте. Он самостоятельно разработал предвыборную программу и, как его коллеги, получил возможность выступить перед коллективом. По итогам выборов 22.07.1987 абсолютное большинство проголосовало за кандидатуру Айтмухамбетова на должность ректора Кызылординского пединститута. В кзылординский период молодому ректору предстояло реализовать весь комплекс разработанных им на протяжении длительного времени идей.

С первых дней своей работы А. Айтмухамбетов разработал и инициировал внедрение новых форм работы Приемных комиссий и экзаменирования. В принятии подобного решения он руководствовался волей коллектива, стремившегося к прозрачности и результативности работы института. Во вновь сформированные приемные комиссии входили прославленные педагоги и опытные методисты. Таким образом, общественность получила право легитимным способом участвовать в системе управления институтом. С целью обеспечения объективности во время экзаменационной кампании в аудиториях функционировали телевизионные камеры, посредством которых транслировалась на публику процедура экзаменов. По предложению ректора при институте начала действовать новая общественная организация «Родительский комитет абитуриентов». Приглашенные со школ учителя и члены Родительского комитета абитуриентов имели право присутствовать и наблюдать за ходом организации и легитимности экзаменов. По мнению Абая Ахметгалиевича и работавших с ним в тот жаркий период коллег, подобные эксперименты проведения гласности вступительных экзаменов позволили общественности поверить в институт и существенно возвысить его статус. Наработанный опыт осуществления вступительных экзаменов в дальнейшем совершенствовался во весь ректорский период Айтмухамбетова. Творческие проекты Абая Ахметгалиевича вызвали положительный резонанс у общественности. Абай Ахметкалиевич в приватных беседах упоминал несколько важных правил в повседневной руководящей работе: широкая гласность и максимальная объективность. Именно эти методы, по его мнению, способствовали прогрессивной динамике эволюции коллектива.

Ректорская эпопея Абая Ахметкалиевича началась в сложный период Перестройки и грядущего за ней развала. Объявленные советским руководством глобальные социально-экономические реформы, в том числе в системе образования, в реальности оказались на грани провала. По его воспоминаниям, перед вузами акутализировались грандиозные задачи, комплексное осуществление которых следовало проводить в ограниченные сроки, фундаментально и системно. Айтмухамбетову претили нецелесообразные по своему содержанию рывковые методы. Являясь сторонником тщательного планирования с четким учетом имеющегося потенциала с перспективой максимального и разумного применения, он осознавал объективную необходимость обучения тому новому, что по своей сути являлось прогрессивным для всех творческих работников. Ректору Айтмухамбетову оставалось рассчитывать на свой коллектив, своих товарищей и самого себя.

Советское поколение перестроечной поры претерпело глобальные испытания. Абай Ахметкалиевич характеризовал этот период, как время горьких разочарований и великих моральных побед. Он говорил: «Мы познавали жизненную школу формирования нравственных уставов каждого, претендовавшего на роль гражданина перед самим собой и окружающими». Члены коллектива четко осознавали важную цель повышения качества знаний, которые студенты получали в институте. В переходное время трансформации системы образования только формировались концепции и стратегии реализации этой задачи. В ракурсе осуществления программы ректорат института проводил планомерную работу введения студенческого общежития. Общежитие строилось по новому проекту, согласно которому в каждой комнате с изолированным санузлом и ванной проживало не более 2-х студентов. Здание общежития представляло собой студенческий кампус. В рубежный период 1980-1990-хх гг. в республике в системе педвузов студенческий кампус Кзылординского пединститута не имел себе аналогов по техническому обеспечению и социальной инфраструктуре.

Руководство вуза продолжало последовательную деятельность по реорганизации работы коллектива, основу которой составляла идея гуманизации учебно-воспитательного процесса и демократизация управления. Постепенно вуз превратился в крупный научно-образовательный и культурный центр региона. Осуществлялась политика постепенного устранения отживших регламентов в учебном секторе. Внедрялись принципиально новые разработки высшей школы. Абай Ахметгалиевич, движимый масштабной целью качественного улучшения подготовки специалистов, предложил цельную программу формирования и расширения долгосрочных контактов пединститута с городскими и областными органами народного образования. Создавались новые приоритеты, усиливалась связь с образовательными учреждениями. Вводился принцип обратной связи. В частности, опытных школьных учителей приглашали к преподаванию некоторых специфических дисциплин, а преподаватели-методисты кафедр привлекались к организации методических семинаров для коллег-предметников. Возрождался и реорганизовывался институт наставничества. Например, в школы, испытывавшие дефицит учителей, делегировались студенты-старшекурсники. Специалисты института приступили к разработке спецкурсов и спецсеминаров с учетом региональных особенностей области. В процессе формирования общественно-воспитательной концепции актуализировались влияние и значение местных исторических и этнопедагогических традиций. Осуществление всего масштаба разработанных мероприятий внесло мощный импульс, наполнило творческую ауру коллектива в создании региональной модели подготовки специалистов.

Абай Ахметгалиевич всегда подчеркивал силу примера в поведении и поступках руководителей: «Молодежь верит нам, ощущая нашу честность и откровенность». Осенью 1990 г. Казахстан всколыхнуло Зайсанское землетрясение. На базе Кзылординского пединститута в сжатые сроки сформировался стройотряд для оказания помощи населению в зоне бедствия. Айтмухамбетову не было еще и 50 лет, поэтому он посчитал для себя неприличным оставаться в стороне. Ректор возглавил стройотряд, мотивируя свое решение тем, что он лично несет ответственность за своих ребят. Студенты не подвели свой вуз. По окончании работы стройотряд вернулся в Кзылорду, оставив частицу своей души в Восточном Казахстане и обогатив свое сердце словами благодарности и добрых пожеланий, не оставив одинокими пострадавших людей.

Инициированные ректорской командой проекты возвращения населения к родным истокам способствовали возрождению угасавших духовных ценностей и пробуждению патриотических чувств. В этот период открывались новые специальности: творчество жырау, переводческое дело, математика-информатика, физика-информатика, физическая культура и др.

Принципиально новым явлением в научно-образовательной сфере являлось открытие корейского языкового отделения при филологическом факультете. Открытие корейского отделения по сути стало пилотным проектом в истории развития языковых специальностей в Казахстане. Кзылординская область – особый регион самобытности национальной культуры. На базе Кзылординского пединститута начал функционировать методический центр переподготовки преподавателей казахского языка. Абай Ахметгалиевич понимал ответственность за порученное ему дело, которое впоследствии было добросовестно выполнено педагогическим коллективом пединститута. В результате неустанной работы Айтмухамбетова на ректорском поприще преобразовалась инфраструктура института. Существенно увеличилось количество специальностей и факультетов. Численность студенческого контингента увеличилась в разы. Вуз по праву занимал достойное место в истории края.

С 1991 г. Айтмухамбетов работал ректором Кокшетауского педагогического института. Впоследствии этот вуз получил статус университета им. Ш. Уалиханова. В условиях распада СССР ученые сохраняли заинтересованность в организации единого образовательного пространства на территории СНГ. Перед ректорским корпусом актуализировалась задача формирования собственной национальной модели обучения, основанной на сохранении эффективных элементов ранее действовавшей научно-образовательной системы и использования прогрессивного опыта иностранных школ. С целью установления постоянных научных контактов между приграничными вузами Казахстана и России создавались рабочие группы. Абай Ахметгалиевич получил назначение на должность руководителя группы по связям вузов Северного Казахстана и Сибири. В ракурсе реализации данной программы стартовало несколько проектов. В частности, получила широкую известность международная научная конференция «Степной край: зона взаимодействия русского и казахского народов», на базе которой обсуждались научные исследования казахстанских и российских исследователей из стран СНГ и ведущих университетов зарубежья. Увеличивалась динамика проведения совместных конференций. Например, в начале 2000-х гг. в стенах университета в год проводилось более 10 научных конференций, из которых 6 имели статус международных. Научным брендом университета является ежегодная международная конференция «Валихановские чтения».

В это время установили постоянные научные контакты с рядом научных центров и университетов, из которых следует выделить Ольденбургский университет им. К. Оссиетского (Ольденбург, Германия), Берлинский институт им. Гёте, Люблинский университет им. Марии Кюри-Склодовской (Польша), институт элементоорганических соединений им. А.Н. Несмеянова Российской академии наук, Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна, Омский государственный университет, Московский государственный педагогический институт.

В условиях периода 1990-х гг. проводилась системная работа по укреплению статуса Кокшетауского государственного университета. За вузом прочно закрепился статус градообразующего учебного заведения с устойчивым научно-педагогическим коллективом и модернизирующейся материально-технической базой. Реальным показателем результативной деятельности университета являлись итоги набора абитуриентов. Университет сохранял тесное сотрудничество с местными образовательными организационными структурами.

Важной составляющей университетской жизни оставалась научно-исследовательская деятельность. В условиях реализации программы предоставления вузам большей самостоятельности ректорат и коллектив университета определили методы модернизации на примере накопленного опыта национальной образовательной модели зарубежных государств. Ученые непосредственно принимали участие в организации приоритетных инновационных проектов в масштабах области и государства. Разработки кокшетауских ученых эффективно внедрялись организациями области. Таким образом, университетские ученые осуществляли свои научные проекты в ракурсе общей стратегической программы социально-экономического развития областного и республиканского уровней. На принципиально новый уровень вышла студенческая наука. Внедрение практики усвоения студентами иностранных языков определило их востребованность в социально-экономическом секторе.

Студенты получили возможность пройти кратковременную и долгосрочную стажировку в вузах России, Польши, Турции, Германии и других стран. Только за один год обучатся в Турции по гранту получили возможность 4 человека в магистратуре и 2 в аспирантуре. Выделилась плеяда преподавателей, получившие гранты и государственные стипендии для продолжения научной работы в зарубежных университетах.

Университетские ученые внедряли комплексные программы инвестиционной привлекательности, повышения эффективности системы агробизнеса, принимали участие в разработке комплекса мер по экологии и устойчивому развитию. В университете проводились системные исследования по изучению и сохранению этнокультурного наследия: «Создание свода памятника археологии Северного Казахстана», «Культурогенез казахов на материалах Северного Казахстана», «Музейно-туристический комплекс», «Раскопки и охранные мероприятия на поселении Ботай». Ученые принимали деятельное участие в создании в области регионального центра детского туризма и социальной адаптации.

Веяния времени актуализировали проведение политики открытия новых специальностей. В университете внедрялась практика формирования продуктивной основы по подготовке двуязычных специалистов. Разрабатывалась принципиально новая модель совершенствования языковых специальностей. В частности, на специальности по подготовке профессионалов казахского языка проходили обучение абитуриенты из русскоязычных школ, которые имели право сдавать вступительные экзамены на русском языке. В университете стартовал проект открытия Польского языкового отделения по углубленному изучению польского языка. В осуществлении этой идеи непосредственное участие принимали польские университеты. Выпускники польского отделения оказались востребованы в современных условиях, установились прочные научные связи с польскими образовательными центрами. В университете сложилась устойчивая модель подготовки специалистов-языковедов. Внедрялись системные разработки по усовершенствованию и открытию новых специальностей по другим направлениям.

За период ректорской работы Айтмухамбетова Абая Ахметгалиевича существенно изменилась социальная инфраструктура университета. На берегу живописного озера Зеренда была создана зона отдыха «Тулпар», которая стала брендом университета. На территории зоны отдыха расположен современный трехэтажный корпус, оснащенный комфортабельными номерами. Преподаватели и студенты в течение года имели возможность отдыхать в «Тулпаре». Здесь расположилась база для теоретико-практической подготовки студентов ряда специальностей.

При университете начал функционировать профилакторий «Арасан», на базе которого преподаватели и студенты получили возможность медицинского обслуживания. В результате планомерной работы были реконструированы заведения студенческих общежитий, имеющих комфортабельные комнаты с соответствующей инфраструктурой.

В этот период был построен физкультурно-оздоровительный комплекс с модернизированной спортивной базой. Тенденции технологизации научно-образовательного процесса высшей школы предопределили создание в университете Центра компьютерных технологий и коммуникаций «ЦКТТ», оснащенного современным техническим оборудованием. Данный центр представлял собой цельную структуру, обеспечивавшую все технологические, компьютерные, сетевые, кабельные функции. В университете начал работать редакционно-издательский отдел, который специализировался на подготовке, издании материалов конференций, учебной, учебно-методической литературы, проведении круглых столов. Кокшетауский государственный университет им. Ш.Ш. Уалиханова по праву является одним из динамично развивающихся научно-учебных учреждений Казахстана.

Абай Ахметгалиевич проявил себя как талантливый организатор, педагог, ученый. Он защитил докторскую диссертацию в области ядерной физики. Его научные труды реализовывались в многочисленных публикациях в престижных научных изданиях в Отечестве и за рубежом. Научные разработки Абая Ахметгалиевича используются в современных исследованиях. Общий стаж ректорской работы составляет 19 лет. Абай Ахметгалиевич имеет различные награды. Неоднократно избирался депутатом городского, областного уровня. Большая плеяда учеников Абая Ахметгалиевича вносит достойный вклад в эволюцию общества и государства. В жизни он оставался простым, скромным человеком. Память об этом человеке навсегда останется в наших сердцах!

ОБ АВТОРАХ:

Муслимова Агима Зайнагатдиновна – канд. пед. наук, доцент, заведующая кафедрой информатики Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан.
E-mail: muslimova_agima@mail.ru.

Утемисова Анар Алтаевна – канд. пед. наук, доцент, заведующая кафедрой математики Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан. E-mail: anar_utemisova@mail.ru.

МАТЕМАТИКА

MATHEMATICS

УДК 517.925.51 https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-2-10-18

О СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

Берденова Г.Ж., Карим А.О.

Аннотация. К важнейшим задачам спектральной теории относится определение индекса дефекта дифференциального оператора в зависимости от поведения коэффициентов дифференциального выражения. Основной задачей спектральной теории дифференциальных операторов является характеристика спектра оператора в зависимости от поведения коэффициентов дифференциального выражения, порождающего оператор. В представленной работе исследуется зависимость спектра от поведения коэффициентов соответствующего дифференциального выражения. Изучены асимптотические поведения собственных значений и собственных функций дифференциального оператора, получены некоторые сведения о характеристике поведения собственных значений, которые представляют интерес в вопросах теории дифференциальных операторов.

Ключевые слова: собственные значения, поведение коэффициентов, спектральная теория, дифференциальный оператор.

Введение

Спектральная теория дифференциальных операторов занимает значимое место в математических исследованиях. Спектральная теория дифференциальных операторов берет начало в теории собственных значений и собственных функций краевых задач математической физики. Важным фактором для создания общей аналитической теории собственных значений является аналогия между рассматриваемыми вопросами теории краевых задач математической физики с алгебраической задачей приведения квадратичной формы к главным осям, рассмотренная, в 1894 году, Пуанкаре. Важным результатом в теории собственных значений являются исследования Давида Гильберта. Классическая теория собственных значений краевых задач для дифференциальных уравнений в качестве коэффициентов дифференциальных выражений допускала только непрерывные функции на конечном замкнутом отрезке, то есть регулярный случай. Исследования, относящиеся к задачам о разложении по собственным функциям дифференциальных уравнений второго и большего порядков, были выполнены благодаря идеям Д.Гильберта. Особое развитие это направление современной математики получило в Республике Казахстан, где под руководством академика НАН РК Отельбаева М.О. создана крупная научная школа, получившая всемирное признание. Одной из тем, развиваемых этой школой, являются качественные и количественные оценки спектра дифференциальных операторов. В исследованиях Вейля [1-3] рассматривается сингулярный случай теории разложения по собственным функциям дифференциальных операторов второго порядка, который использует классический математический аппарат. В трудах Ахиезера и Глазмана «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» [4], Данфорда и Шварца «Линейные операторы» [5], Плеснера «Спектральная теория линейных операторов» [6], Рисса и Секефальви-Надя «Лекции по функциональному анализу» [7], Морена «Методы гильбертова пространства» [8] приведено изложение теории линейных операторов в гильбертовом пространстве. Применение спектральной теории линейных операторов в квантовой физике дало новые результаты для дальнейшего развития спектральной теории. Математический аппарат квантовой механики представлен Нейманом в 1932 г. в книге «Математические основы квантовой механики» [9]. Для изучения свойств спектра дифференциальных операторов в зависимости от поведения коэффициентов операторов более эффективным является прямое применение аналитических методов. В монографии Титчмарша «Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка» [10] спектральная теория дифференциальных операторов излагается без формального привлечения общей теории линейных операторов в гильбертовом пространстве. В книге Наймарка «Теория дифференциальных операторов» [11] представлено доказательство теоремы разложения, рассмотреной для операторов произвольного порядка. Важнейшей задачей спектральной теории дифференциальных операторов является теорема о разложении по собственным функциям. Кроме доказательства теоремы разложения возникает вопрос о единственности разложения. Изучению асимптотических свойств собственных значений, спектра и собственных функций посвящено большое количество исследований.

Для постановки задачи введем обозначения и определения.

Пусть R_m обозначает N-мерное комплексное векторное пространство, тогда можно считать, что элементами (векторами) этого пространства являются всевозможные системы $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ из m комплексных чисел.

Определение 1. Функции $y = y(x)$, значениями которых являются не числа, а векторы из R_m, называются *вектор-функциями*.

Таким образом, вектор-функция есть система m числовых функций

$$y = \big(y_1(x), y_2(x), \dots, y_m(x)\big),$$

где каждая числовая функция $y_k(x)$ – компонентная вектор-функция $y(x)$.

Определение 2. Функция $y(x)$ называется непрерывной в точке x_0, если все ее компоненты непрерывны в этой точке.

Определение 3. Функция $y(x)$ называется дифференцируемой, если каждая из ее компонент имеет производную, причем

$$y'^{(x)} = \big(y_1'(x), y_2'(x), \dots, y_m'(x)\big),$$

$$(x+z)' = x' + z', (\lambda y)' = \lambda' y + \lambda y', (y,z)' = (y',z) + (y,z').$$

Наряду с вектор-функциями рассматриваются операторные функции $A(x)$, значениями которых являются линейные операторы в пространстве R_m. Эти операторы можно представить квадратными матрицами $A(x) = \big(a_{jk}(x)\big)$ порядка m, элементами которых являются числовые функции. Операторные функции по сути – векторные функции, так как совокупность всех линейных операторов есть векторное пространство размерности m^2.

Определение 3. Операторная функции $A(\text{x})$ называется *непрерывной в точке* x_0, если все функции $a_{jk}'(x)$ непрерывны в точке x_0, и *дифференцируемой* в точкеx_0, если все функции $a_{jk}'(x)$ *дифференцируемы в точке* x_0.

Обозначим $C^{(n)}$ – совокупность всех вектор-функций $y(x)$, имеющих непрерывные производные до N-го порядка включительно в фиксированном интервале $[a,b]$. Пусть $P_0(x)$, $P_1(x)$, …, $P_n(x)$ – операторные функции, непрерывные в этом интервале, причем $detP_0(x) \neq 0$ в интервале $[a,b]$.

Определение 4. Выражение

$$l(y) = P_0(x)y^n + P_1(x)y^{n-1} + \dots + P_0(x)y$$

называется *линейным дифференциальным выражением* в пространстве вектор-функций.

Выражение определено для любой вектор функции $y(x) \in C^{(n)}$ и представляет собой вектор-функцию, непрерывную в интервале$[a,b]$.

Постановка задачи

Исследуем поведение коэффициентов относительно обобщенной задачи о собственных значениях. Рассмотрим оператор второго порядка, для которого

$$y'' = A(x)y,$$

где

$$A(x) = \begin{pmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix};$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}; z = \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix};\ z_1 = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_1' \end{pmatrix};\ z_2 = \begin{pmatrix} y_2 \\ y_2' \end{pmatrix}; u = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix};$$

$$u' = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_1'' \\ y_2' \\ y_2'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{11} & 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{21} & 0 & a_{22} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_1' \\ y_2 \\ y_2' \end{pmatrix}.$$

Требуется найти собственные значения матрицы $|A(x) - \mu E| = 0$, где

$$|A(x)-\mu E| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{11} & 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{21} & 0 & a_{22} & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\mu & 1 & 0 & 0 \\ a_{11} & -\mu & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -\mu & 1 \\ a_{21} & 0 & a_{22} & -\mu \end{vmatrix} =$$

$$= -\mu \begin{vmatrix} -\mu & a_{12} & 0 \\ 0 & -\mu & 1 \\ 0 & a_{22} & -\mu \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ 0 & -\mu & 1 \\ a_{21} & a_{22} & -\mu \end{vmatrix} =$$

$$= -\mu(-\mu^3 + a_{22}\mu) - (a_{11}\mu^2 + \mathrm{a}_{12}^2 - \mathrm{a}_{11}a_{22}) = \mu^4 - (a_{11}+a_{22})\mu^2 - \mathrm{a}_{12}^2 + \mathrm{a}_{11}a_{22}.$$

Если ввести обозначение $\mu^2 = \lambda$, то получим уравнение

$$\lambda^2 - (a_{11}+a_{22})\lambda + \mathrm{a}_{11}a_{22} - \mathrm{a}_{12}^2 = 0.$$

Решение уравнения имеет вид

$$\lambda_{1,2} = \frac{(a_{11}+a_{22}) \pm \sqrt{(a_{11}+a_{22})^2 - 4(\mathrm{a}_{11}a_{22} - \mathrm{a}_{12}^2)}}{2} = \frac{(a_{11}+a_{22}) \pm \sqrt{(a_{11}-a_{22})^2 + 4\mathrm{a}_{12}^2}}{2}.$$

Искомые собственные значения матрицы: $\mu_1 = \pm\sqrt{\lambda_1}$ и $\mu_2 = \pm\sqrt{\lambda_2}$.

Выполним решение системы для каждого собственного значения матрицы:

1) если $\mu_1 = -\sqrt{\lambda_1}$, тогда система уравнений принимает вид

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 1 & 0 & 0 \\ a_{11} & \sqrt{\lambda_1} & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_1} & 1 \\ a_{21} & 0 & a_{22} & \sqrt{\lambda_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = 0 \text{ или } \begin{cases} \sqrt{\lambda_1}\alpha_1 + \alpha_2 + 0 + 0 = 0; \\ a_{11}\alpha_1 + \sqrt{\lambda_1}\alpha_2 + a_{12}\alpha_3 + 0 = 0; \\ 0 + 0 + \sqrt{\lambda_1}\alpha_3 + \alpha_4 = 0; \\ a_{21}\alpha_1 + 0 + a_{22}\alpha_3 + \sqrt{\lambda_1}\alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Решение системы имеет вид

$$\alpha_1 = \delta_1, \alpha_2 = -\sqrt{\lambda_1}\delta_1, \alpha_3 = \frac{(\lambda_1 - a_{11})}{a_{12}}\delta_1;\ \alpha_4 = -\frac{\sqrt{\lambda_1}(\lambda_1 - a_{11})}{a_{12}}\delta_1;$$

2) если $\mu_2 = \sqrt{\lambda_1}$, тогда система уравнений принимает вид

$$\begin{pmatrix} -\sqrt{\lambda_1} & 1 & 0 & 0 \\ a_{11} & -\sqrt{\lambda_1} & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{\lambda_1} & 1 \\ a_{21} & 0 & a_{22} & -\sqrt{\lambda_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta\alpha_4 \end{pmatrix} = 0 \text{ или } \begin{cases} -\sqrt{\lambda_1}\beta_1 + \beta_2 + 0 + 0 = 0; \\ a_{11}\beta_1 - \sqrt{\lambda_1}\beta_2 + a_{12}\beta_3 + 0 = 0; \\ 0 + 0 - \sqrt{\lambda_1}\beta_3 + \beta_4 = 0; \\ a_{21}\beta_1 + 0 + a_{22}\beta_3 - \sqrt{\lambda_1}\beta\alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Решение системы имеет вид

$$\beta_1 = \delta_2, \beta_2 = \sqrt{\lambda_1}\delta_2, \beta_3 = \frac{(\lambda_1 - a_{11})}{a_{12}}\delta_2;\ \beta_4 = \frac{\sqrt{\lambda_1}(\lambda_1 - a_{11})}{a_{12}}\delta_2;$$

3) если $\mu_3 = -\sqrt{\lambda_2}$, тогда система уравнений принимает вид

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_2} & 1 & 0 & 0 \\ a_{11} & \sqrt{\lambda_2} & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_2} & 1 \\ a_{21} & 0 & a_{22} & \sqrt{\lambda_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} = 0 \text{ или } \begin{cases} \sqrt{\lambda_2}\gamma_1 + \gamma_2 + 0 + 0 = 0; \\ a_{11}\gamma_1 + \sqrt{\lambda_2}\gamma_2 + a_{12}\gamma_3 + 0 = 0; \\ 0 + 0 + \sqrt{\lambda_2}\gamma_3 + \alpha_4 = 0; \\ a_{21}\gamma_1 + 0 + a_{22}\gamma_3 + \sqrt{\lambda_2}\gamma_4 = 0. \end{cases}$$

Решение системы имеет вид

$$\gamma_1 = \delta_3, \gamma_2 = -\sqrt{\lambda_2}\delta_3, \gamma_3 = \frac{(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\delta_3;\ \gamma_4 = -\frac{\sqrt{\lambda_2}(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\delta_3;$$

4) если $\mu_4 = \sqrt{\lambda_2}$, тогда система уравнений принимает вид

$$\begin{pmatrix} -\sqrt{\lambda_2} & 1 & 0 & 0 \\ a_{11} & -\sqrt{\lambda_2} & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{\lambda_2} & 1 \\ a_{21} & 0 & a_{22} & -\sqrt{\lambda_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{pmatrix} = 0 \text{ или } \begin{cases} -\sqrt{\lambda_2}\eta_1 + \eta_2 + 0 + 0 = 0; \\ a_{11}\eta_1 - \sqrt{\lambda_2}\eta_2 + a_{12}\eta_3 + 0 = 0; \\ 0 + 0 - \sqrt{\lambda_2}\eta_3 + \alpha_4 = 0; \\ a_{21}\eta_1 + 0 + a_{22}\eta_3 - \sqrt{\lambda_2}\eta_4 = 0. \end{cases}$$

Решение системы имеет вид

$$\eta_1 = \delta_4, \eta_2 = \sqrt{\lambda_2}\delta_4, \eta_3 = \frac{(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\,\delta_4;\ \eta_4 = -\frac{\sqrt{\lambda_2}(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}.$$

Выполним проверки по значениям λ:

$$a_{21}\delta_1 + a_{22}a_{21}\delta_1 + a_{22}\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}}\,\delta_1 \frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}}\,\delta_1 + \sqrt{\lambda_1}\left(-\frac{\sqrt{\lambda_1}(\lambda_1 - a_{11})}{a_{12}}\right)\delta_1 =$$

$$= \left|\alpha_4 = -\sqrt{\lambda_1}\alpha_3 = -\frac{\sqrt{\lambda_1}(\lambda_1 - a_{11})}{a_{12}}\right| = a_{21}\delta_1 + \frac{a_{22}\lambda_1 - a_{11}a_{22}}{a_{12}}\delta_1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_1 a_{11}}{a_{12}}\delta_1 =$$

$$= \frac{\delta_1}{a_{12}}(a_{12}^2 - a_{11}a_{22} + a_{22}\lambda_1 + a_{11}\lambda_1 - \lambda_1^2) = 0,$$

так как $\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + a_{11}a_{22} - a_{12}^2 = 0$.

Учитывая, что

$$\lambda_{1,2} = \frac{(a_{11} + a_{22}) \pm \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}^2}}{2},$$

получим

$$|\lambda_2 - \lambda_1| = -\sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}^2};$$

$$|\lambda_2 - a_{11}| = -\frac{(a_{11} - a_{22}) + \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}^2}}{2};$$

$$|\lambda_1 - a_{11}| = -\frac{(a_{11} - a_{22}) - \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}^2}}{2}.$$

Тогда

$$|B| = \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \\ 0 & 2\sqrt{\lambda_1}\delta_2 & (\sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2})\delta_3 & (\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2})\delta_4 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}}\delta_3 & \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}}\delta_4 \\ 0 & 2\frac{\sqrt{\lambda_1}(\lambda_1 - a_{11})}{a_{12}}\delta_2 & \frac{\sqrt{\lambda_1}(\lambda_1 - a_{11}) - \sqrt{\lambda_2}(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\delta_3 & \frac{\sqrt{\lambda_1}(\lambda_1 - a_{11}) + \sqrt{\lambda_2}(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\delta_4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \\ 0 & 2\sqrt{\lambda_1}\delta_2 & (\sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2})\delta_3 & (\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2})\delta_4 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}}\delta_3 & \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}}\delta_4 \\ 0 & 0 & \frac{-\sqrt{\lambda_2}(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\delta_3 & \frac{\sqrt{\lambda_2}(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\delta_4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \\ 0 & 2\sqrt{\lambda_1}\delta_2 & (\sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2})\delta_3 & (\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2})\delta_4 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}}\delta_3 & \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}}\delta_4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2\sqrt{\lambda_2}(\lambda_2 - a_{11})}{a_{12}}\delta_4 \end{pmatrix}.$$

Для записи матрицы B^{-1} введем обозначения:

$$q = 2\sqrt{\lambda_1\lambda_2};\, w = \lambda_2 - a_{11};\, s = \lambda_1 - a_{11};\, t = \lambda_2 - \lambda_1.$$

Получаем матрицу B^{-1}:

$$B^{-1}=\frac{a_{12}^2}{2qt^2\delta_1\delta_2\delta_3\delta_4}\begin{pmatrix} \frac{qwt}{a_{12}^2}\delta_2\delta_3\delta_4 & -\frac{2\sqrt{\lambda_2}wt}{a_{12}^2}\delta_2\delta_3\delta_4 & -\frac{qt}{a_{12}}\delta_2\delta_3\delta_4 & \frac{2\sqrt{\lambda_1}t}{a_{12}}\delta_2\delta_3\delta_4 \\ \frac{qwt}{a_{12}^2}\delta_1\delta_3\delta_4 & \frac{2\sqrt{\lambda_2}wt}{a_{12}^2}\delta_1\delta_3\delta_4 & -\frac{qt}{a_{12}}\delta_1\delta_3\delta_4 & -\frac{2\sqrt{\lambda_1}\mathrm{t}}{a_{12}}\delta_1\delta_3\delta_4 \\ -\frac{qts}{a_{12}^2}\delta_1\delta_2\delta_4 & \frac{2\sqrt{\lambda_2}st}{a_{12}^2}\delta_1\delta_2\delta_4 & \frac{qt}{a_{12}}\delta_1\delta_2\delta_4 & -\frac{2\sqrt{\lambda_1}\mathrm{t}}{a_{12}}\delta_1\delta_2\delta_4 \\ -\frac{qts}{a_{12}^2}\delta_1\delta_2\delta_3 & -\frac{2\sqrt{\lambda_2}se}{a_{12}^2}\delta_1\delta_2\delta_3 & \frac{qt}{a_{12}}\delta_1\delta_2\delta_3 & \frac{2\sqrt{\lambda_1}\mathrm{t}}{a_{12}}\delta_1\delta_2\delta_3 \end{pmatrix}.$$

Для записи матрицы B' введем обозначения:

$$k_s=\frac{s}{a_{12}},\, k_w=\frac{w}{a_{12}},\, l_s=\sqrt{\lambda_1}k_s,\, l_w=\sqrt{\lambda_2}k_w,$$

и тогда получаем

$$B'=\begin{pmatrix} \delta_1' & \delta_2' & \delta_3' & \delta_4' \\ -\left(\sqrt{\lambda_1}\delta_1'+\frac{\lambda_1'}{2\sqrt{\lambda_1}}\delta_1\right) & \sqrt{\lambda_1}\delta_2'+\frac{\lambda_1'}{2\sqrt{\lambda_1}}\delta_2 & -\left(\sqrt{\lambda_2}\delta_3'+\frac{\lambda_2'}{2\sqrt{\lambda_2}}\delta_3\right) & \sqrt{\lambda_2}\delta_4'+\frac{\lambda_2'}{2\sqrt{\lambda_2}}\delta_4 \\ k_s'\delta_1+k_s\delta_1' & k_s'\delta_2+k_s\delta_2' & k_w'\delta_3+k_w\delta_3' & k_w'\delta_4+k_w\delta_4' \\ -l_s'\delta_1+l_s\delta_1' & l_s'\delta_2+l_s\delta_2' & -l_w'\delta_3-l_w\delta_3' & l_w'\delta_4+l_w\delta_4' \end{pmatrix}.$$

По правилам умножения матриц вычисляются элементы матрицы $B^{-1}B'$:

$$B^{-1}B'=\begin{pmatrix} \frac{\delta_1'}{\delta_1}+\frac{a_{12}}{t}\cdot(-k_s)'+\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1} & -\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1}\frac{\delta_2'}{\delta_1} & -\frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_1}h}(k_w)'\frac{\delta_3}{\delta_1} & \frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_1}p}(k_w)'\frac{\delta_4}{\delta_1} \\ -\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1}\frac{\delta_1}{\delta_2} & \frac{\delta_2'}{\delta_2}+\frac{a_{12}}{t}\cdot(-k_s)'+\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1} & \frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_1}p}(k_w)'\frac{\delta_3}{\delta_1} & -\frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_1}h}(k_w)'\frac{\delta_4}{\delta_1} \\ \frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_2}h}(k_s)'\frac{\delta_1}{\delta_3} & \frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_2}p}(k_s)'\frac{\delta_2}{\delta_3} & \frac{\delta_3'}{\delta_3}+\frac{a_{12}}{t}\cdot(k_w)'+\frac{\lambda_2'}{4\lambda_2} & -\frac{\lambda_2'}{4\lambda_2}\frac{\delta_4}{\delta_3} \\ \frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_2}p}(k_s)'\frac{\delta_1}{\delta_4} & \frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_2}h}(k_s)'\frac{\delta_2}{\delta_4} & -\frac{\lambda_2'}{4\lambda_2}\frac{\delta_3}{\delta_4} & \frac{\delta_4'}{\delta_4}+\frac{a_{12}}{t}\cdot(k_w)'+\frac{\lambda_2'}{4\lambda_2} \end{pmatrix},$$

где $p=\sqrt{\lambda_2}+\sqrt{\lambda_1}$, $h=\sqrt{\lambda_2}-\sqrt{\lambda_1}$.

Диагональные элементы матрицы выберем так, чтобы они были равны нулю, то есть $B^{-1}B'_{ij}$, $i=j$, где $i=\overline{1,4}$ и $j=\overline{1,4}$.

Запишем диагональные элементы в предыдущих обозначениях:

$$\frac{\delta_1'}{\delta_1}+\frac{a_{12}}{(\lambda_2-\lambda_1)}\cdot\left(\frac{a_{11}-\lambda_1}{a_{12}}\right)'+\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1}=0,$$

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2}+\frac{a_{12}}{(\lambda_2-\lambda_1)}\cdot\left(\frac{a_{11}-\lambda_1}{a_{12}}\right)'+\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1}=0,$$

$$\frac{\delta_3'}{\delta_3}+\frac{a_{12}}{(\lambda_2-\lambda_1)}\cdot\left(\frac{\lambda_2-a_{11}}{a_{12}}\right)'+\frac{\lambda_2'}{4\lambda_2}=0,$$

$$\frac{\delta_4'}{\delta_4}+\frac{a_{12}}{(\lambda_2-\lambda_1)}\cdot\left(\frac{\lambda_2-a_{11}}{a_{12}}\right)'++\frac{\lambda_2'}{4\lambda_2}=0.$$

Покажем вычисления для элемента $B^{-1}B'_{22}$, то есть:

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2}+\frac{a_{12}}{(\lambda_2-\lambda_1)}\left[\left(\frac{a_{11}}{a_{12}}\right)'-\left(\frac{\lambda_1}{a_{12}}\right)'\right]+\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1}=0,$$

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2}+\frac{a_{12}}{(\lambda_2-\lambda_1)}\left(\frac{a_{11}-\lambda_1}{a_{12}}\right)'+\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1}=0,$$

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2}+\frac{a_{12}}{\sqrt{(a_{11}-a_{12})^2+4a_{12}^2}}\left(\frac{a_{11}-a_{12}-\sqrt{(a_{11}-a_{12})^2+4a_{12}^2}}{a_{12}}\right)'+\frac{\lambda_1'}{4\lambda_1}=0.$$

Полагая, что

$$\varphi = \frac{a_{11} - a_{12}}{2a_{12}},$$

получим

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2} + \left(-\frac{1}{2\sqrt{1+\varphi^2}}\right)\left(\varphi - \sqrt{1+\varphi^2}\right) + \frac{\lambda_1'}{4\lambda_1} = 0,$$

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2} + \frac{\lambda_1'}{4\lambda_1} + \left(-\frac{1}{2\sqrt{1+\varphi^2}}\right)\left(\varphi' - \left(\sqrt{1+\varphi^2}\right)'\right) = 0,$$

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2} + \frac{\lambda_1'}{4\lambda_1} + \frac{\varphi'}{2\sqrt{1+\varphi^2}} + \frac{\left(\sqrt{1+\varphi^2}\right)'}{2\sqrt{1+\varphi^2}} = 0,$$

$$\frac{\delta_2'}{\delta_2} + \frac{\lambda_1'}{4\lambda_1} + \frac{\left(\sqrt{1+\varphi^2}\right)'}{2\sqrt{1+\varphi^2}} = \frac{\varphi'}{2\sqrt{1+\varphi^2}}.$$

В левой стороне получили производные логарифма, а правую запишем в виде интеграла

$$ln\delta_2 + \frac{1}{4}ln\lambda_1 + \frac{1}{2}ln\sqrt{1+\varphi^2} = \frac{1}{2}\int \frac{\varphi' dx}{\sqrt{1+\varphi^2}},$$

$$\int \frac{\varphi'}{\sqrt{1+\varphi^2}}dx = ln\left(\varphi + \sqrt{1+\varphi^2}\right),$$

выразив, получим:

$$\left(ln\left(\varphi + \sqrt{1+\varphi^2}\right)\right) = \frac{\varphi' + \frac{\varphi\varphi'}{\sqrt{1+\varphi^2}}}{\varphi + \sqrt{1+\varphi^2}},$$

остальные диагональные элементы доказываются аналогично.

Введем обозначение, как в [11]

$$G_{ij} = \frac{(B^{-1}B')_{ij}}{\mu_i - \mu_j} = (g_{ij}),$$

имея в виду, что элементы $g_{ij} = 0$, $i = j$, где $i = \overline{1,4}$ и $j = \overline{1,4}$.

Так как $(B^{-1}B')_{12} = \lambda_1'/\lambda_1$, где $\lambda_1 > 0$, при $\lambda_1 \to +\infty$, вычислим интеграл

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{\lambda_1'}{\lambda_1}dx = ln\lambda_1/_{x_0}^{\infty} = +\infty.$$

Исследуем на суммируемость элементы матрицы G_{ij}, где $i = \overline{1,4}$ и $j = \overline{1,4}$.

Для элемента G_{42}:

$$G_{42} = \frac{(B^{-1}B')_{42}}{\mu_4 - \mu_2} = \frac{(B^{-1}B')_{42}}{\sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_1}} - \text{суммируема на } \infty,$$

$$\mu_1 = -\sqrt{\lambda_1}\,,\ \mu_2 = \sqrt{\lambda_1}\,, \mu_3 = -\sqrt{\lambda_2}\,,\ \mu_4 = \sqrt{\lambda_2}.$$

Полагая, что $\sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_1} = -((a_{11} - a_{12})^2 + 4a_{12}^2)$, получим

$$\frac{\sqrt[4]{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} + \sqrt[4]{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}}{\sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_1}} = -\frac{\left(\sqrt[4]{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} + \sqrt[4]{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}\right)\left(\sqrt{\lambda_2} + \sqrt{\lambda_1}\right)}{(a_{11} - a_{12})^2 + 4a_{12}^2}.$$

Так как

$$\varphi(x) = \frac{a_{11} - a_{12}}{2a_{12}},$$

получим

$$\psi(x) = arctg\frac{a_{11}-a_{12}}{2a_{12}};\ \psi(x) = \varphi'(x) = \left(\frac{q_{11}-q_{12}}{2q_{12}}\right)'\frac{1}{1+\left(\frac{q_{11}-q_{12}}{2q_{12}}\right)^2};\frac{\psi^2(x)}{\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}} \to 0.$$

Если $a_{12} = 0$, то

$$\lambda_1 = a_{11}, \lambda_2 = a_{22}, \frac{(B^{-1}B')_{42}}{\mu_4-\mu_2} = \frac{\varphi'\left(\varphi+\sqrt{1+\varphi^2}\right)}{1+\varphi^2}, \frac{\sqrt[4]{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}+\sqrt[4]{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}}{\sqrt{\lambda_2}-\sqrt{\lambda_1}}.$$

Запишем $(B^{-1}B')_{42}$ в терминах $\varphi(x)$, так как $\varphi(x)$ и $B^{-1}B'$ равно следующему:

$$(B^{-1}B')_{42} = \frac{a_{12}}{2\sqrt{\lambda_2}\left(\sqrt{\lambda_2}-\sqrt{\lambda_1}\right)}\left(\frac{\lambda_1-a_{11}}{a_{12}}\right)'\frac{\delta_2}{\delta_4}.$$

Из формул, где записаны $\delta_1\delta_2\delta_3\delta_4$, найдем отношения:

$$\frac{\delta_2}{\delta_4} = \frac{1}{\sqrt[4]{\lambda_1}}\left(1+\frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2}}\right)\cdot\frac{\sqrt[4]{\lambda_2}}{\left(1+\frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2}}\right)} = \frac{\sqrt[4]{\lambda_2}}{\sqrt[4]{\lambda_1}}, \text{где } \varphi = \frac{a_{11}-a_{12}}{2a_{12}}.$$

Положим, что $\lambda_1(x) \to -\infty$, $\lambda_2(x) \to -\infty$ при $x \to +\infty$

$$a_{11} = C_1x^\alpha, a_{12} = C_2x^\beta, a_{22} = C_3x^\gamma,$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_{11}+a_{22}\pm\sqrt{(a_{11}-a_{22})^2+4a_{12}^2}}{2}.$$

Корень арифметический (положительный), а требовалось, чтобы λ_1 и $\lambda_2 \to -\infty$ – это означает, что $a_{11}-a_{12} \to -\infty$, поэтому необходимо, чтобы $C_1 < 0, C_3 < 0$.

Запишем $\lambda_{1,2}$ через $a_{11} = C_1x^\alpha$, $a_{12} = C_2x^\beta$, $a_{22} = C_3x^\gamma$, тогда получится следующее:

$$\lambda_{1,2} = \frac{C_1x^\alpha+C_3x^\gamma\pm\sqrt{(C_1x^\alpha-C_3x^\gamma)^2+4C_2^2x^{2\beta}}}{2}.$$

Первое условие: Пусть $C_1 < 0, C_3 < 0$, $\beta \gg \alpha$, $\beta \gg \gamma$. $\varphi(x)$, при подстановке вместо a_{11}, a_{12}, a_{22} соответствующих C_1x^α, C_2x^β, C_3x^γ примет вид

$$\varphi(x) = \frac{a_{11}-a_{12}}{2a_{12}} = \frac{C_1x^\alpha-C_3x^\gamma}{2C_2x^\beta},$$

соответственно $\varphi'(x)$ примет следующий вид:

$$\varphi'(x) = \left(\frac{C_1x^\alpha-C_3x^\gamma}{2C_2x^\beta}\right)' = \frac{(C_1\alpha x^{\alpha-1}-C_3\gamma x^{\gamma-1})2C_2x^\beta-\left(2C_2x^\beta\right)'(C_1x^\alpha-C_3x^\gamma)}{4C_2x^{2\beta}}$$
$$= \frac{2C_1C_2\alpha x^{\alpha+\beta-1}-2C_2C_3\gamma x^{\gamma+\beta-1}-2C_1C_2\beta x^{\alpha+\beta-1}+2C_2C_3\beta x^{\gamma+\beta-1}}{4C_2x^{2\beta}}.$$

Второе условие: Когда $\alpha > \gamma$, то есть здесь нужно еще учесть разность между α и γ. Было $(a_{11}+a_{22})\sim x^\alpha$, так как $\alpha = \gamma$ поэтому порядок был одинаковый, а теперь α будет вести себя как $a_{11}+a_{22}\sim x^\alpha$ и $(a_{11}-a_{22})\sim x^\alpha$, нужно выяснить порядок: $\varphi\varphi'$ (теперь нужно, чтобы участвовало не только β, но и $x^{\alpha-1}$, чтобы и a_{11}, a_{22} участвовало).

$$\varphi'(x) = \frac{2(\alpha-\beta)C_1C_2x^{\alpha-1}-2(\gamma-\beta)C_2C_3x^{\gamma-1}}{4C_2x^\beta} = \frac{2(\alpha-\beta)C_1C_2x^{\alpha-1}\left(1-\frac{2(\gamma-\beta)C_2C_3x^{\gamma-1}}{2(\alpha-\beta)C_1C_2x^{\alpha-1}}\right)}{4C_2x^\beta} =$$
$$= \frac{2(\alpha-\beta)C_1C_2x^{\alpha-1}}{4C_2x^\beta}\sim\frac{(\alpha-\beta)C_1}{2}\cdot x^{\alpha-1}.$$

Выясним порядок для $\lambda_{1,2}$, применяя формулу Тейлора, условие то же $\beta \gg \alpha > \gamma$.

$$\lambda_{1,2} = \frac{x^\alpha+x^\gamma\pm\sqrt{(x^\alpha+x^\gamma)^2+4x^{2\beta}}}{2} = \frac{2x^\beta\left[\left(\frac{1}{2}\left(x^{\alpha-\beta}-x^{\gamma-\beta}\right)\pm\sqrt{1+\left(\frac{x^{\alpha-\beta}-x^{\gamma-\beta}}{2}\right)^2}\right)\right]}{2}.$$

$$\varphi(x) = \frac{x^\alpha-x^\gamma}{x^\beta} = \frac{x^\alpha}{x^\beta}(1-x^{\gamma-\alpha}) = \frac{x^\alpha}{x^\beta} = x^{\alpha-\beta}.$$

Соответственно $\varphi'(x)$ примет следующий вид:

$$\varphi'(x)=\left(\frac{x^{\alpha}-x^{\gamma}}{2x^{\beta}}\right)'=\frac{\alpha x^{\alpha-1}\cdot 2x^{\beta}-\gamma x^{\gamma-1}\cdot 2x^{\beta}-2\beta x^{\beta-1}(x^{\alpha}-x^{\gamma})}{4x^{2\beta}}=$$

$$=\frac{2\alpha x^{\alpha+\beta-1}-2\gamma x^{\gamma+\beta-1}-2\beta x^{\alpha+\beta-1}+2\beta x^{\gamma+\beta-1}}{4x^{2\beta}}=$$

$$=\frac{2x^{\alpha+\beta-1}(\alpha-\beta)-2x^{\gamma+\beta-1}(\gamma-\beta)}{4x^{2\beta}}=\frac{x^{\alpha+\beta-1}(\alpha-\beta)-x^{\gamma+\beta-1}(\gamma-\beta)}{2x^{2\beta}}=$$

$$=\frac{x^{\alpha+\beta-1}\big((\alpha-\beta)-x^{\gamma-\alpha}(\gamma-\beta)\big)}{2x^{2\beta}}=\frac{1}{2}(\alpha-\beta)x^{\alpha-\beta-1}.$$

Для элемента матрицы G_{ij}, где $i=\overline{1,4}$ и $j=\overline{1,4}$:

$$G_{42}=\frac{(\alpha-\beta)x^{\alpha-\beta-1}}{2(1+x^{2(\alpha-\beta)})}\cdot\left(x^{\alpha-\beta}+\sqrt{1+x^{2(\alpha-\beta)}}\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{(1+1)}{\sqrt{x^{\beta}+\frac{1}{2}x^{\alpha}}+\sqrt{x^{\beta}+\frac{1}{2}x^{\alpha}}=>\left|x^{\beta}+\underbrace{\frac{1}{2}x^{\alpha-\beta}}_{0}\right|\sim x^{\beta}}=>$$

$$=>\frac{(\alpha-\beta)x^{2\alpha-2\beta-1}}{1+x^{2(\alpha-\beta)}}+\frac{(\alpha-\beta)x^{\alpha-\beta-1}\left(\sqrt{1+x^{2(\alpha-\beta)}}\right)}{1+x^{2(\alpha-\beta)}}\cdot x^{\beta/2}=$$

$$=(\alpha-\beta)x^{\alpha-\beta-1}\left(\frac{x^{\alpha-\beta}}{1+x^{2(\alpha-\beta)}}+1\right)x^{\beta/2}=x^{\alpha-\beta-1+\beta/2}=x^{\alpha-\beta/2-1}.$$

$$\int_{0}^{\infty}x^{\alpha-\beta/2-1}\,dx=\frac{x^{\alpha-\beta/2}}{\alpha-\beta/2}/_{0}^{\infty}<\infty,$$

то есть суммируема, $\alpha-\beta/2,\ \beta>2\alpha$.

При тех же условиях аналогично выясним поведение для остальных элементов матрицы G_{ij}, где $i=\overline{1,4}$ и $j=\overline{1,4}$.

Заключение

Поведение $|\lambda|$ для уравнения второго порядка, где $\mu_1,\ \mu_2,\ \dots,\ \mu_r$ – все собственные значения, каждое из которых повторяется столько раз, какова его кратность.

Исследованния позволили установить, что существует бесчисленное множество собственных значений дифференциального оператора и главные члены этих выражений не зависят от вида дифференциального выражения, порождающего дифференциальный оператор. Оказывается, что при большом $|\lambda|$ поведение собственных значений в первом приближении такое же, как и в случае весьма простого оператора.

Список использованных источников

1. Вейль, Г. Uber beschrankte quadratische Formen,deren Differenz vollstetig ist.Rend.circ.mat. Palermo,1909. Vol. 27. P. 373-392.
2. Weyl, H. Uber gewohnliche lineare Differentialgleichungen mit singularen Stellen und ihre Eigenfunktionen. Gottingen Nachrichten, 1909. P. 37-64.
3. Weyl, H. Uber gewohnliche Differentialgleichungen mit Singularitaten und zugehorigen Entwicklungen illkurlicher Funktionen. Math. Ann.1910. V.68. Pp. 220-269.
4. Березанский, Ю.М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов. / Ю.М. Березанский. – Киев, 1965.
5. Данфорд, Н. Linears operators / Н. Данфорд, Дж. Шварц. – М.: Мир, 1966. – Т.2. – 1063 с.
6. Плеснер, А.И. Спектральная теория линейных операторов / А.И. Плеснер, В.А. Рохлин. // УМН. – 1941. – Вып. IX. – С.3-125.
7. Рисс, Ф. Лекции по функциональному анализу / Ф. Рисс, Д. Секефальви-Надь. – М.: ИЛ, 1954. – 88 с.
8. Морен, К. Методы гильбертова пространства / К. Морен. – М.: Мир, 1965. – 572 с.
9. Нейман, Дж. Математические основы квантовой механики / Дж. Нейман. – М.: Наука, 1964. – 368 с.
10. Титчмарш, Э.Ч. Разложения по собственным функциям,связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка / Э.Ч. Титчмарш. – М.: ИЛ, 1960. – Ч. 1. – 278 с.
11. Наймарк, М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк. – М.: Наука,1969. – 528 с.

12. Глазман, И.М. Прямые методы качественного спектрального анализа сингулярных дифференциальных операторов / И.М. Глазман. – М.: Наука, 1963. – 339 с.
13. Круликовский, Н.Н. Пути развития спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов / Н.Н. Круликовский. – Омск, 2008. – 223 с.

Материал поступил в редакцию: 23.04.2018
Материал принят к публикации: 06.05.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

ON THE EIGENVALUES OF A DIFFERENTIAL OPERATOR

Berdenova G.Zh., Karim A.O.

Annotation. The most important problems of the spectral theory include the determination of the defect index of a differential operator as a function of the behavior of the coefficients of the differential expression. The main task of the spectral theory of differential operators is the characteristic of the spectrum of the operator also depending on the behavior of the coefficients of the differential expression generating the operator. In this paper we study the dependence of the spectrum on the behavior of the coefficients of the corresponding differential expression. The asymptotic behavior of the eigenvalues and eigen functions of a differential operator is studied, some information is obtained on the characteristic of the behavior of eigenvalues that are of interest in the theory of differential operators.

Keywords: Eigenvalues, behavior of coefficients, spectral theory, differential operator.

References

1. Weyl H. *Uber beschrankte quadratische Formen,deren Differenz vollstetig ist.Rend.circ.mat*. Palermo,1909. Vol. 27.
2. Weyl H. *Uber gewohnliche lineare Differentialgleichungen mit singularen Stellen und ihre Eigenfunktionen*. Gottingen Nachrichten.1909.
3.Weyl H. *Math. Ann*, 1910, no. 68, pp. 220-269.
4. Berezanskiy Yu.M. *Razlozhenie po sobstvennyim funktsiyam samosopryazhennyih operatorov*. Kiev, 1965.
5. Dunford N., Schwarz J. *Linears operators*. Mir, Moscow, 1966.
6. Plesner A.I., Rohlin V.A. *UMN*, 1941. no. IX, pp. S.3-125.
7. Riss F., Sekefalvi-Nad D. *Lektsii po funktsionalnomu analizu*. IL, Moscow, 1954.
8. Moren K. *Metodyi gilbertova prostranstva*. Mir, Moscow,.1965.
9. Neumann J. *Matematicheskie osnovyi kvantovoy mehaniki*. Nauka, Moscow, 1964.
10. Titchmarsh E.C. *Razlozheniya po sobstvennyim funktsiyam,svyazannyie s differentsialnyimi uravneniyami vtorogo poryadka*. IL, Moscow, 1960.
11. Naymark M.A. *Lineynyie differentsialnyie operatoryi*. Nauka, Moscow, 1969.
12. Glazman I.M. *Pryamyie metodyi kachestvennogo spektralnogo analiza singulyarnyih differentsialnyih operatorov*. Nauka, Moscow, 1963.
13. Krulikovskiy N.N. *Puti razvitiya spektralnoy teorii obyiknovennyih differentsialnyih operatorov*. Tomsk, 2008.

ОБ АВТОРАХ:

Берденова Гульнар Жалгасовна – ст. преп., магистр математики, Костанайский государственный университет имени А.Байтурсыонова, г. Костанай, Казахстан. E-mail: gulnar_7109@mail.ru.
Карим Акбота Ораловна – студент специальности 5В060100 Математика, Костанайский государственный университет имени А.Байтурсыонова, Казахстан, г. Костанай.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Берденова, Г.Ж. О собственных значениях дифференциального оператора / Г.Ж. Берденова, А.О. Карим // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – № 2. – С. 10-18.

Berdenova G.Zh., Karim A.O. (2018) On the eigenvalues of a differential operator. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (2): 10-18.

УДК 517.9868.78. https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-2-19-23

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ СЧЁТНОЙ СИСТЕМЫ ПОЧТИ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ УКОРОЧЕНИЯ

Ысмагул Р.С., Гинолла Т.

Аннотация. В работе рассматривается применение метода укорочения по независимым переменным и получение эффективных оценок отклонений почти многопериодических решений основной и укороченной систем. Поставлена задача: доказательство новых оценок для характеристической функции интегродифференциального оператора и матрицанта линеризованной системы и исследование устойчивости почти многопериодических решений эволюционных уравнений. Результаты работы представляют теоретический интерес. Они могут быть использованы в дальнейших исследованиях колебательных ограниченных решений интегродифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со счетным множеством независимых переменных. Эти результаты будут также полезными при изучении почти периодических решений эволюционных уравнений математической физики. В теории колебаний исключительно большое теоретическое и практическое значение имеет изучение одномерных и многомерных периодических также почти периодических колебаний.

Ключевые слова: интегродифференциальные, характеристическая функция, метод укорочения, матрицант, многопериодические решения.

Введение

В теории колебаний исключительно большое теоретическое и практическое значение имеет изучение одномерных и многомерных периодических также почти периодических колебаний. Самые разнообразные задачи механики, физики и техники сводятся к изучению таких колебательных решений систем дифференциальных уравнений, как обыкновенных, так и в частных производных.

Классическая теория линейных систем с периодическими коэффициентами и общая теория нелинейных периодических систем была создана в работах А.М. Ляпунова и А. Пуанкаре. Изучение реальных физических систем и создание общей теории почти периодических функций Г. Болем, Е. Эсклангоном, Г. Бором, С. Бохнером, Б.М. Левитаном и другими привело к исследованию современных актуальных задач теории почти периодических колебаний, основы которых были разработаны в фундаментальных трудах Н.М. Крылова, Н.Н. Боголюбова, Ю.А. Митропольского, А.М. Самойленко и их учеников. Дальнейшему развитию и обобщению теории периодических и почти периодических решений систем дифференциальных уравнений и их методов (методов Ляпунова-Пуанкаре, метода усреднений, метода интегральных многообразий и др.) посвящены работы советских ученых В.И. Арнольда, Е.А. Барбашина, Н.Н. Боголюбова, М.И. Иманалиева, К.Г. Валеева и других. Многие математические модели, описывающие колебательные процессы, происходящие в сплошной среде, приводят к нелинейным гиперболическим уравнениям в частных производных или их системам, изучение общих свойств и методов решения которых представляет собой быстро развивающуюся область современной математики. В работах Д.У. Умбетжанова рассматривались в основном многопериодические и почти многопериодические решения систем дифференциальных уравнений в частных производных, содержащих различные малые параметры. Причем наличие малых параметров не только указывает на малость имеющихся возмущающих членов, но и позволяет компактно изложить основные результаты и положения. В данной работе рассматриваются в основном вопросы существования и единственности почти многопериодических решений квазилинейных систем интегродифферендиальных уравнений в частных производных первого порядка [2].

Теория, методы исследования и теоретические результаты

Метод укорочения представляет собой предельный переход в решениях конечной системы, получающейся из данной бесконечной отбрасыванием всех уравнений и неизвестных, начиная с некоторого номера.

Целью исследования является установление достаточных условий существования и единственности почти многопериодических решений систем интегродифференциальных уравнений первого порядка с одинаковой главной частью со счетным множеством независимых переменных.

Рассмотрим систему почти многопериодических уравнений вида

$$D_\varepsilon^x x = P(t,\varphi)x + \mu Q(t,\varphi,x,\mu) + \mu \int_{-\infty}^{\infty} R(t_1,t,\varphi,x(t_1,\varphi),\mu)\psi(t-t_1)dt_1, \qquad (1)$$

где x, Q, R – n векторы-столбцы; $P(t,\varphi)$ – матрица размерности $n \times n$; $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m, \dots)$ – счетномерный вектор; $\varepsilon > 0$, $\mu > 0$ – малые параметры; D_ε^x – дифференциальный оператор вида

$$D_\varepsilon^x x = \frac{\partial}{\partial t} + aP(t,\varphi,x,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\varphi}, \qquad (2)$$

где

$$a\frac{\partial}{\partial\varphi} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(t,\varphi,x,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\varphi_k}. \qquad (3)$$

Введем ряд обозначений и определений:
$H(\Delta,\delta_m)$ – класс n –мерных π– функций, $f(t,\varphi)$ – удовлетворяющих условиям

$$\|f(t,\varphi)\| \le \Delta, \|f(t,w_m\varphi + v_m\overrightarrow{\varphi}) - f(t,w_m\varphi + v_m\varphi)\| \le \delta_m\|v_m(\overrightarrow{\varphi} - \varphi)\|$$

и почти многопериодическим по t,φ с η-вектор-почти периодом (τ,θ), где $\delta_m \downarrow 0$ при $m \to \infty$; счётно-мерный вектор $(\tau,\theta) \in R \times R_\varphi$, где $R_\varphi = \{\varphi\colon \|\varphi\| < \infty\}$; W_m и V_m – операторы, которые вектору $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m, \dots)$ ставят в соответствие векторы $W_{m\varphi} = (\varphi_1, \dots, \varphi_m, 0, \dots)$ и $V_{m\varphi} = (0, \dots, 0, \varphi_{m+1}, \dots)$.

Развивая идеи работ [1-4], при выполнении определенных условий (N_∞) установлены достаточные условия существования, единственности почти периодического решения системы (I) в классе $H_n(\Delta,\delta_n)$ непрерывных вектор-функций $f(t,x)$, почти периодических и имеющих почти периодические частные производные первого порядка по t,x с η-почти периодом $(\tau,0)$, удовлетворяющих условию Липшица по $x \in R_\Delta$.

Будем считать, что выполнены условия (N_∞) [1] и (S_∞), если:
1) вектор-функция $R(t_1,t,\varphi,x,\mu)$ ограничена и непрерывна по всем переменным, обладает ограниченными и непрерывными производными первого порядка по $\varphi \in R_\Delta, x \in R_\Delta$; диагонально – почти периодична поt_1,t, почти многопериодична по φ с η-вектор – почти периодом (τ,ϑ), принадлежит π -классу равномерно относительно x,μ;
2) непрерывная функция $\psi(s)$ такова, что существует несобственный интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(s)|\,ds \le K < \infty,$$

где $K = const > 0$ [2].

При выполнении этих условий имеют место неравенства:

$$\|a^0(t)\| \le a_0, \|b(t,\varphi,0,\varepsilon)\| \le b_0, \|P(t,\varphi)\| \le P_0;$$
$$\|Q(t,\varphi,0,\mu)\| \le Q_0, \|R(t,\varphi,0,\mu)\| \le R_0; \qquad (4)$$

$$\|b(t,W_m\varphi + V_m\overline{\varphi},\bar{x},\varepsilon) - b(t,W_m\varphi + V_m\varphi,x,\varepsilon)\| \le \beta_m\|V_m(\overline{\varphi} - \varphi)\| + \beta\|\bar{x} - x\|;$$
$$\|Q(t,W_m\varphi + V_m\overline{\varphi},\bar{x},\mu) - Q(t,W_m\varphi + V_m\varphi,x,\mu)\| \le \delta_m\|V_m(\overline{\varphi} - \varphi)\| + \delta\|\bar{x} - x\|; \qquad (5)$$
$$\|R(t_1,t,W_m\varphi + V_m\overline{\varphi},\bar{x},\mu) - R(t_1,t,W_m\varphi + V_m\varphi,x,\mu)\| \le\le \chi_m\|V_m(\overline{\varphi} - \varphi)\| + \chi\|\bar{x} - x\|,$$

где положительные постоянные $\beta_m, \delta_m, \chi_m$ коэффициенты усиленного условия Липшица, монотонно сходящиеся к нулю при $m \to \infty$. Отсюда видно, что

$$\|b(t,\varphi,x,\varepsilon)\| \in \pi\left(\overline{b_0},\beta_m\right), P(t,\varphi) \in \pi(P_0,P_m);$$
$$Q(t,\varphi,0,\mu) \in \pi\left(\overline{Q_0},\delta_m\right), R(t_1,t,\varphi,x,\mu) \in \pi\left(\overline{R_0},\chi_m\right) \qquad (6)$$

равномерно по $x \in R_\Delta, \varepsilon \in E_{\varepsilon_0}, \mu \in M_{\mu_0}, \overline{b_0} = \beta\Delta + b_0, \overline{Q_0} = \delta\Delta + Q_{0,}\ \overline{R_0} = \chi\Delta + R_0$.

Замечание. При $m = 0$ из соотношений (5) следуют обычные условия Липшица по φ, x с коэффициентами $\beta_0, \delta_0, \chi_0, \beta, \delta, \chi$ соответственно.

Пусть $f(\varphi, x\,) \in H_n(\Delta,\delta_n)$. Рассмотрим дифференциальный оператор

$$D_{\varepsilon}^{f}=\frac{\partial}{\partial t}+[a^{0}(t)+\varepsilon b(t,\varphi,f(\varphi,x),\varepsilon)]\frac{\partial}{\partial\varphi}. \tag{7}$$

Для сокращения записи введем $r(t,\varphi,\varepsilon)=b(t,\varphi,f(t,\varphi),\varepsilon)$.

Заметим, что коэффициентами усиленного условия Липшица для вектор-функции $r(t,\varphi,\varepsilon)$ являются $r_m=\beta_m+\beta\delta_m$ [3].

Пусть $\lambda_f(t_0,t,\varphi)$ – характеристическая функция оператора D_{ε}^{f}, которая удовлетворяет интегральному уравнению

$$\lambda_f(t_0,t,\varphi)=\varphi+\int_t^{t_0}\big[a^0(s)+\varepsilon r\big(s,\lambda_f(s,t,\varphi),\varepsilon\big)\big]ds.$$

Для характеристической функции $\lambda_f(t_0,t,\varphi)$ имеют место оценки, аналогичные соотношениям вида $I(a-b)$ и 1^0-9^0 [1].

Рассмотрим линеаризованное уравнение

$$D_{\varepsilon}^{f}x=P(t,\varphi)x. \tag{8}$$

Пусть $X_f^*(t_0,t,\varphi)$ – матрица типа Грина для уравнения (8). Будем считать, что выполняется группа оценок, аналогичных оценкам $II(a-b)$ [1].

Рассмотрим оператор T, отображающий каждую вектор-функцию $f(t,\varphi)\in H_n(\Delta,\delta_m)$ в вектор-функцию

$$T(f)=\mu\int_{-\infty}^{\infty}X_f^*(s,t,\varphi)Q\big(s,\lambda_f,f(s,\lambda_f),\mu\big)ds+$$
$$+\mu\int_{-\infty}^{\infty}X_f^*(s,t,\varphi)\int_{-\infty}^{\infty}R\big(t_1,s,\lambda_f,f(t_1,\lambda_f),\mu\big)\,\psi(s-t_1)dt_1ds.$$

Пусть $T(f)=I(f)+I^*(f)$, где

$$I(f)\equiv F_f(t,\varphi)=T(f)=\mu\int_{-\infty}^{\infty}X_f^*(s,t,\varphi)Q\big(s,\lambda_f,f(s,\lambda_f),\mu\big)ds,$$

которое известно из [1].

Будем изучать

$$I^*(f)=F_f^*(t,\varphi)=\mu\int_{-\infty}^{\infty}X_f^*(s,t,\varphi)\int_{-\infty}^{\infty}R\big(t_1,s,\lambda_f,f(t_1,\lambda_f),\mu\big)\,\psi(s-t_1)dt_1ds.$$

Для вектор-функции $F_f^*(t,\varphi)$ выполняются соотношения вида:

А $$\|F_f^*(t,\varphi)\|\le\mu L\overline{R_0}K,\ \text{где}\ \overline{R_0}=\chi\Delta+R_0;$$

Б $$\|F_f^*(t,W_m\varphi+V_m\overline{\varphi})-F_f^*(t,W_m\varphi+V_m\varphi)\|\le\frac{2\mu K}{\gamma}\|V_m(\overline{\varphi}-\varphi)\|\times$$
$$\times\left[B\left(1+\frac{2r_m}{r_0}(\chi_m+\chi\delta_m)+B\frac{r_m}{r_0}\right)(\chi_m+\chi\delta_m)+4L\,\overline{R_0}\left(BP_m+B^*\gamma\frac{r_m}{r_0}\right)\right];$$

В $$\|F_f^*(t+\tau,\varphi+\theta)-F_f^*(t,\varphi)\|\le\mu LK\times$$
$$\times\left\{2L\overline{R_0}\|\Delta_{\tau,\theta}P\|+\Delta_{\tau}^{\vartheta}R+\|\Delta_{\tau,\theta}f\|+2\left[RL+\frac{2(\chi_0+\chi\delta_0)}{\gamma}\right]\|\Delta_{\tau,\vartheta}a\|\right\}; \tag{9}$$

Г $$\|F_f^*(t,\varphi)-F_g^*(t,\varphi)\|\le\frac{2\mu K}{r_0}\{2B\overline{R_0}\beta+[(\chi_0-\varphi\delta_0)\beta+r_0\chi]\}\|f-g\|_H.$$

Полагая теперь $\Phi_f(t,\varphi)=F_f(t,\varphi)+F_f^*(t,\varphi)$, можно записать

$$\|\Phi_f(t,\varphi)\|=\|F_f(t,\varphi)\|+\|F_f^*(t,\varphi)\|.$$

Из оценок $III(a-d)$ [1, с. 171]и (9) следует, что существует такое число $\bar{\mu}>0$, для которого при всех $0<\mu<\bar{\mu}$ выполняются соотношения:

А $$\left\|\Phi_f(t, \varphi)\right\| \leq \Delta,$$
Б $$\left\|\Phi_f(t, W_m\varphi + V_m\overline{\varphi}) - \Phi_f(t, W_m\varphi + V_m\varphi)\right\| \leq \delta_m \|V_m(\overline{\varphi} - \varphi)\|,$$
В $$\left\|\Phi_f(t + \tau, \varphi + \theta) - \Phi_f(t, \varphi)\right\| \leq \eta,$$
Г $$\left\|\Phi_f(t, \varphi) - \Phi_g(t, \varphi)\right\| \leq \frac{1}{2}\|\mathrm{f} - \mathrm{g}\|_H.$$

Тем самым приходим к утверждению теоремы 1.

Теорема 1. Если уравнение (8) некритическое относительно класса $H_n(\Delta, \delta_m)$ и выполнены условия $(N_\infty), (S_\infty)$ для уравнения (1), то для всех значений $0 < \varepsilon < \overline{\varepsilon}$, $0 < \mu < \overline{\mu}$ уравнение (1) имеет единственное почти многопериодическое решение из класса $H_n(\Delta, \delta_m)$, сходящиеся при $\mu \to 0$ в нулевой вектор.

Рассмотрим укороченную по φ систему, получающуюся из (1):

$$D_m^y y = P(t, W_m\varphi)y + \mu Q\{t, W_m\varphi, y, \mu\} + \mu \int_{-\infty}^{\infty} R\{t_1, t, W_m\varphi, y, \mu\}\psi(s - t_1)dt_1, \tag{10}$$

где

$$D_m^y = \frac{\partial}{\partial y} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k(t, W_m\varphi, y, \varepsilon)\frac{\partial}{\partial \varphi_k}$$

является укороченным дифференциальным оператором, и тогда

$$\xi_m(t_0, t, \varphi) = W_m\varphi + \int_t^{t_0} [W_m a^0(s) + \varepsilon W_m r(s, \xi_m(s, t, \varphi), \varepsilon)]ds$$

является характеристической функцией оператора $D_m^y y$.

Пусть $Y^*(t_0, t, \varphi)$ – матрица типа Грина для линеаризованного однородного уравнения:

$$D_m^f y = P(t, W_m\varphi)y, \tag{11}$$

удовлетворяющая условиям:

$$\|Y^*(t_0, t, \varphi)\| \leq Be^{-\gamma|t - t_0|},$$
$$\left\|\frac{Y^*(t_0, t, \varphi)}{\partial \varphi}\right\| \leq Be^{-\frac{\gamma}{2}|t - t_0|},$$

для $m > m_0$, где m_0 – достаточно большое натуральное число.

Доказана следующая теорема по существованию и единственности почти многопериодического решения данной системы в указанном классе для достаточно малых μ. Далее показывается, что почти многопериодическое решение основной системы может быть равномерно аппроксимировано почти многопериодическим решением системы по μ вида:

$$D_m^y y = P(t, W_m\varphi)y + \mu Q\{t, W_m\varphi, y, \mu\} + \mu \int_{-\infty}^{\infty} R\{t_1, t, W_m\varphi, y, \mu\}\psi(s - t_1)dt_1.$$

Теорема 2. Если уравнение (11) – некритическое и выполнены условия $(N_\infty), (S_\infty)$ для величин $b(t, \varphi, \mathrm{x}, \varepsilon), P(t, \varphi), a^0(t), Q(t, \varphi, \mathrm{x}, \mu), Q(t_1, t, \varphi, \mathrm{x}, \mu)$, тогда уравнения (1) и (10) при $0 < \varepsilon < \overline{\varepsilon}$, а при $0 < \mu < \overline{\mu}$ имеют единственное, почти многопериодическое решение $x_m^*(t, \varphi, \mathrm{x}, \mu)$, $y_m^*(t, \varphi, \mathrm{x}, \varepsilon)$ соответственно, причем имеет место соотношение

$$\lim_{m\to\infty} y_m^*(t, \varphi, \mathrm{x}, \varepsilon) = x^*(t, \varphi, \varepsilon, \mu) \text{ при } 0 < \varepsilon < \overline{\varepsilon}, 0 < \mu < \overline{\mu}$$

в смысле сходимости по норме [4], где

$$y_m^*(t, \varphi, \varepsilon, \mu) = \mu \int_{-\infty}^{\infty} y^*(s, t, W_m\varphi)Q(s, W_m\xi_m, y^*(s, \xi_m), \mu)ds.$$

Заключение

В работе получены следующие основные результаты:

1) доказаны новые оценки для характеристической функции интегродифференциального оператора и матриканта линеризованной системы;

2) получены достаточные условия существования и единственности почти многопериодических решений от счетного множества независимых переменных нелинейных систем интегродифференциальных уравнений. Здесь одним из центральных условий является усиленное условие Липшица, впервые веденное К.П. Персидским;
3) применен метод укорочения для построения почти многопериодических решений указанных систем и показано, что решение основной системы может быть равномерно аппроксимировано почти многопериодическим решением укороченной по независимым переменным системы.

Список использованных источников

1. Умбетжанов, Д.У. Почти периодические решения эволюционных уравнений / Д.У. Умбетжанов. – Алма-Ата: Наука, 1990. – 188 с.
2. Бержанов, А.Б. Почти многопериодическое решение системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных: автореф. … канд. физ.-мат. наук. – Алма-Ата, 1984. – 17 с.
3. Бержанов, А.Б. Многопериодическое по части переменных решение одной системы интегродифференциальных уравнений / А.Б. Бержанов // Вестник Евразийского Национального университета им. Л.Н. Гумилева. 2004. – №1. – С.223-227.
4. Ысмагул, Р.С. Кейбір эволюциалық теңдеулердің дерлік периодты шешімін құру үшін редукция әдісін қолдану / Р.С. Ысмагул, А. Шуматова // Вестник Казахского национального педагогического университета им. Абая. – 2017. – №4(60).

Материал поступил в редакцию: 13.03.2018
Материал принят к публикации: 06.05.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

SHORTENING METHOD FOR FINDING A SOLUTION OF A COUNTABLE SYSTEM OF INTEGRODIFFERENTIAL EQUATIONS

Ismagul R.S., Ginolla T.

Annotation. In the given work using of method of shortening according to independent variable change and getting of effective estimation of deflection almost multiperiodical solution of basic and shortened systems is studied. Object: to prove new estimation for characteristic functions integrodifferential operator and matrix of linear system. To investigate stability almost multiperiodical solutions of evolutional sums. The results of the work introduce theoretical interest. They can be used in further research of oscillating limited solutions of integrodifferential equations in particular derivatives of the first order with a number of independent variables. These results will be also useful while studying periodical solutions of evolutional equations of mathematical physics. In the theory of oscillates great theoretical and practical meaning has studying of single measured and multi measured periodical of oscillates.
Keywords: Integrodifferential, characteristic function, short, matriciant, multiperiodic solutions.

References

1. Umbetzhanov D.U. *Pochti periodicheskie resheniya evolyutsionnyih uravneniy*. Nauka, Alma-Ata. 1990.
2. Berzhanov A.B. *Pochti mnogoperiodicheskoe reshenie sistemyi integro-differentsialnyih uravneniy v chastnyih proizvodnyih*: avtoref. Alma-Ata, 1984.
3. Berzhanov A.B. // *Vestnik Evraziyskogo Natsionalnogo universiteta im.L.N. Gumileva*, 2004, no. 1, pp. 223-227.
4. Yismagul R.S., Shumatova A. *Vestnik Kazahskogo natsionalnogo pedagogicheskogo universiteta im.Abaya*, 2017, no. 4(60).

ОБ АВТОРАХ:

Ысмагул Роза Сапабеккызы (Ismagul Rosa Sapabekkyzy) – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики, Костанайский государственный университет им. А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан.
E-mail: IsmagulR@.mail.ru
Гинолла Тогжан (Ginolla Togzhan) – студентка 3 курса специальности 5В060100-Математика, Костанайский государственный университет им.А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Ысмагул, Р.С. Решение одной счётной системы почти многопериодических уравнений методом укорочения / Р.С. Ысмагул, Т. Гинолла // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – № 2. – С. 19-23.

Ismagul R.S., Ginolla T. (2018) Shortening method for finding a solution of a countable system of integrodifferential equations. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (2): 19-23.

УДК 368:52 https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-2-24-29

О ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВУЗЕ

Рыщанова С.М.

Аннотация. В этой статье рассмотрены некоторые задачи сферы образования. Человеческий капитал: профессиональная квалификация, знание, инетеллектуальный потенциал являются главным фактором в экономическом развитии страны. Главная цель функционирования вузов – подготовка конкурентоспособных специалистов. Современные информационные технологии, повышая качество обучения и образования, позволяют человеку успешнее и быстрее адаптироваться к окружающей среде и происходящим социальным изменениям. Тесная взаимосвязь традиционных и инновационных методов обучения способствует развитию у студентов творческого и критического мышления и получению глубоких знаний по изучаемой дисциплине. В статье даны примеры заданий с инженерно-техническим содержанием при проведении занятий по математике на инженерных специальностях и задачи экономического содержания для будущих экономистов.

Ключевые слова: конкурентоспособность, качество знаний, умения, навыки, профессионализм, обучение, инновационные технологии, математические модели.

Введение

Президент Республики Казахстан Н.А. Назарбаев сформулировал три главных аспекта формирования интеллектуальной нации – это образование, наука и инновации. Главной целью развития образования на современном этапе является «…повышение конкурентоспособности образования, развитие человеческого капитала путем обеспечения доступности качественного образования для устойчивого роста экономики» [1]. Конкурентоспособный специалист – это профессионал, способный на рынке труда предложить себя как товар и спросить за это достойную цену. Личностные качества специалиста являются гарантом конкурентоспособности, к ним можно отнести: профессионализм, умение «презентовать себя», ответственность, инициативность, предприимчивость, коммуникабельность, готовность постоянно заниматься самообразованием.

Математические дисциплины в вузе

Математические дисциплины изучаются при обучении на многих специальностях в вузе на первом курсе и призваны формировать математический базис для освоения специальных дисциплин. Преподавание математики должно формировать профессионально направленное мышление. Решение математических задач развивает у студента интеллект и формирует такие качества, как настойчивость, внимание, способность сосредоточиться, учит студента мыслить самостоятельно и находить оптимальное решение той или иной практической задачи. Получив образование, каждый специалист должен творчески и компетентно решать возникающие перед ним задачи и овладевать необходимыми практическими навыками и методикой самостоятельного изучения новейших достижений науки и техники в своей области.

Целью обучения является создание условий, которые способствуют формированию и закреплению умений действовать в ситуациях, адекватных ситуациям будущей профессиональной деятельности. Необходим постоянный переход от абстрактных задач к более конкретным, профессионально ориентированным задачам, так как без понимания смысла (контекста) учебной информации, невозможно превратить её в знания, умения и навыки.

В последние годы интенсивно развиваются новые подходы и математические методы, основанные на теории вероятностей и математической статистике. Это разработка математического аппарата таких прикладных дисциплин, как надежность и ремонт машин, обслуживание техники, сбор, учет обработка и статистический анализ данных, характеризующих процесс функционирования реальных систем техники с целью разработки мероприятий по повышению их эффективности и качества работы. Применение заданий с инженерно-техническим содержанием при проведении занятий на инженерных специальностях способствует повышению уровня усвоения материала, повышению интереса к изучению данного предмета. Знания по математическим дисциплинам будут сознательнее и прочнее усваиваться студентами, если в процессе обучения применять задачи с профессионально направленным содержанием. Например, при изучении теории вероятностей будущим инженерам можно предложить такую задачу: Автомобиль представлен схемой четырех параллельно соединенных элементов (четырех цилиндров двигателя), последовательно с которыми соединяются два элемента: например, коробка передач и задний мост. Последовательно к ним подключаются два параллельных элемента системы торможения и последний последовательно включенный элемент соответствует системе питания. Найти вероятность безотказной работы автомобиля, если вероятность безотказной работы каждого элемента равна 0,9.

В теории надежности математическая статистика и теория вероятностей применяются как для установления закономерностей возникновения отказов, так и для расчета поведения объекта в процессе эксплуатации, т.е. прогнозирования. Все что ни делает человек, он стремится делать надежно, но, как говорили древние: «Ничто не вечно под луной». Создать совершенно безотказную и предельно долговечную машину невозможно, поэтому наука о надежности разрабатывает методы, обеспечивающие с наименьшей затратой времени и средств необходимую долговечность и безотказность работы объектов. Сбор, обработка и анализ информации о надежности связаны с необходимостью исследования случайных событий.

При рассмотрении темы «Законы распределения случайных величин» нужно обратить внимание, что показательное распределение играет важную роль в теории надежности систем, т.к. является основной моделью, так называемых внезапных (не связанных с процессом старения и износа) отказов. Непрерывная случайная величина распределена в интервале $[0;\infty]$ по показательному закону, если плотность распределения $f(\text{x})$ имеет вид

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x>0;\\ \lambda e^{-\lambda x} \text{ при } x\leq 0,\end{cases} \qquad F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x>0;\\ 1-e^{-\lambda x} \text{ при } x\leq 0,\end{cases}$$

где $\lambda = const$; $M(X)=\sigma(X)=1\backslash\lambda$; $D(X)=1\backslash\lambda^2$.

Вероятность попадания случайной величины X в интервал $[\alpha;\ \beta]$:

$$P(\alpha< X <\beta) = e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda\beta}.$$

Пример. Время безотказной работы электродвигателя подчинено экспоненциальному (показательному) закону распределения с параметром $\lambda = 2{,}5\cdot 10^{-5}$. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа T_1 и вероятность безотказной работы $\text{P}(t)$ за время $t = 1000$ ч и $t = T_1$.

↓Функцией надежности $P(t) = e^{-\lambda\alpha}$ называют функцию, определяющую вероятность безотказной работы элемента за время длительностью t.

Вероятность безотказной работы элемента не зависит от времени предшествующей работы до начала рассматриваемого интервала, а зависит только от длительности интервала t (при заданной интенсивности отказов λ).

Если T – случайная величина времени работы элемента, то

$$P(t)=P(T>t)= e^{-\lambda\alpha}, \text{тогда } P(1000)=e^{-2{,}5\cdot 10^{-5}\cdot 10^3}=e^{-0{,}025}=0{,}9753.$$

Так как $T_1 = m_t = 1/\lambda$, получим

$$P(t)=e^{-\lambda T_1}=e^{-\lambda/\lambda}=e^{-1}\approx 0{,}3679\approx 0{,}37.$$

Средняя наработка до первого отказа T_1 определяет время, в течение которого вероятность безотказной работы элемента составляет всего лишь 0,37.

$$T_1=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{2{,}5\cdot 10^{-5}}=40\,000 \text{ ч.}\uparrow$$

Пример. Длительность времени безотказной работы элемента имеет показательное распределение, интегральная функция которого имеет вид

$$F(t)=1-\ e^{-0{,}02\alpha} \text{ при } t>0.$$

Найти вероятность того, что за время длительностью $t =\ 6$ ч элемент откажет.

↓Так как интегральная функция $F(t)=P(T<t)=1-e^{-\lambda t}$ определяет вероятность отказа элемента за время длительностью t, то, подставив $t = 6$ в интегральную функцию, получим вероятность отказа.

$$F(t)=1-e^{-0{,}02\cdot 6}=1-0{,}741=0{,}259.\uparrow$$

При определении логарифмически нормального распределения обращаем внимание на то, что оно полностью определяется двумя параметрами a и σ, где σ – среднее квадратическое отклонение, a – медиана. Неотрицательная случайная величина X называется распределенной логарифмически нормально, если логарифм этой величины lnX распределен нормально. Плотность распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2\sigma^2}}.$$

Логнормальное распределение используется для описания распределения доходов, банковских вкладов, долговечности изделий в режиме износа и старения.

Особое внимание при изучении этой темы нужно обратить на нормальный закон распределения случайной величины. Многие случайные величины, такие как ошибки при измерениях, величины износа деталей некоторых механизмов, отклонения точки попадания от некоторого центра при стрельбе, отклонения размеров от номинальных у животных, растений и т.п., подчиняются нормальному распределению. Нормальный закон распределения вероятностей имеет очень важное значение и широкое распространение. Широкое распространение нормального распределения объясняется тем, что оно проявляется там, где случайная величина представлена суммой большого числа независимых случайных величин (что чаще всего встречается на практике), влияние каждой из которых на всю сумму не представляется существенным. Нормальная (гауссовская) случайная величина является предельной для многих случайных величин. В теории надежности нормальное распределение применяется при оценке надежности элементов, подверженных действию старения и изнашивания, а также разрегулировки, т.е. при оценке постепенных отказов. Например, при изучении темы «Статистические ряды распределения и их характеристики» будущие инженеры-механики могут использовать опытные данные наработки предельного состояния капитально отремонтированных тракторов или опытные данные ресурса гильз цилиндров двигателя СМД-14-Т, а будущие энергетики взять данные суточного замера напряжения в электросети и т.д.

Преподаватель математики должен иметь навыки в применении различных методов ведения занятия (словесные, наглядные, проблемные, поисковые, деловые игры и т. д.), знать основные основополагающие установки (например, принципы доступности, индиивидуальности, единства обучения и т. д.). Преподаватель должен выбрать оптимальный объем излагаемого материала, форму организации и методы проведения учебных занятий. Основной формой учебной работы являются практические занятия. При этом на разных этапах учебного процесса в зависимости от характера излагаемого материала практические занятия различаются по своим целям, содержанию, методам обучения и условиям проведения. Важно лишь в процессе изложения материала органически связывать материал практического занятия с конкретными задачами производства. Каждое последующее практическое занятие должно быть логическим продолжением предыдущего. Преподаватель должен внедрять элементы проблемного обучения, чтобы развивать у студентов способность к анализу, пытливость и творческое отношение к изучению предмета. Занятия с элементами проблемного обучения предусматривают самостоятельную поисковую деятельность обучаемых, заставляют его видеть проблемную ситуацию, выдвигать гипотезу о путях его решения и проверять правильность решения проблемы. Различные формы занятий способствуют активизации учебного процесса, развивают у обучаемых наблюдательность, память, внимание, умение анализировать факты. Квалифицированно проведенное занятие не оставляет равнодушными обучающихся, вызывает у них эмоциональный подъем. Следует оптимально сочетать различные виды занятий и тем самым способствовать интенсификации учебного процесса.

Как отметил президент Н.А. Назарбаев, необходимо инновационное развитие системы образования. «Надо добиться того, чтобы наша молодёжь умела не только получать, но и создавать новые знания. Самым ценным знанием сегодня становится креативное мышление, умение перерабатывать знания, рождать новые решения, технологии и инновации. Для этого нужны новые методики, новые формы преподавания, новые специалисты» – пояснил он [2]. Подготовка студентов в высшем учебном заведении требует применения технологий обучения, обеспечивающих формирование профессионально компетентной, социально активной, творчески самостоятельной личности.

Одним из условий подготовки конкурентоспособного специалиста выступает компетентностный подход, «обеспечивающий формирование у студента высокого уровня научных знаний, а главной целью становится повышение роли самостоятельной работы как формы учебного процесса в высшей школе» [3]. При кредитной системе обучения много времени отводится на самостоятельную работу студента и самостоятельную работу студента под руководством преподавателя. Самостоятельная работа под непосредственным руководством преподавателя очень важна на младших курсах, на старших курсах студентов нужно приучать к планированию собственной деятельности. Самостоятельная работа способствует приобретению навыков самообразования, помогает привить студентам навыки научно-исследовательской работы, приучает самостоятельно работать с литературой. Студент сам осуществляет познание, а преподаватель лишь организует его познавательную деятельность. Знания, не подкрепленные самостоятельной деятельностью, не могут стать достоянием человека.

Важно у обучаемых формировать научно-исследовательские способности. Исследовательские способности реализуются через исследовательские знания и умения. «Исследовать – это означает подвергнуть научному изучению» (Савенков А.И.) [4]. Исследовательская деятельность студентов может быть выстроена на изучении различной литературы по данной тематике, умения структурирования материала, умения воспринимать различные точки зрения на развитие явлений, а также наблюдений, опыта, на основе которых обучаемые сравнивают, обобщают, делают выводы. Можно использовать как приём учебной деятельности распространенный метод «Дай определение» и «Сколько значений у предмета», что позволит диагностировать умения к обобщению и абстрагированию. Например, на занятиях по математике предложить студентам дать определение математического понятия. Понятие – одна из форм логического мышления. Понятием называют форму мысли, отражающую предметы в их существенных и обобщённых признаках. Чтобы дать определение, нужно: указать родовую принадлежность объекта, описать главные количественные и качественные признаки, указать его предназначение. Развитие исследовательских способностей студентов предполагает формирование умений по сравнению, сопоставлению, анализу, систематизации, классификации весьма большого массива информации. Классификация устанавливает определенный порядок. Она разбивает рассматриваемые объекты на группы, чтобы упорядочить рассматриваемую область, сделать ее обозримой. Не всякое деление классов определенного множества можно считать классификацией. Классификация придает мышлению строгость и точность. Эти процессы включают студентов в непрерывную поисковую и поисково-исследовательскую деятельность, формируют стремление к размышлению.

В индивидуальных домашних заданиях практиковать задачи исследовательского характера. Для менеджеров математика служит инструментом анализа, управления, помогает находить оптимальное решение. Реальные объекты слишком сложны, поэтому для их изучения создают математические модели: известная модель Леонтьева многоотраслевой экономики при изучении линейной алгебры. Модели должны быть доступны для изучения, поэтому они не должны быть слишком сложными. Задача по оптимальному размещению производственных предприятий может быть сведена к задаче распределения ресурсов согласно критерию минимизации с учетом условий целочисленности, накладываемых на переменные [5, 6]. Например, для будущих экономистов можно предложить такую задачу: В двух районах города предприниматель планирует построить три предприятия одинаковой мощности по выпуску хлебобулочных изделий, пользующихся спросом. Необходимо разместить предприятия таким образом, чтобы обеспечить минимальные суммарные затраты на их строительство и эксплуатацию, если даны значения функции затрат.

Процесс оптимизации лежит в основе всей инженерной деятельности, поскольку задача инженера заключаются в том, чтобы, с одной стороны, проектировать новые эффективные и менее дорогостоящие технические системы и, с другой стороны, разрабатывать методы повышения качества функционирования существующих систем. В задачу студента входит исследование математической модели, анализ и выявление характера влияния различных параметров на ход процесса. Например, задача оптимального выбора двигателя с учетом температуры и давления в конце впуска горючей смеси. Рассматриваются три вида двигателя, и критерием оптимизации является количество тепла, превращенного в эффективную работу. В процессе многовариантного анализа выявляется взаимное влияние параметров, происходит выбор наилучшего варианта. Студенты оперируют спецтерминами, также осуществляется межпредметная связь между дисциплинами. Задача для будущих инженеров-механиков: Тяговое сопротивление культиватора зависит от глубины хода лап и других составляющих сопротивления. Поставлен эксперимент, в котором одновременно замерялось тяговое сопротивление культиватора (Y, кг) и глубина хода лап (X, см). Нужно определить форму и тесноту связи между признаками. Будущие энергетики определяют зависимость стоимости подвески от сечения проводов. Задача установления формы связи между признаками очень сложная и для ее решения необходимо провести три вида анализа: табличный, графический и логический. После нахождения уравнения связи или уравнения регрессии Y на X определяют степень влияния факторного признака на результативный. Эта задача решается при помощи различных показателей тесноты связи, и нужно дать оценку значимости и надежности полученного коэффициента корреляции.

Необходимо развивать у обучающихся умение видеть проблему, умение выдвигать гипотезу, умение классифицировать, умение делать выводы и умозаключения, умение самостоятельно доказывать и защищать свои идеи. Большую роль в развитии исследовательских умений играет ознакомление студентов с методами научного исследования с учётом специфики специальностей. Любая познавательная деятельность при реализации принципа научности приближается к исследовательской. Активизация познавательной деятельности обучающихся во многом зависит от личностного развития самого обучаемого, которое определяется: типом и уровнем мотивации; наличием информационной культуры обучаемого; психологической готовностью к использованию информационных технологий.

Вывод

Применение компьютерных технологий в системе высшего образования является своеобразным полигоном, на котором обучающиеся могут отработать профессиональные навыки в условиях, приближенных к реальным. Сегодня уже трудно представить обучение без технологий мультимедиа, которые позволяют расширить область применения компьютеров в учебном процессе. Современные информационные технологии, повышая качество обучения и образования, позволяют человеку успешнее и быстрее адаптироваться к окружающей среде и происходящим социальным изменениям.

Тесная взаимосвязь традиционных и инновационных методов обучения способствует развитию у студентов творческого и критического мышления и получению глубоких знаний по изучаемой дисциплине. Хорошее, качественное образование является залогом успеха в будущем.

Список использованных источников

1. Государственная программа развития образования Республики Казахстана на 2011-2020 годы. – Астана, 2010. – URL: http://e.120-bal.ru/doc/37872/index.html.

2. Проект «Интеллектуальная нация-2020», Астана «Казахстан сегодня» 30.01.2008. – URL: http://mykonspekts.ru/2-48228.html.

3. Гончарук, Н.П. Педагогические условия формирования интеллектуальных умений студентов / Н.П. Гончарук // Вестник Казанского технологического университета, 2006. – № 6. – С. 217-221.

4. Савенков, А.И. Содержание и организация исследовательского обучения школьников / А.И. Савенков. – М., 2003. – 204 с.

5. Красс, М.С. Математика для экономистов / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2008. – 464 с.

6. Инновационные образовательные технологии как средство оптимизации профессиональной подготовки будущего специалиста / Н.Я. Сайгушев, П.Ю.Романов, О.А. Веденеева и др. // Современные проблемы науки и образования. – 2016. – № 5. – С. 241.

Материал поступил в редакцию: 27.03.2018
Материал принят к публикации: 02.05.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

SOME QUESTIONS OF TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES IN THE UNIVERSITY

Ryshchanova S.M.

Abstract. In the article some questions in the sphere of education are considered. Human capital: A professional qualification, education, intellectual potential is the main factor of the country's economic development. The main task of the university is the preparation of competitive specialists. The main aim of the higher educational institutions is the preparation of competitive specialists. Modern information technologies improving the quality of education allow a person to adapt more successfully and quickly to the environment and the ongoing social changes. The close interrelation of traditional and innovative teaching methods contributes to the development of creative and critical thinking of students and the acquisition of profound knowledge of the discipline under study. The article gives examples of assignments with engineering and technical content in conducting math classes for engineering professions and tasks of economic character for future economists.

Keywords: Competition, the quality of education, abilities, skills, professionalism, training, innovative technologies, mathematical models.

References

1. *Gosudarstvennaya programma razvitiya obrazovaniya Respubliki Kazahstana 2011-2020 godyi. Astana*. 2010. URL: http://e.120-bal.ru/doc/37872/index.html.
2. *Proekt «Intellektualnaya natsiya-2020*. Astana. URL: http://mykonspekts.ru/2-48228.html.
3. Goncharuk N.P. *Vestnik Kazanskogo tehnologicheskogo universiteta*, 2006, no. 6, pp. 217-221.
4. Savenkov A.I. *Soderzhanie i organizatsiya issledovatelskogo obucheniya shkolnikov*. Moscow. 2003.
5. Krass M.S. *Matematika dlya ekonomistov: ucheb. posobie*. Piter, Sankt-Piterburg, 2008.
6. Saygushev N.Ya., Romanov P.Yu., Vedeneeva O.A., Turaev R.R., Melehova Yu.B. *Sovremennyie problemyi nauki i obrazovaniya*, 2016, no. 5, pp. 241.

ОБ АВТОРАХ:

Рыщанова Сания Мухамедияровна – ст. преп. кафедры математики, Костанайский государственный университет имени А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Рыщанова, С.М. Некоторые вопросы преподавания математических дисциплин в вузе / С.М. Рыщанова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – № 2. – С. 24-29.

Ryshchanova S.M. (2018) Some questions of teaching mathematical disciplines in the university. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (2): 24-29.

МОДЕЛИРОВАНИЕ

MODELING

УДК: 536.21 https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-2-30-34

ПРИМЕНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НЕОДНОРОДНОГО ГРУНТА

Махамбетова Г.И.

Аннотация. Работа посвящена проблеме определения коэффициента теплопроводности по глубине участка земли многослойного грунта с помощью математического и компьютерного моделирования с учетом поверхности земли. Зная коэффициент теплопроводности, возможно определить геологический состав грунта. Коэффициент теплопроводности зависит от природы тела, его пористости, влажности, давления, температуры и других параметров. В статье рассмотрено уравнение теплопроводности – дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка. Для определения коэффициента теплопроводности многослойного грунта предлагается итерационный метод, суть которого заключается в нахождении по приближённому значению величины следующего приближения (являющегося более точным). Далее составляется и решается обратная задача. Вычисляется итерационный коэффициент и выполняется численный эксперимент. В работе показана динамика сходимости итерационного процесса.

Ключевые слова: коэффициент теплопроводности, итерационный метод.

Введение

Определение коэффициентов теплопроводности в почвах – чрезвычайно сложная задача. Решение зависит не только от технических трудностей экспериментального изучения, но и от методических, обусловленных сложной физической природой рассматриваемого явления. При строительстве дорог, зданий производители часто сталкиваются с проблемой определения геологического состава грунта на интересующем участке земли по глубине. Можно ли определять геологический состав грунта по глубине участка земли? Да, в частности, зная изменения коэффициента теплопроводности грунта по глубине, можно предсказать геологический состав грунта.

Постановка задачи

В работе изучается одномерная задача распространения тепла в грунте, так называемая задача Стефана. Пусть в области $Q=(0,H)\times(0,T)$ происходит распространение тепла под действием температуры окружающей среды, в нашем случае это – воздух. Многочисленными экспериментами [1-5] доказано, что распространение тепла в грунте можно описать уравнением теплопроводности

$$\gamma_0 C\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial\theta}{\partial z}\right). \quad (1)$$

На границе поверхности земли с воздухом справедлив закон сохранения энергии

$$\lambda\frac{\partial\theta}{\partial z}\bigg|_{z=H}+\alpha(\theta|_{z=H}-T_b)=0. \quad (2)$$

Установлено, что на определенной глубине земли ее температура остается постоянной величиной. Используя этот факт, определим граничное условие

$$\theta(0,t)=T_1=\text{const}. \quad (3)$$

В начальный момент времени при $t=0$ распространение температуры в грунте задается равенством

$$\theta(z,0)=\theta_0(z), 0\le z\le H. \quad (4)$$

Рассмотрим случай, когда от $z=0$ до $z=$ H грунт состоит из трех слоев. При переходе от одного слоя к другому температура и поток температуры остаются непрерывными:

$$\theta(z,t)|_{h_k} = 0, \left[\lambda \frac{\partial\theta}{\partial z}\right]_{h_k} = 0, k = 1; 2, \tag{5}$$

где h_k – координата границы перехода от одного слоя к другому слою. Для того чтобы определить коэффициент теплопроводности грунта, дополнительно задается значение температуры на поверхности земли

$$\theta(H,t) = \theta_g(t), 0 \le t \le T. \tag{6}$$

В системе (1)-(6) введены обозначения: λ – коэффициент теплопроводности грунта; t – независимая переменная по времени от 0 до T; z – независимая переменная по глубине от 0 до H; γ_0 – удельная масса грунта; C – коэффициент теплоемкости грунта; h_k– координата границы перехода в многослойном грунте от одного слоя к другому; α – коэффициент теплоотдачи в окружающую среду; T_b– температура окружающей среды.

Требуется определить коэффициент теплопроводности многослойного грунта. Методы решения обратных задач математической физики являются изученными и результаты представлены в монографиях [3-5], а методы решения прямой задачи распространения тепла и влаги в промерзающих грунтах – в работах [1-3]. Постановка и решение некоторых задач коэффициентной обратной задачи теплопроводности представлены в работах [2-5].

В работе из системы (1)-(6) получена сопряженная задача

$$\gamma_0 c \frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial\psi}{\partial z}\right) = 0; \tag{7}$$

$$\lambda \frac{\partial\psi}{\partial z}\bigg|_{z=H} + \alpha\psi|_{z=H} = -2\left(\theta(H,t) - \theta_g(t)\right);\ \psi(z,T) = 0;\ \psi(0,t) = 0; \tag{8}$$

$$[\psi]_{h_k} = 0, \left[\lambda \frac{\partial\psi}{\partial z}\right]_{h_k} = 0 \tag{9}$$

и интегральное равенство

$$2\int_0^T \delta\,\theta\left(\theta(H,t) - \theta_g(t)\right)dt = \int_0^T\int_0^H \delta\lambda \frac{\partial\theta^{n+1}}{\partial z}\frac{\partial\psi}{\partial z}dzdt. \tag{10}$$

Порядок итерационного процесса

Зададим начальное значение $\lambda_n(z)$. Следующее приближение $\lambda_{n+1}(z)$ определяется по формуле

$$\lambda_{n+1} - \lambda_n = -\beta_n \int_0^{\mathrm{T}} \frac{\partial\theta^n}{\partial z}\frac{\partial\psi^n}{\partial z}dt. \tag{11}$$

Лемма 1. Если $\theta_0(z) \in L_2(0,H)$, $T_b(t) \in L_2(0,T)$, то для решения задачи (1)–(5) имеет место оценка

$$\frac{1}{2}\int_0^H \gamma_0 c\theta^2 dz + \int_0^t\int_0^H \lambda_n \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^2 dzd\tau + \frac{\alpha}{2}\int_0^t \theta^2(H,\tau)d\tau \le C_1, \tag{10}$$

где

$$C_1 = \frac{1}{2}\int_0^H \gamma_0 c\theta_0^2(z)dz + \frac{\alpha}{2}\int_0^t T_b^2(\tau)d\tau.$$

Лемма 2. Если $\theta_0(z) \in L_2(0,H)$, $T_b(t) \in L_2(0,T)$, $T_g(t) \in L_2(0,T)$, то для решения задачи (1)-(5) имеет место оценка

$$\frac{1}{2}\int_0^H \gamma_0 c\psi^2 dz + \int_0^t\int_0^H \lambda_n\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2 dzd\tau + \frac{\alpha}{2}\int_0^t \psi^2(H,\tau)d\tau \le C_2, \quad (11)$$

где

$$C_2 = \frac{4}{\alpha}\int_0^T T_g^2(\tau)d\tau + \frac{8}{\alpha^2}C_1.$$

В каждом однородном слое многослойного грунта $\lambda_{n+1}(z) = const$. Поэтому, интегрируя (11) по z от 0 до h_1, получим

$$\lambda_{n+1}(h_k) - \lambda_n(h_k) = -\beta_n(h_k)\frac{1}{h_{k+1}-h_k}\int_{h_k}^{h_{k+1}} dz \int_0^T \frac{\partial\theta^n}{\partial z}\frac{\partial\psi^n}{\partial z}dt. \quad (12)$$

Применяя неравенство Коши по переменной t, получим

$$\lfloor\lambda_{n+1}(h_k) - \lambda_0(h_k)\rfloor \le \sum_n \beta_n(h_k)\frac{1}{h_{k+1}-h_k}\cdot A\cdot B\cdot\frac{1}{\lambda_n(h_k)}, \quad (13)$$

где

$$A = \sqrt{\int_0^T\int_{h_k}^{h_{k+1}} \lambda_n\left(\frac{\partial\theta^n}{\partial z}\right)^2 dz\,dt} \text{ и } B = \sqrt{\int_0^T\int_{h_k}^{h_{k+1}} \lambda_n\left(\frac{\partial\psi^n}{\partial z}\right)^2 dz\,dt}.$$

Из леммы 1 следует, что

$$\int_0^T\int_0^H \lambda_n\left(\frac{\partial\theta^n}{\partial z}\right)^2 dz\,dt \le C_1$$

и, в частности,

$$\int_0^T\int_{h_k}^{h_{k+1}} \lambda_n\left(\frac{\partial\theta^n}{\partial z}\right)^2 dz\,dt \le C_1.$$

Аналогично из леммы 2 следует неравенство

$$\int_0^T\int_{h_k}^{h_{k+1}} \lambda_n\left(\frac{\partial\psi^n}{\partial z}\right)^2 dz\,dt \le C_2.$$

Результаты вычислительного эксперимента

Для проверки достоверности полученных теоретических результатов проведен вычислительный эксперимент. Изучается однослойный грунт с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 0{,}657$ Вт/(м · К); коэффициентом теплоемкости $C = 2{,}01$ Дж/К; удельным весом $\gamma_0 = 1700$ кг/м^3; температура окружающей среды $T_b = 21°C$, толщина грунта 5 м; шаг по времени 0,5 ч; шаг по пространственной переменной 0,001 м. Результаты вычислительного эксперимента приведены на рис. 1 и 2. Результаты эксперимента показали, что приближенные значения коэффициента теплопроводности стремятся к точному значению коэффициента теплопроводности, в зависимость от количества итераций. Подтвердилась сходимость приближенного значения температуры грунта на поверхности земли к истинному значению, а также сходимость к нулю значений функционала при возрастании количества итерации. На основе полученных максимальных погрешностей построен график, на котором показано изменение погрешности предложенного итерационного метода в динамике.

Заключение

Анализируя полученные результаты и сравнивая с результатами, ранее полученными учеными, можно сделать следующие выводы:

– полученные результаты являются развитием теорий разностных схем и существенным шагом вперед в исследовании теорий тепло- и массопереноса;
– полученные результаты в силу их корректности с успехом могут быть реализованы на практических расчетах;
– сходимость, проверенная тестовыми примерами, указывает на достоверность полученных результатов и правильность теоретических предпосылок;
– результаты исследований в силу простоты и достоверности могут быть предложены для обучения студентов в университетах.

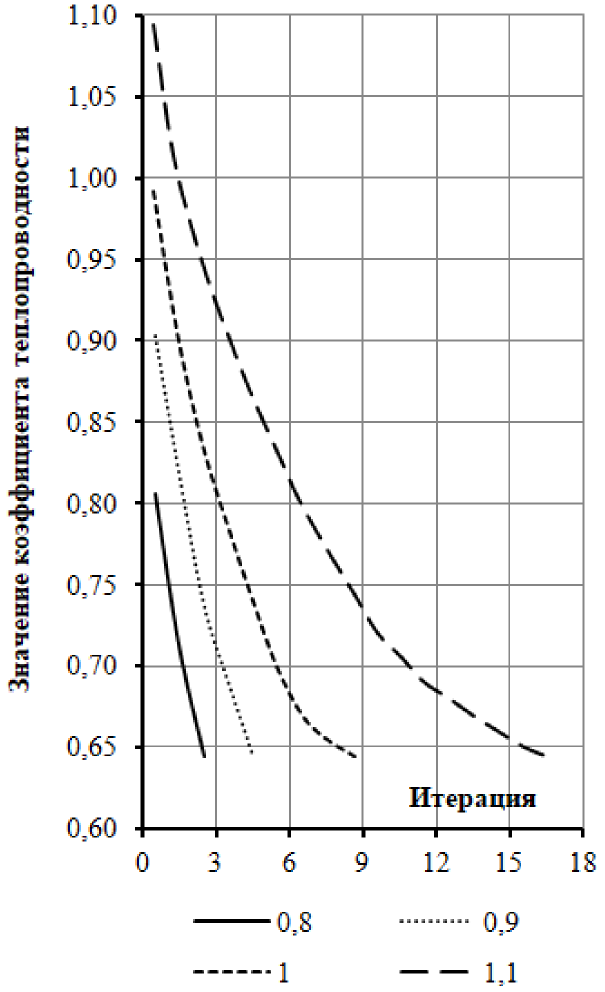


Рис. 1. Динамика сходимости итерационного процесса при различных начальных приближениях коэффициента теплопроводности

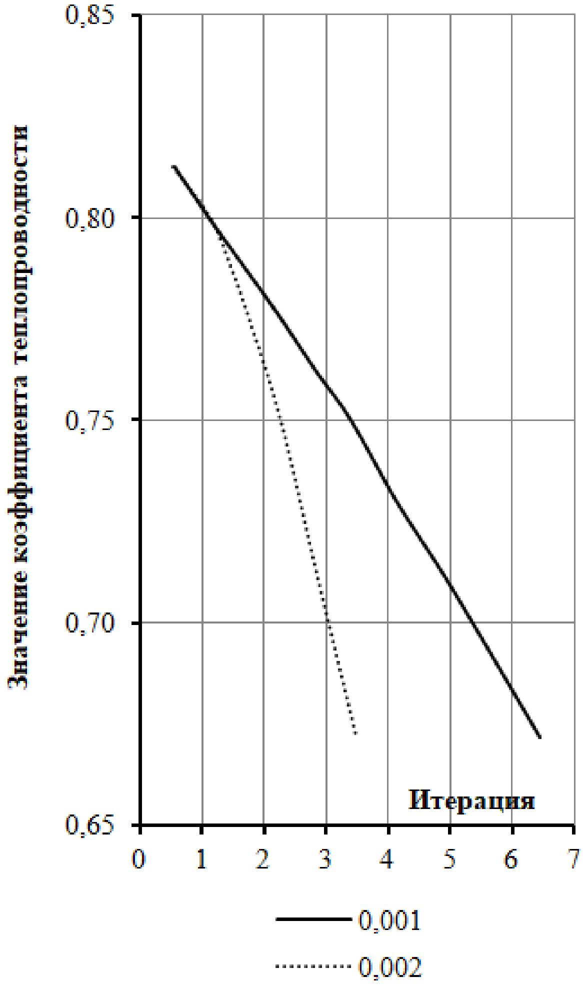


Рис. 2. Влияние итерационного коэффициента на скорость поиска при начальном приближении коэффициента теплопроводности 0,8 Вт/(К·м)

Список использованных источников

1. Чудновский, А.Ф. Теплообмен в дисперсных средах / А.Ф. Чудновский. – М.: Гостехиздат, 1954. – 444 с.
2. Мартынов, Г.А. Тепло- и влагоперенос в промерзающих и оттаивающих грунтах / Г.А. Мартынов // Основы геокриологии (мерзлотоведения). – М., 1959.
3. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена / О.М. Алифанов. – М.: Машиностроение, 1988. – 280 с.
4. Кабанихин, С.И. Обратные и некорректные задачи для гиперболических уравнений / С.И. Кабанихин, К.Т. Искаков. – Алматы, 2007. – 330 с.
5. Жумагулов, Б.Т. Сходимость разностной схемы для обобщенной задачи Стефана конвективного распространения влаги / Б.Т. Жумагулов, Б. Рысбайұлы, А.А. Адамов // Вестник НАН РК. – 2007. – №5. – С. 109-112.
6. Рысбайулы, Б. Разностная схема для обратной задачи кондуктивного распространения тепла в однородной среде / Б. Рысбайулы, Г.И. Махамбетова // Доклады НАН РК. – 2008. – №1. – С.11-13.
7. Махамбетова, Г.И. Один из итерационных методов определения коэффициента теплопроводности / Г.И. Махамбетова / Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании: сб. науч. тр. Междунар. науч.-практ. конф. – Одесса, 2011. – С.32-35.
8. Махамбетова, Г.И. Математические свойства итерационной схемы для определения коэффициента теплопроводности / Г.И. Махамбетова // Перспективные вопросы мировой науки: сб. науч. тр. VII Междунар. науч-практ. конф. – София, 2011. – С. 41-45.

Материал поступил в редакцию: 12.04.2018
Материал принят к публикации: 06.05.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

APPLICATION OF ITERATION METHODS DETERMINATION OF THERMAL CONDUCTIVITY OF HETEROGENEOUS SOIL

Makhambetova G.I.

Annotation. Work is sanctified to the problem of determination of coefficient of thermal conductivity on the depth of plot of land of multi-layered soil by means of mathematical and computer design, with data on a terrene. Knowing the coefficient of thermal conductivity, it is possible to determine the geological composition of the soil. The coefficient of thermal conductivity depends on nature of body, his porosity, humidity, pressure, temperature and other parameters. In this article equalization of thermal conductivity is considered through differential equalization in partials the second order. For determination of coefficient of thermal conductivity of multi-layered soil an iteration method essence of that consists in being by close value of size of the next approaching is offered (being more exact). A reverse task is further made and decides. An iteration coefficient is calculated and a numeral experiment is executed. The dynamics of convergence of iteration process is iteration process shown.

Keywords**:** thermal conductivity, iteration method.

References

1. Chudnovskiy A.F. *Teploobmen v dispersnyih sredah*. Gostehizdat. Moscow. 1954.
2. Martyinov, G.A. *Osnovyi geokriologii (merzlotovedeniya)*. Moscow. 1959.
3. Alifanov O.M. *Obratnyie zadachi teploobmena*. Mashinostroenie. Moscow. 1988.
4. Kabanihin S.I., Iskakov K.T. *Obratnyie i nekorrektnyie zadachi dlya giperbolicheskih uravneniy.* Almatyi, 2007.
5. Zhumagulov B.T., Ryisbay B., Adamov A.A. *Vestnik NAN RK,* 2007, no. 5, pp. 109-112.
6. Rysbajұly B., Mahambetova G.I. *Doklady NAN RK*, 2008,no. 1, pp.11-13.
7. Mahambetova G.I. *Sovremennye problemy i puti ih resheniya v nauke, transporte, proizvodstve i obrazovanii*: sb. nauch. tr. Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Odessa, 2011. S. …
8. Mahambetova G.I. *Perspektivnye voprosy mirovoj nauki:* sb. nauch. tr. VII Mezhdunar. nauch-prakt. konf. Sofiya, 2011. S. …

ОБ АВТОРАХ:

Махамбетова Гульшат Ибрахимовна - магистр технических наук, заместитель декана по учебной работе Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан. E-mail: gulshatb79@mail.ru

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Махамбетова, Г.И. Применение итерационного метода для определения коэффициента теплопроводности неоднородного грунта / Г.И. Махамбетова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №2. – С. 30-34.

Makhambetova G. I. (2018) Application of iteration methods determination of thermal conductivity of heterogeneous soil. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (2): 30-34.

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

DATA PROCESSING

УДК 004.93`11 https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-2-35-41

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИСТОГРАММ ЯРКОСТИ ПИКСЕЛЕЙ В ПРОЦЕССЕ РАСПОЗНАВАНИЯ

Аимбетова Д.Т., Муслимова А.З.

Аннотация. Предметом исследования данной статьи являлось применение формы гистограмм распределения яркости пикселей в качестве вектора признака для классификации изображений с лицами. В рамках задачи распознавания считается, что каждому образу ставится в соответствие единственное значение вектора признаков. Векторы образов содержат всю поддающуюся кодированию информацию об образе и рассматриваются в качестве точек *n*–мерного евклидова пространства. Классификация образов проводилась по критерию минимума расстояния между векторами. В статье также описывалось использование гистограмм яркости пикселей в стабилизации яркости изображения. Приведены результаты тестирования метода путем различных модификаций над вычислением гистограммы, результаты сравнения экспериментов распознавания для полной и составной гистограмм признаков. Полученные результаты подтверждают гипотезу использования яркостных гистограмм в качестве исходного вектора признаков. В свою очередь, сравнение двух схожих изображений, в которых имеются небольшие изменения в отдельных незначительных элементах сцены, может быть основано на применении гистограмм яркости, в которых эффективно подобран параметр уровней дискретизаций. В завершении статьи прилагается описание недостатков и преимуществ данного метода. Тестирование выполнялось над базой изображений лиц *Olivetti Research Laboratory*.

***Ключевые слова*:** идентификация, признаки образа, процесс распознавания, гистограмма распределения яркости, вычислительные технологии.

Введение

В настоящее время интеллектуализация методов обработки и анализа данных являются главными ориентирами вычислительных технологий «четвертого поколения». Всепроникающая компьютеризация обеспечивает разработку новых методов нулевого взаимодействия с компьютером, моделирующих интеллект человека. Главной задачей интерфейсов нового поколения является способность идентификации объектов. А одной из первых задач, послуживших развитию теории распознавания образов, была задача распознавания лица, где в качестве источника физического признака выступает лицо человека.

Концепция теории распознавания образов лежит в основе современных информационных систем, реализованных путём применения новейших компьютерных технологий [1]. Наиболее распространены системы распознавания, анализирующие зрительную информацию с физических объектов [2-4]. Нынешний уровень развития вычислительных технологий позволяет сочетать как подходы к описанию образов в системах распознавания, так и методы, участвующие в процессе распознавания. Главной целью разработчиков, работающих в этом направлении, является создание алгоритма системы распознавания для определения личности человека [5].

Как было доказано, еще в 1964 и 1965 гг. Вудро Уилсон Бледсоу с Хелен Чан и Чарльзом Биссоном, на процесс распознавания лиц огромное влияние оказывают видоизменения в освещении, ракурсе и мимике лица, а также биологическое старение. Поиски решения этого вопроса продлеваются путем измерения субъективных черт лица, таких как расстояние между глазами или положение и ширина носа и т.п. Измерения во многих задачах машинного зрения проводятся над яркостью изображения, резкие перепады которой часто соответствуют чертам лица – границам рта, глаз, бровей и носа.

В областях обработки изображений и машинного зрения немаловажную роль играют гистограммы распределения уровней яркостей цифрового изображения. Изображение представляет собой двумерную функцию $f(x,y)$, где x, y – координаты на плоскости, f – амплитуда в любой точке с парой координат (x, y) называется *интенсивностью* или *яркостью* цвета изображения в этой точке. Таким образом, если координаты x, y и величина амплитуды f принимают значения из дискретного множества, то говорят о *цифровом изображении* [6].

В математической статистике гистограмму рассматривают как функцию, приближающую плотность вероятности некоторого распределения (например, *распределения пикселей определенной яркости*), построенной на основе выборки из него. Гистограмма цифрового изображения представляет собой график, на котором указано число пикселей на каждом уровне интенсивности цвета, где интенсивность – это уровень концентрации цвета, то есть преобладание того или иного тона. Тональный диапазон изображений содержит определенное число пикселей во всех областях с глубиной цвета в 256 градаций. В цифровом мире большинство устройств оперируют 8-битовыми изображениями, следовательно, кодируется 256 различных состояний.

Использование гистограмм яркости пикселей в стабилизации яркости изображения

На процесс распознавания огромное влияние оказывает освещенность. При недостаточной освещенности появляется узкий смещенный диапазон яркости пикселей. Это часто встречается в темных изображениях и в изображениях, имеющих пересвет яркости пикселей. Большинство пикселей сконцентрировано в какой-то одной области, вместо того, чтобы занимать весь диапазон значений яркости от 0 до 255. К такому изображению применяется преобразование яркостей, компенсирующее нежелательный эффект. Другая причина освещенности изображения является более проблемной, в которой изображение состоит из пикселей самых темных тонов и самых светлых тонов, но, тем не менее, большинство пикселей концентрируется вокруг определенной яркости.

Исходя из определения гистограммы яркости пикселей, возможно численно оценить неравномерность освещения. И если в изображении имеется неправильный контраст, то можно применить к нему глобальное преобразование яркости – тональную коррекцию.

Преобразование яркости изображения описывается следующей функцией: $f^{-1}(y) = x$, где y – яркость пикселя на исходном изображении, а x – яркость пикселя после корреляции. Первую причину яркости изображения можно осилить с помощью линейной коррекции, где компенсацией узкого диапазона яркостей будет *линейное растяжение гистограммы*. Линейная коррекция – это преобразование, которое переводит самые темные пиксели в черные, а самые светлые в белые. Изображение становится более контрастным при «раздвиге» гистограммы. Но к изображению, в котором большая доля пикселей очень темная/светлая, метод линейной коррекции не подходит, так как минимальное значение пикселя в изображении будет равно нулю, а максимальное 255. После применения линейной коррекции получили то же самое изображение. В таком случае необходимо использовать нелинейную коррекцию значений яркости: гамма-коррекция, логарифмическая коррекция.

Однако существуют классы изображений, для которых линейное или нелинейное преобразование яркостных диапазонов не всегда эффективно. В первую очередь это касается изображений, градации яркостей которого занимают максимально возможный диапазон, а яркостной диапазон потенциально информативных участков изображения – небольшую часть диапазона. Для таких изображений рекомендуется применять метод кусочно-линейных или кусочно-нелинейных преобразований яркостных диапазонов [7].

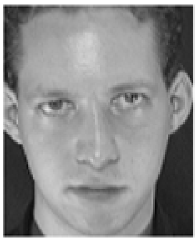
Вычисление гистограммы распределения значений яркости пикселей

В нахождении подобия между изображениями важным является *форма гистограммы*. Особенность формы заключается в том, что если исходное изображение будет повернуто на плоскости на любой угол или будет масштабировано по любой из оси, то форма остается одинаковой. Количество уровней дискретизации определяется параметром BIN. Параметр BIN разбивает гистограмму на x интервалов, после в каждом -ом элементе которой ведется подсчет количества пикселей, принадлежащих заданному интервалу с определенной яркостью. Элемент j гистограммы $H(j)$ строится из суммы количества пикселей, имеющих соответствующую яркость со значениями $j = 0, 1, \dots 255$.

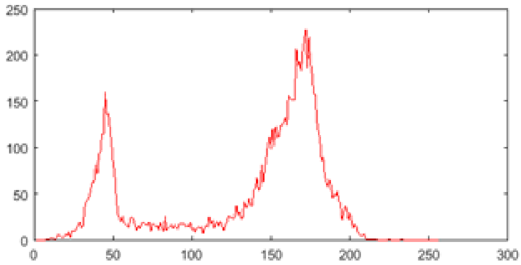
Вычисление яркостных признаков производится следующим образом:

$$H(x) = \sum_{j=(x-1)\frac{256}{BIN}}^{\left(x\frac{256}{BIN}\right)-1} H(j),\ x = 1, 2, \dots BIN. \qquad (1)$$

На рис. 1 изображен диапазон яркости пикселей, которые составляют изображение. Параметр *BIN*, как упоминалось ранее, предназначен для деления распределенной информации на j столбцов. Высота столбца характеризуется количеством пикселей, попавших в соответствующий интервал. В первом пике функции сконцентрированы основные пиксели, формирующие фон изображения. Ширина тонального диапазона также зависит от однородности фона. В максимальном пике, сформированном в конце гистограммы, концентрируются пиксели, относящиеся к объекту исследования (лицо), основная яркость которого фиксируется в точке ограниченного максимума. Высота функции распределения яркости зависит от однородности интенсивности цвета объекта. Малая доля пикселей, рассеянная в середине гистограммы, образуется наличием шума.



а)



б)

Рис. 1. Пример соответствия изображения и гистограммы:
а – исходное изображение лица; б –гистограмма распределения яркости

На рис. 2 представлена идентификация тестового образа № 10 первого класса тестовой базы *Olivetti Research Laboratory* (*ORL*). Процедура идентификации образа № 10 опирается на нахождение минимума расстояния между гистограммами эталонов всех классов, которые представлены в виде векторов – столбцов. В результате каждому классу изображений лиц сопоставляется некоторое множество векторов – столбцов образов. Признаковое пространство при этом разбивается на области, соответствующие классам, которые называют *кластерами* [8]. В результате всех этапов кластерного анализа создаются кластеры «похожих» образов. В качестве функции расстояния векторов образов, интерпретируемых как точки в евклидовом пространстве, можно использовать следующую евклидову метрику [7]:

$$d(x, y) = \|x - y\| = \|y - x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2}. \qquad (2)$$

В системе Matlab данную метрику можно описать следующим образом:

$$DIST(j) = sum\left(abs\big(HQF - BASE(:, j)\big)\right),$$

где HQF является гистограммой распределения яркости тестового образа: *BASE* – массив, состоящий из гистограмм эталонов каждого класса.

Тестирование метода распознавания изображений путем сопоставления форм гистограммы распределения значений яркости пикселей

Тестирование проводилось на базе изображений лиц ORL, параметры которой были приведены в статье [10]. В итоге тестирования наивысший результат распознавания (RR) равен 64%, при заданном количестве эталона L = 1 в каждом классе, с уровнем дискретизации BIN = 32; наивысший RR равен 72%, при заданном L = 3 с параметром *BIN* = 128; при заданном L = 5 наивысший результат 92,5% распознавания дал тест с параметром *BIN* =256. Можно сказать, что полученные вектора признаков отличаются от первичных (табл. 1) вследствие различной дискретизации распределения пикселей, составляющих изображение.

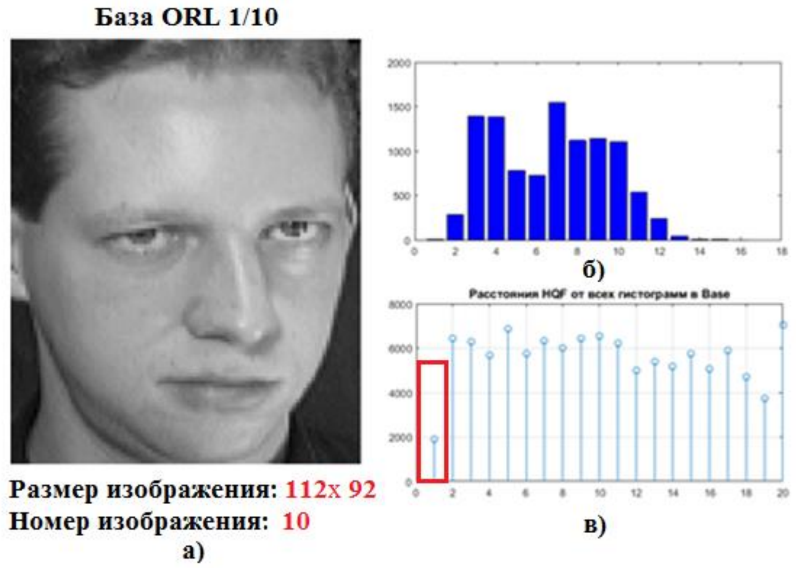


*Рис. 2. Изображение и гистограмма: а – изображение № 10, 1 класса;
б – гистограмма эталонного изображения №1 1 класса;
в – расстояние тестового образа (изображение №10, 1 класс) от образов,
хранящихся в базе эталонов всех классов*

Таблица 1

Зависимость результата распознавания для 40 классов от количества эталонов и уровней дискретизации гистограммы

Количество эталонов в классе	Количество эталонных/тестовых изображений в базе	BIN	Recognition result, %
1	40/360	16	58,3333
		32	64,1667
		64	60,8333
		128	60,8333
		256	61,1111
3	120/280	16	69,6429
		32	71,0714
		64	71,0714
		128	72,1429
		256	71,4286
5	200/200	16	91
		32	90,5
		64	91,5
		128	92
		256	92,5

Соответственно с этим меняется и значение минимального расстояния между векторами, а результат распознавания подвергается изменению. В заданиях распознавания изображений с лицами значения BIN выбирается в пределах от 8 до 64 [11].

Еще одной особенностью распознавания форм гистограмм изображений является то, что гистограммы двух семантически разных изображений могут быть подобными. Метод основан на представлении исходных изображений как совокупности строк и столбцов. Метод не требует предварительного уменьшения размеров исходных изображений, не является итерационным и прямо реализуется по двум направлениям координат, а именно по строкам и столбцам исходного изображения [10].

Для убеждения в том, что действительно на изображении представлено лицо, вычисляется вектор признаков для полной гистограммы всего изображения ($M \times N$) и сравнивается полученный вектор с вектором признаков для составной гистограммы ($M/2 \times N$, $M/2+1 \times N$). Если значение минимального расстояния двух гистограмм (составной и полной) совпадет, то это означает, что на изображениях представлено одно и то же лицо. Таким образом, можно предположить, что метод сравнения формы полученных гистограмм яркостей обладает семантической сегментацией. Гистограммы верхней и нижней половин лица по горизонтали вычисляется методом разбиения строк пополам (рис. 3). Далее вычисляются гистограммы значений яркости пикселей для каждой половины, после чего полученные гистограммы соединяют друг с другом в порядке следования половин и получают полную гистограмму исходного изображения.

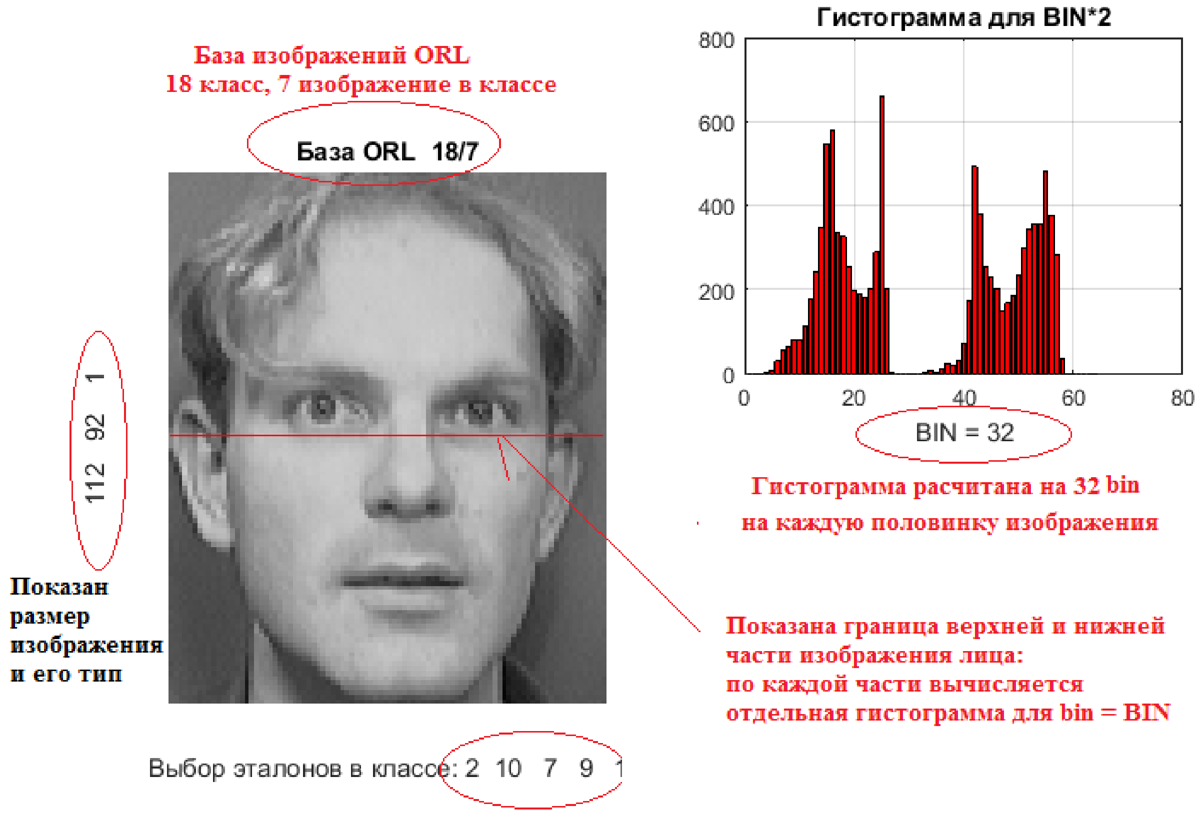


Рис. 3. Формы двух гистограмм верхней и нижней части изображения лица

Тестирование для полной и составной гистограмм показало лучшее качество распознавания. В табл. 2 представлены следующие данные: значение *BIN*, результаты распознавания для полного и составного методов, процентное улучшение результата распознавания с применением метода вычисления гистограммы верхней и нижней части изображения лица по отношению к результату распознавания форм полной гистограммы. Тест проводился с базой *ORL* для 40 классов, состоящих из 10 изображений, которые разделялись случайным выбором на 5 тестовых и 5 эталонных образов. По данными улучшения процента распознавания, представленным в третьей колонке табл. 2, метод выделения признаков на базе построения составных гистограмм имеет лучшие показатели качества распознавания.

Таблица 2

Сравнение результатов распознавания для полной и составной гистограмм признаков

BIN	Результаты распознавания, %		Улучшение распознавания, %
	Полная	Составная	
16	90 %	96 %	6 %
32	91 %	98 %	7 %
64	92 %	97 %	5 %
128	92 %	97 %	5 %
256	93 %	97 %	4 %

Заключение

Гистограммы распределения уровней яркости являются преобразованием изображения в многомерный вектор признаков, с помощью которого возможно сопоставить изображения на основе функций расстояний. Можно сказать, что принадлежность вектора тестового образа к конкретному классу определяется тем, что этот вектор находится ближе к векторам образов этого класса.

Таким образом, формы гистограмм яркости пикселей являются хорошими признаками для сопоставления изображений, так как обладают устойчивостью к небольшим деформациям, таким как поворот и масштабирование изображения. Преимущество метода распознавания с помощью гистограмм заключается в простоте вычислений. Недостаток метода: если два структурно- или текстурно-идентичных изображения будут иметь различную яркость, то формы данных изображений будут разными, так как гистограмма вычисляет распределение яркостей пикселей. Поэтому возникают искажения циклического сдвига и дополнительные искажения на границах гистограмм. Этот факт исключает возможность использования данного метода в процессах распознавания в условиях неконтролируемого освещения.

Список использованных источников

1. Жумагалиева, А.Ж. Построение математической модели распознавания образов. / А.Ж. Жумагалиева // Алматинская Академия Экономики и Статистики. – 2015. – Вып. 1 (56).
2. Денисенко О.А. Математическая теория распознавания образов, 2013.
3. Посохов, И.А. Технология обработки изображений заготовок на основе операций морфологического анализа / И.А. Посохов, О.С. Логунова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2011. – № 1-2. – С. 191-196.
4. Логунова, О.С. Оценка статистическими методами серного отпечатка поперечного темплета непрерывнолитой заготовки // О.С. Логунова, В.В. Павлов, Х.Х. Нуров // Электрометаллургия. – 2004. – №5. – С. 18-24.
5. Компьютерное зрение для развития биометрических технологий. Агентство инноваций и развития экономических и социальных проектов. – URL: https://www.innoros.ru/publications/foreign-innovations/16/ kompyuternoe-zrenie-dlya-razvitiya-biometricheskikh-tekhnologii.
6. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений в среде Matlab / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М.: Техносфера, 2006. – 621 с.
7. Обработка сигналов и изображений\Image processing toolbox. – URL: http://matlab.exponenta.ru/ imageprocess/book3/10/imadjust.php.
8. Чабан, Л.Н. Теория и алгоритмы распознавания образов: уч. пособие / Л.Н. Чабан. – М.: МИИГАиК, 2004. – 70с.
9. Гонсалес, Р. Принципы распознавания образов / Р. Гонсалес, Т. Дж. – М.; Мир, 1978. – 414 с.
10. Аимбетова, Д.Т. Распознавание изображений лиц для идентификации личности / Д.Т. Аимбетова, А.З. Муслимова, Б.Ж. Жарлыкасов // Актуальные научные исследования в современном мире. – 2017. – Вып. 12. – С.164-168.
11. Методы обработки и распознавание изображений лиц в задачах биометрии / Г.А. Кухарев в и др. – СПб.: Политехника, 2013. – 388 с.
12. Кухарев, Г.А. Методы представления и сравнения семантически разных классов изображений / Г.А. Кухарев, Н.Л. Щеголева // Бизнес-информатика. – 2013. – №4(26). – С.43-52.

Материал поступил в редакцию: 09.04.2018
Материал принят к публикации: 05.05.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

USE OF HISTOGRAMS OF BRIGHTNESS OF PIXELS IN THE COURSE OF RECOGNITION

Aimbetova D.T., Muslimova A.Z.

Annotation. Object of research of this article was application of the form of histograms of distribution of brightness of pixels as a sign vector for classification of images with persons. Within the task of recognition it is considered that to every image the unique value of a vector of signs is put in compliance. Vectors of images contain all information on an image striking to coding and are considered as n points – a measured Euclidean space. Classification of images was carried out by criterion of a minimum of distance between vectors. In article use of histograms of brightness of pixels in image brightness stabilizing was also described. Results of testing of a method by different modifications over computation of the histogram, results of comparing of experiments of recognition for complete and composite histograms of signs are given. Analyzing the received results confirm a hypothesis of use of brightness histograms as the initial vector of signs. In turn, comparing of two similar images in which there are little changes in separate insignificant elements of a scene can be based on application of the histogram of brightness in which the parameter of levels of samplings is picked effectively up. In completion of article the description of shortcomings and advantages of this method is attached. Testing was executed over a basis of images of the persons Olivetti Research Laboratory.

Keywords: identification, signs of an image, recognition process, histogram of distribution of brightness, computing technologies.

References

1. Zhumagalieva A.Zh. Postroenie matematicheskoy modeli raspoznavaniya obrazov. Almatinskaya Akademiya Ekonomiki i Statistiki. Vyip. 1 (56). 2015.
2. Denisenko O.A. *Matematicheskaya teoriya raspoznavaniya obrazov*, 2013.

3. Posohov I.A., Logunova O.S. *Matematicheskoe i programmnoe obespechenie sistem v promyishlennoy i sotsialnoy sferah*, 2011, no. 1-2, pp. 191-196.
4. Logunova O.S., Pavlov V.V., Nurov H.H. *Elektrometallurgiya*, 2004, no. 5, pp. 18 -24.
5. Kompyuternoe zrenie dlya razvitiya biometricheskih tehnologiy. Agentstvo innovatsiy i razvitiya ekono-micheskih i sotsialnyih proektov. URL: https://www.innoros.ru/publications/foreign-innovations/16/ kompyuternoe-zrenie-dlya-razvitiya-biometricheskikh-tekhnologii
6. Gonsale R., Vuds R., Eddins S. *Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy v srede Matlab*. Tehnosfera, Moscow. 2006.
7. *Obrabotka signalov i izobrazheniy\Image processing toolbox*. URL: http://matlab.exponenta.ru/ imageprocess/book3/10/imadjust.php
8. Chaban L N. *Teoriya i algoritmyi raspoznavaniya obrazov: uch. Posobie*/ MIIGAiK, Moscow. 2004.
9. Gonsales R. *Printsipyi raspoznavaniya obrazov*. Mir, Moscow. 1978.
10. Aimbetova D.T., Muslimova A.Z., Zharlyikasov B.Zh. *Aktualnyie nauchnyie issledovaniya v sovremennom mire*, 2017, Vol. 12, pp.164-168.
11. Kuharev G.A. I dr. *Metodyi obrabotki i raspoznavanie izobrazheniy lits v zadachah biometrii*. Politehnika, SPb. 2013.
12. Kuharev G.A., Schegoleva N.L. Biznes-informatika, 2013, no. 4(26), pp.43-52.

ОБ АВТОРАХ:

Аимбетова Диана Талгатовна – магистрант, Костанайский государственный университет имени А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан. E-mail: aimbetova-di94@mail.ru .

Муслимова Агима Зайнагатдиновна– канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрой информатики Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова, г.Костанай, Казахстан. E-mail: muslimova_agima@mail.ru.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Аимбетова, Д.Т. Использование гистограмм яркости пикселей в процессе распознавания / Д.Т. Аимбетова, А.З. Муслимова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №2. – С. 35-41.

Aimbetova D.T., Muslimova A.Z (2018) Use of histograms of brightness of pixels in the course of recognition. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (2): 35-41.

УДК 378.147 https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-2-42-48

О ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» В КАЗАХСТАНЕ

Даринов М.А., Жамбаева А.К.

Аннотация. Развитие общества на современном этапе характеризуется постоянно возрастающей ролью информационных и коммуникационных технологий во всех сферах деятельности человека. Эта тенденция способствует повышению адаптивности и мобильности, однако все чаще требует знания английского языка как международного источника обмена знанием и опытом реализации, что позволяет ориентироваться в новых технологиях сферы IT в мире. В связи с этим в последние годы в Казахстане делается упор на трехязычное образование. На сегодняшний день специалист в Казахстане должен знать государственный язык, наш казахский, второй - русский язык, это язык нашего большого соседа, и английский язык, который нужен для выхода на мировую арену. Программа полиязычного образования Казахстана подразумевает изучение некоторых дисциплин на государственном, русском и английских языках. В данной статье рассмотрены некоторые вопросы, затрагивающие преподавание вузовской дисциплины «Информационно-коммуникационные технологии» на английском языке. Указаны основные положения, требования к содержанию и порядок разработки учебно-методического комплекса дисциплины, рассмотрена одна из методик предметно-языкового интегрированного обучения и сопровождение учебных занятий с учетом обучения через призму иностранного языка.

Ключевые слова: информационно-коммуникационные технологии, учебно-методический комплекс, методика обучения, CLIL.

Введение

Процессы информатизации современного общества и тесно связанные с ними процессы информатизации всех форм образовательной деятельности характеризуются процессами совершенствования и массового распространения современных информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). А поэтапное внедрение трехязычного образования в Казахстане вносит и свои требования. Новые педагогические технологии применяются для передачи информации на нескольких языках и обеспечения взаимодействия преподавателя и обучаемого в современных системах открытого и дистанционного образования. Современный преподаватель должен не только обладать знаниями в области ИКТ, быть специалистом по их применению в своей профессиональной деятельности, но и свободно говорить на трех языках: казахском, русском и английском.

Программа полиязычного образования, внедряемая в Казахстане, является уникальной и подразумевает, в отличие от западных аналогов, параллельное и одновременное обучение на трех языках. «Триединство языков» – это изучение казахского языка как государственного, русского как языка межнационального общения и английского как языка успешной интеграции в глобальную экономику. Переход к трехъязычию осуществляется в рамках реализации 79 шага Плана Нации «100 шагов» и ГПРОН на 2016-2019 годы. Базовое содержание обновленного образования реализуется в рамках политики трехъязычного образования. Глава государства еще в 2004 году отмечал: «Я неоднократно говорил и не побоюсь повториться: новое поколение казахстанцев я хотел бы видеть трехъязычным – свободно владеющим казахским, русским, английским языками. В этом – один из залогов конкурентоспособности государства, экономики и нации» [1].

Информационно-коммуникационные технологии в образовании

Информационные и коммуникационные технологии по признанию специалистов являются одним из приоритетных направлений науки и техники, которые в XXI веке станут решающими, критическими. Под критическими понимают такие технологии, которые носят межотраслевой характер, создают существенные предпосылки для развития многих технологических областей или направлений исследований и разработок, дают в совокупности главный вклад в решение ключевых проблем развития и прогресса. В образовании роль критических, несомненно, принадлежит базовым информационным технологиям, т.е. таким, которые являются основой образовательных технологий, использующих средства информационно-вычислительной техники и в совокупности образующих технологическую инфраструктуру учебного заведения.

Критические образовательные технологии обеспечивают создание на основе инфраструктуры корпоративных телекоммуникационных сетей образовательных учреждений распределенных баз образовательных технологий, которые благодаря этой инфраструктуре могут использоваться в любом месте образовательного пространства, в том числе и в процессе реализации идеологии дистанционного образования. В этой связи важнейшими направлениями информатизации образования являются:

– реализация виртуальной информационно-образовательной среды на уровне учебного заведения, предусматривающая выполнение комплекса работ по созданию и обеспечению технологии его функционирования;

– системная интеграция информационных технологий в образовании, поддерживающих процессы обучения, научных исследований и организационного управления;

– построение и развитие единого образовательного информационного пространства.

По существу, речь идет о решении проблемы качественного изменения состояния всей информационной среды системы образования, о представлении новых возможностей как для опережающего, развивающего образования каждой личности, так и для роста совокупного общественного интеллекта. Основные цели построения единого информационного пространства в образовании связаны с предоставлением принципиально новых возможностей для познавательной творческой деятельности человека. Это может быть достигнуто благодаря современному информационному и техническому оснащению основных видов деятельности в образовании: учебной, педагогической, научно-исследовательской, организационно-управленческой, экспертной и др. Построение единого информационного пространства в образовании позволит добиться:

– повышения эффективности и качества процесса обучения;

– интенсификации процесса научных исследований в образовательных учреждениях;

– сокращения времени и улучшения условий для дополнительного образования и образования взрослых;

– повышения оперативности и эффективности управления отдельными образовательными учреждениями и системой образования в целом;

– интеграции национальных информационных образовательных систем в мировую сеть, что значительно облегчит доступ к международным информационным ресурсам в области образования, науки, культуры и в других сферах.

Целью создания единого информационного пространства в образовании является возможность освоения дисциплины ИКТ, изучение терминологических слов и выражений на трех языках, в том числе английском языке, относящихся к информационным и компьютерным технологиям; научить применять полученные знания на практике.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

– знать: английский язык на уровне *intermediate*;

– уметь: применять полученные навыки в профессиональной деятельности;

– владеть: навыками работы на английском языке; профессиональной лексикой на английском языке.

В связи с этим был поднят вопрос о новых подходах к формированию учебно-методического комплекса дисциплины (УМКД) с учетом новых веяний и требований, предъявляемых в высшей школе.

Основные положение об учебно-методическом комплексе дисциплины

Кредитная система обучения существенным образом меняет работу преподавателей, ставит их перед необходимостью постоянного самосовершенствования и самообучения, создания нового учебно-методического обеспечения учебного процесса, обеспечивая, прежде всего, более высокую качественную значимость самостоятельной работы студентов, уделив при этом серьезное внимание содержанию материала для аудиторной работы [2-4]. Организация и управление познавательной деятельностью студентов, особенно на аудиторных занятиях, предполагают специальный комплекс методических и дидактических разработок.

Учебно-методический комплекс (УМК) – это совокупность систематизированных материалов, необходимых для осуществления образовательного процесса, обеспечивающих успех обучающихся в познавательной, творческой, коммуникативной и других видах деятельности. УМК дисциплины направлен на решение следующих задач [5]:

– определение места и роли учебной дисциплины в образовательной программе конкретной специальности;
– реализация междисциплинарных логических связей образовательной программы;
– распределение учебного времени по темам и видам учебных занятий;
– организация самостоятельной работы обучающихся в аудиторное и внеаудиторное время;
– активизация познавательной и творческой деятельности обучающихся.

Соответственно, вопросами создания, опробования, совершенствования УМК дисциплин в педагогической и экспериментальной работах отводится значительное место. УМК является важным фактором укрепления и развития информационного пространства и ресурсного обеспечения всех звеньев и ветвей непрерывного образования.

УМК разрабатывается и формируется руководителем программы на основе Положения КГУ им. А. Байтурсынова П 062.081-2015, рассматривается на заседании кафедры и одобряется методическим советом факультета в соответствии с Государственным общеобязательным стандартом высшего образования от 23.08.2012 №1080, Государственным общеобязательным стандартом послевузовского образования от 23.08.2012 №1080, на основе типовых и учебных планов специальности. Бумажная копия УМКД формируется в отдельной папке и хранится на кафедре, электронная версия УМКД размещается в системе дистанционного обучения на сайте университета [5].

Современный УМК должен включать следующие структурные элементы:

– титульный лист;
– содержание;
– типовую учебную программу дисциплины (дисциплины обязательного компонента);
– учебную программу дисциплины;
– программу обучения по дисциплине (*Syllabus*) для обучающихся;
– карту учебно-методической обеспеченности дисциплины;
– лекционный комплекс (тезисы лекций, иллюстративный и раздаточный материал (по необходимости), список рекомендуемой литературы);
– планы практических (семинарских) занятий;
– методические рекомендации по изучению дисциплины;
– методические рекомендации и указания по типовым расчетам, выполнению расчетно-графических, лабораторных (студийных) работ, курсовых проектов (работ);
– материалы для самостоятельной работы обучающихся (иллюстративный и раздаточный материал (по необходимости), список рекомендуемой литературы, наборы текстов домашних заданий, материалы самоконтроля, задания по выполнению текущих видов работ, рефератов и других домашних заданий с указанием трудоемкости и литературы);
– материалы по контролю и оценке учебных достижений обучающихся (письменные контрольные задания, тестовые задания, вопросы к рубежным контролям, вопросы к экзаменам и др.);
– программное и мультимедийное сопровождение учебных занятий;
– перечень специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий (при необходимости).

При современной системе образования – кредитной технологии обучения следует тщательно проработать материалы для самостоятельного изучения, а современные информационные технологии позволяют разнообразить виды и средства обучения, таким образом, увеличивая эффективность самообразования.

Требования к содержанию и порядок разработки учебно-методического комплекса дисциплины

Проектирование УМК – это трудоёмкое и творческое дело, которое занимает довольно много времени. Содержание УМК должно опираться на современные достижения науки и образовательной практики и может реализовывать авторский подход к объекту изучения [4]. Компоненты УМК должны состоять из относительно независимых частей (модулей). Кроме теоретической части, каждый модуль должен содержать элементы самоконтроля или практических заданий, вопросы. В качестве отдельного модуля дисциплины может выступать специальный блок заданий и элементов контроля знаний по всему объему дисциплины.

На первом этапе разработки УМК педагог анализирует конкретные задачи обучения, воспитания и развития обучающихся, характер и объём информации, подлежащей усвоению, исходный уровень подготовки обучающихся. Важно также проанализировать содержание учебного материала, разделить его на логические порции (информационные компоненты) и обосновать логику разработки для каждого компонента соответствующей методики.

На втором этапе педагог приступает к разработке и созданию методических рекомендаций, подборке материалов по индивидуальному сопровождению развития обучающихся, разработке анкет, опросников, памяток для обучающихся и родителей, разработке сценариев массовых мероприятий и дел, игровых методик.

На третьем этапе совершенствования и развития УМК педагог создаёт учебные и методические пособия, пакет материалов, обеспечивающих индивидуальную поддержку обучающемуся в освоении образовательной программы, его социальном и профессиональном определении.

Каждый педагог вправе подойти к составлению УМК творчески, разработать его содержание по своему усмотрению, в соответствии с уровнем подготовки обучающихся и их образовательных потребностей. УМК может быть разработан отдельным педагогом или коллективом педагогов в зависимости от специфики структурного подразделения (студия, клуб) и вида дополнительной образовательной программы. УМК предназначен для решения полного круга задач, которые возникают в рамках образовательного процесса.

После создания УМК опробываются в учебном процессе, в ходе которого, анализируя результаты текущего контроля студентов, вносятся коррективы. После апробации на первом потоке студентов УМКД при необходимости корректируется, дополняется и утверждается, таким образом, постоянно совершенствуется [7].

Методика обучения дисциплины «Информационно-коммуникационные технологии» на английском языке

УМК «Информационно-коммуникационные технологии» на английском языке способствует организации учебного процесса с использованием методик предметно-языкового интегрированного обучения и межпредметных связей, а также в формировании нового интерактивного способа мышления, характерного для современного педагога, при интеграции научных знаний в теоретическом исследований и практической деятельности, в использовании различных источников информации для достижения наибольшей эффективности в изучении предмета.

Методика обучения *CLIL* (*Content Language Integrated Learning*) позволяет формировать ключевые компетентности, способствующие преподаванию дисциплины на английском языке, которая может оказать влияние на формирование необходимых компетенций у студентов технических, гуманитарных и других направлений в вузе [8]. Особенностью данной методики преподавания является то, что ведение урока осуществляется на двух языках (родном и иностранном), т.е. в различных учебных ситуациях используется язык, подходящий к данному этапу урока и цели обучения, При определении основных принципов методического подхода *CLIL* в европейских странах выделяется четыре основных аспекта, т.н. 4*C's*(*DoCoyle*, 2008 г.):

– *Content* (содержание) – это знания, умения, навыки предметной области – информатики, которые формируют информационную компетентность, т.е. способность и умение самостоятельно искать, анализировать, отбирать, обрабатывать и передавать необходимую информацию;

– *Communication* (общение) означает, что на уроке происходит обучение не иностранному языку, а обучение на языке, что обеспечивает прикладное применение знания иностранного языка; таким образом, обучающиеся используют иностранный язык при обучении, при этом изучая как им пользоваться. Данный аспект формирует коммуникативную компетентность,

т.к. развивает способность личности к речевому общению, умению слушать, задавать вопросы и четко формулировать ответы на них, внимательно слушать и активно обсуждать рассматриваемые проблемы, комментировать высказывания собеседников и давать им критическую оценку;
– *Cognition* (познание) осуществляет развитие познавательных и мыслительных способностей и способствует формированию образовательной компетентности, обеспечивающей успешную подготовку учащихся в одной или нескольких образовательных областях;
– *Culture* (культура) – аспект, способствующий развитию общекультурной компетентности, обеспечивающий владение языком культуры, способами познания мира, представление себя как части культуры, осознание и принятие альтернативных культур.

Интегрированное обучение предмету и языку в вузе представляет собой развивающуюся область теоретических и практических исследований, и единой установленной концепции того, как вуз должен реализовывать такое обучение, не существует. Каждое высшее учебное заведение имеет свою специфику, в зависимости от которой оно принимает решение о путях и методах обучения студентов на дополнительном/неродном для них языке. Одним из частных принципов интегрированного обучения предмету и языку является тройной фокус (обучение предмету, развитие речевой деятельности на английском языке, развитие умений учиться), безопасная и обогащающая учебная среда, аутентичность используемых материалов, активное обучение и сотрудничество [9, 10].

При использовании метода *CLIL* педагогу требуется выбрать материал для проведения занятия, определить его цель, выбрать формы организации обучения, методы и приемы, а также средства, адекватные поставленным целям. Преподаватели, ведущие предмет «Информационно-коммуникационные технологии» на английском языке и осуществляющие предметно-языковое обучение, должны владеть иностранным языком, при этом необходимо уделить особое внимание не только стилю речи, но и техническому английскому языку в сфере *IT* индустрии.

Сопровождение учебных занятий

Поддержка учебных занятий может осуществляться в различных формах, используя различные дидактические средства, в том числе образовательные электронные ресурсы. Они должны обеспечивать возможность иллюстрации излагаемого материала видеоизображением, анимационными роликами с аудиосопровождением, предоставлять педагогу средства демонстрации сложных явлений и процессов визуализации, создаваемых на лекции. Они расширяют образовательные горизонты и способствуют более быстрому усвоению студентами теоретического и практического материала по дисциплине «Информационно-коммуникационные технологии».

В связи со спецификой преподаваемой дисциплиной необходимо использование следующих средств:
– терминологический словарь технического английского языка в сфере ИКТ;
– видеолекция на английском языке с русскими субтитрами. Методом нелинейного монтажа она может быть дополнена мультимедиа приложениями, иллюстрирующими ее изложение. Такие дополнения не только обогащают содержание лекции, но и делают ее изложение более живым и привлекательным. Несомненным достоинством является возможность прослушать лекцию в любое удобное время, повторно обращаясь к наиболее трудным местам, в том числе и возможными затруднениями в правильном переводе технического языка;
– образовательные ресурсы. В связи с дифференциацией уровня знаний английского языка у студентов требуется разработка разноуровневых заданий. Таким образом, иногда возможно обратиться к зарубежным образовательным ресурсам для увеличения заинтересованности более сильных студентов в углубленном изучении отдельных тематик курса параллельно с текущим курсом.

Вывод

В заключение можно сказать, что преподавание курса «Информационно-коммуникационные технологии» на английском языке требует использования новых педагогических технологий и методик обучения, нахождения новых подходов к организации обучения, в том числе и формирования учебно-методических комплексов. Предметно-языковое интегрированное обучение (*CLIL*) предоставляет возможность преподавать учебный курс через иностранный язык (*teaching content through foreign language*), при этом происходит обратный процесс обучения иностранному языку через сам предмет (*teaching foreign language through content*). Данная методика вызывает большой интерес у преподавателей иностранных языков, а также у целого ряда педагогов, владеющих иностранным языком и преподающих свой профильный предмет в вузе. Таким образом, соединяя два направления, преподаватели-предметники способны обучать не только своему профильному предмету на иностранном языке, но также использовать важные средства обучения языку: преподавать грамматику, лексику, и др., включая в свой урок элементы коммуникативной методики обучения иностранному языку. Это помогает упростить и модернизировать учебную программу в вузе.

Список использованных источников

1. Закон Республики Казахстан «Об образовании» от 27.07.2007 г. № 389-1 (с изменениями и дополнениями по состоянию на 13.02.2012 г.). – URL: http://www.zakon.kz/141156-zakonrespubliki-kazakhstan-ot-27.html.

2. Государственный общеобязательный стандарт высшего образования. Утвержден постановлением Правительства Республики Казахстан от 23.08.2012 №1080. – URL: http://www.ektu.kz/MONRK/1080.pdf.

3. Королева, В.В. Оценка социального заказа на подготовку кадров в многоуровневой системе образования России / В.В. Королева, О.С. Логунова, П.П. Макарычев // Проблемы теории и практики управления. – 2010. – № 5. – С. 43-52.

4. Логунова, О.С. Информатика. Курс лекций / О.С. Логунова, Е.А. Ильина, И.И. Мацко. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2014. – 124 с.

5. Положение КГУ имени А.Байтурсынова П 062.081 – 2015. Формирование учебно-методического комплекса дисциплины. – URL: http://pandia.ru/text/80/572/28474.php.

6. Учебно-методический комплекс: модульная технология разработки: учеб.-метод. пособие / А.В. Макаров и др. – Мн.: РИВШ БГУ, 2001. – 118 с.

7. Попырина, Е. А. Компьютерный учебно-методический комплекс / Е. А. Попырина // Директор школы. – 2008. – № 2. – С.76-79.

8. Батурина, Н.В. Использование приемов, методов и моделей системы clil в процессе обучения английскому языку студентов бакалавриата / Н. В. Батурина, Ю. С. Руковишников, И. В. Батунова // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – Ч. 1. – № 10 (64). – С. 9-13.

9. Айжигулова, М.С. Методические рекомендации по разработке и ведению занятий по предметам «Физика», «Химия», «Биология», «Информатика» на английском языке. – URL: http://orleuastana.kz/kz/2017/11/01/metodicheskie-rekomendatsii-po-razrabotke-i-vedeniyu-zanyatij-po-predmetam-fizika-himiya-biologiya-informatika-na-anglijskom-yazy-ke/

10. Абдуразаков, М.М. Структура и содержание ИТ-компетентности учителя в сфере облачных технологий // Образовательное пространство в информационную эпоху (EEIA -2017) : сб. тр. междунар. науч.-практ. конф./ М.М. Абдуразаков и др. – М., 2017. – С.417-425.

Материал поступил в редакцию: 19.03.2018
Материал принят к публикации: 06.05.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

ON THE ISSUE OF TEACHING IN KAZAKHSTAN THE DISCIPLINE "INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES"

Darinov M.A., Zhambayeva A.K.

Abstract. The development of society at the present stage is characterized by the constantly increasing role of information and communication technologies in all spheres of human activity. This trend contributes to an increase in adaptability and mobility, but increasingly requires the knowledge of English as an international source of knowledge and experience exchange that allows you to orient yourself in new IT technologies in the world. In this regard, in recent years in Kazakhstan, emphasis has been placed on a trilingual education. To date, a specialist in Kazakhstan should know the state language, our Kazakh language, the second one is Russian, this is the language of our big neighbor, and the English language is needed to enter the world arena. The program of multilingual education in Kazakhstan implies the study of some disciplines in the state, Russian and English languages. This article discusses some issues affecting the teaching of the university discipline "Information and Communication Technologies" in English. The main provisions, requirements to the content and the procedure for the development of the educational and methodological complex of the discipline are indicated, one of the methodologies of the subject-language integrated learning and the accompaniment of the training sessions are considered, taking into account the learning through the prism of a foreign language.

Keywords: information and communication technologies, educational-methodical complex, method of teaching, CLIL.

References

1. *Zakon Respubliki Kazahstan «Ob obrazovanii» ot 27.07.2007 g*. # 389-1 (s izmeneniyami i dopolneniyami po sostoyaniyu na 13.02.2012 g.) – URL: http://www.zakon.kz/141156-zakonrespubliki-kazakhstan-ot-27.html.
2. *Gosudarstvennyiy obscheobyazatelnyiy standart vyisshego obrazovaniya*. Utverzhden postanovleniem Pravitelstva Respubliki Kazahstan ot 23.08.2012 #1080. – URL: http://www.ektu.kz/MONRK/1080.pdf.
3. Koroleva V.V., Logunova O.S., Makaryichev P.P. *Problemyi teorii i praktiki upravleniya*, 2010, no. 5, pp. 43-52.
4. Logunova O.S., Ilina E.A., Matsko I.I. *Informatika*. Kurs lektsiy. Magnitogorsk: Magnitogorsk. gos. tehn. un-t im. G.I. Nosova, (2014).
5. *Polozhenie KGU imeni A.Baytursyinova P 062.081-2015. Formirovanie uchebno-metodicheskogo kompleksa distsiplinyi*. – URL: http://pandia.ru/text/80/572/28474.php.
6. Makarov, A.V. *Uchebno-metodicheskiy kompleks: modulnaya tehnologiya razrabotki*: ucheb.-metodich. posobie. Mn. RIVSh BGU (2001).
7. Popyirina E.A. *Direktor shkolyi*. 2008, no.2, pp.76-79.
8. Baturina N.V., Rukovishnikov Yu.S., Batunova I.V. *Mezhdunarodnyiy nauchno-issledovatelskiy zhurnal*, 2017, Ch. 1, no. 10 (64), pp. 9-13.
9. Ayzhigulova M.S. *Metodicheskie rekomendatsii po razrabotke i vedeniyu zanyatiy po predmetam «Fizika», «Himiya», «Biologiya», «Informatika» na angliyskom yazyike*. – URL: http://orleuastana.kz/kz/2017/11/01/ metodicheskie-rekomendatsii-po-razrabotke-i-vedeniyu-zanyatij-po-predmetam-fizika-himiya-biologiya-informatika-na-anglijskom-yazy-ke/
10. Abdurazakov M.M., Aziev R.A., Romanov P.Yu., Sadyikova A.R. *Educational space in the information age (EEIA -2017)* : sb. tr. mezhdunar. nauch.-prakt. konf., pp. 417-425 (2017).

ОБ АВТОРАХ:

Даринов Мухамед Амангельдыұлы – студент, Костанайский государственный университет имени А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан. E-mail: darinov77@gmail.com.
Жамбаева Анара Куанышбековна – магистр естественных наук, ст. преп. кафедры информатика, Костанайский государственный университет имени А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан. E-mail: anara31455@gmail.com.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Даринов, М.А. О преподавании дисциплины «Информационно-коммуникационные технологии» в Казахстане / М.А. Даринов, А.К. Жамбаева // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №2. – С. 42-48.

Darinov M.A. and Zhambayeva A.K. (2018) ON the issue of teaching in kazakhstan the discipline "Information and communication technologies". Software of systems in the industrial and social fields, 6 (2): 42-48.

УДК 519.246.8 https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-2-49-52

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАВНИВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТОДОМ СКОЛЬЗЯЩИХ СРЕДНИХ

Утемисова А.А., Кунакбаев Т.М.

Аннотация. Решение задачи прогнозирования играет важнейшую роль в процессах как стратегического планирования, так и оперативного управления в различных сферах науки и техники. Прогнозирование временного ряда является одной из распространенных форм постановки задачи прогнозирования. Применение каких-либо из существующих в настоящее время математических моделей и методов прогнозирования временных рядов тесно связано со спецификой предметной области и классификацией прогнозируемого временного ряда. Рассматриваемый в настоящей работе класс временных рядов с регулярными периодическими компонентами является весьма распространенным, в частности, для предметных областей, в которых существенно влияние периодических факторов. Примерами таких рядов являются: курс валюты, различные макроэкономические показатели и т.д. В данной статье подробно рассмотрено применение метода скользящих средних для курса валюты доллара по отношению к казахстанской валюте и для спроса некоторого товара. Сделаны выводы о том, что помогает выявить общую тенденцию изменения параметров, усредняя максимальные и минимальные значения.

Ключевые слова: временные ряды, метод скользящих средних, сглаженный ряд, экономические процессы, прогнозирование.

Введение

Выявление закономерности развития и предвидение изменения будущей социально-экономической реальности является целью изучения любого общественного явления. Влияние на будущие процессы невозможно без учета истории их развития, т.е. их прошлого.

Исследование, учитывающее временной вектор, можно разбить на три этапа:

1) анализ фактических ретроспективных данных (данных за прошедший период времени);
2) прогнозирование дальнейшего развития явления;
3) сравнение прогнозируемых данных с фактически полученными и коррекция аналитических выводов о закономерностях развития явления.

Включение вектора времени в систему аналитических векторов, описывающих изучаемую систему, называется в статистике динамикой. Другими словами, статистическая наука под динамикой понимает изменение явления во времени [1]. Изменение явления отображается с помощью хронологически упорядоченных значений признака, характеризующих это явление в различные временные промежутки. Такое отображение в статистике принято называть рядом динамики, а отдельные значения признака – уровнями временного ряда.

В общем виде у экономического временного ряда есть ряд составляющих:

$$y_t = u_t + v_t + c_t + \varepsilon_t, \tag{1}$$

где u_t – тренд, плавно меняющаяся компонента, описывающая чистое влияние долговременных факторов, т.е. длительную тенденцию изменения признака; v_t – сезонная компонента, отражающая повторяемость экономических процессов в течение не очень длительного периода; c_t– циклическая компонента, отражающая повторяемость экономических процессов в течение длительных периодов; ε_t – случайная компонента, отражающая влияние неподдающихся учету и регистрации случайных факторов.

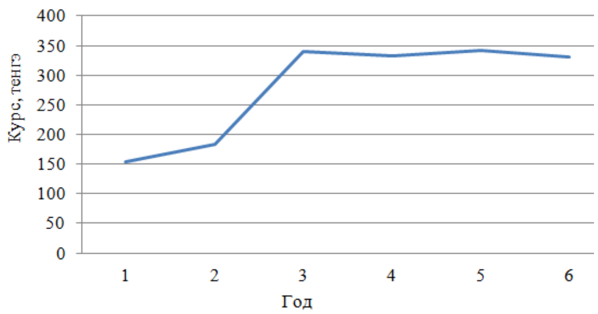


Рис.1. Динамика курса доллара

В отличие от ε_t первые три составляющие являются закономерными, неслучайными. Временной ряд является, таким образом, последовательностью наблюдений некоторого признака (случайной величины) Y в последовательные моменты времени. Примеров подобных данных можно встретить множество – котировки валют, объемы продаж, обращения клиентов, данные в различных прикладных науках (социология, метеорология, геология) и многое другое.

Применение метода скользящих средних

В качестве примера временного ряда в таблице 1 приведены декабрьские данные о курсе американской валюты (доллар) по отношению к казахстанской валюте тенге за последний шестилетний период начиная с 2013 года по 2017 год [2]. Для наглядности курс доллара представлен на рис. 1. Нужно отметить что, важнейшей классической задачей при исследовании экономических временных рядов является выявление и статистическая оценка основной тенденции развития изучаемого процесса и отклонений от нее.

Таблица 1

Курс американского доллара за шестилетний период

Год, t	1	2	3	4	5	6
Курс, y_t	153	183	340	333	341	332

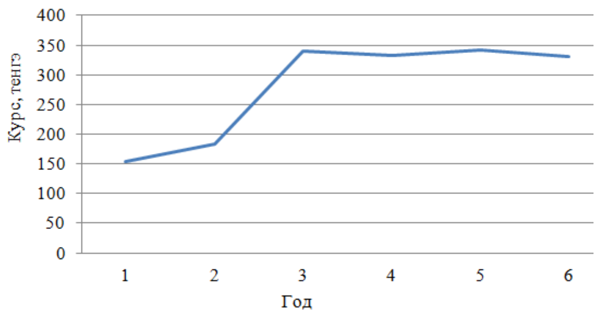


Рис.1. Динамика курса доллара

Одним из способов выявления тенденции экономического ряда является метод скользящих средних, в основу которого входит переход от начальных значений ряда к их средним значениям на интервале времени, длина которого определена заранее. Получаемый таким образом ряд скользящих средних ведет себя более гладко относительно исходного ряда из-за усреднения отклонений ряда.

Проведем сглаживание временного ряда по данным в табл. 1 методом скользящих средних, используя интервал сглаживания $m = 3$ года.

Скользящие средние находим по формуле

$$y_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i}{m}, \qquad (2)$$

при $m = (2p - 1)$ – нечетное число; при $m = 3$, $p = 1$.

Тогда при $t = 2$ по формуле (2): $\widetilde{y_2} = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3) = \frac{1}{3}(153 + 183 + 340) = 225{,}33$;

при $t = 3$: $\widetilde{y_3} = \frac{1}{3}(y_2 + y_3 + y_4) = \frac{1}{3}(183 + 340 + 333) = 285{,}33$;

при $t = 4$: $\widetilde{y_4} = \frac{1}{3}(y_3 + y_4 + y_5) = \frac{1}{3}(340 + 333 + 341) = 338$;

при $t = 5$: $\widetilde{y_5} = \frac{1}{3}(y_4 + y_5 + y_6) = \frac{1}{3}(333 + 341 + 332) = 335{,}33$.

В результате получим таблицу с усредненными значениями сглаженного ряда (табл.2).

Таблица 2

Скользящие средние курса доллара

Год, t	1	2	3	4	5	6
Курс, y_t	-	225,33	285,33	338	335,33	-

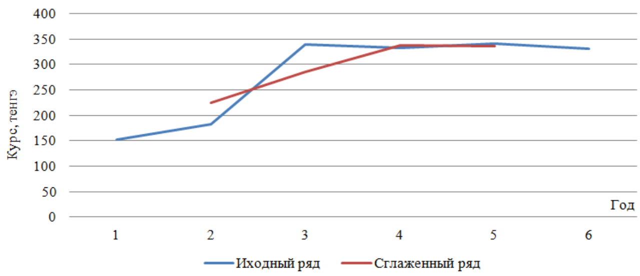


Рис.2. Сглаженный график курса доллара

Изобразим графически сглаженный ряд. На рис. 2 видна разница в двух графиках, а именно резкий, ломанный график исходного ряда и плавный сглаженный график. По обоим графикам можно сделать вывод, что курс доллара США за последние шесть лет имел тенденцию роста, но в последние два года оставался постоянным и держался в пределах 330.

Еще один пример сглаживания на примере табл. 3, в которой приведены данные [3], отражающие спрос на некоторый товар за восьмилетний период (усл. ед.), т.е. временной ряд спроса y_t.

Таблица 3

Данные спроса на некоторый товар за восьмилетний период

Год, t	1	2	3	4	5	6	7	8
Спрос, y_t	213	171	291	309	317	362	351	361

Проведем сглаживание временного ряда y_t по данным табл. 3 методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания $m = 3$ года. Скользящие средние находим по формуле:

$$\tilde{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{1+p} y_i}{m}, \quad (3)$$

где $m = 2p - 1$.

Например:

при $t = 2$ по формуле 3: $\tilde{y}_2 = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3) = \frac{1}{3}(213 + 171 + 291) = 225$ (ед);

при $t = 3$: $\tilde{y}_3 = \frac{1}{3}(y_2 + y_3 + y_4) = \frac{1}{3}(171 + 291 + 309) = 257$ (ед);

при $t = 4$: $\tilde{y}_4 = \frac{1}{3}(y_3 + y_4 + y_5) = \frac{1}{3}(291 + 309 + 317) = 305{,}7$ (ед);

при $t = 5$: $\tilde{y}_5 = \frac{1}{3}(y_4 + y_5 + y_6) = \frac{1}{3}(309 + 317 + 362) = 329{,}3$ (ед);

при $t = 6$: $\tilde{y}_6 = \frac{1}{3}(y_5 + y_6 + y_7) = \frac{1}{3}(317 + 362 + 351) = 343{,}3$ (ед);

при $t = 7$: $\tilde{y}_7 = \frac{1}{3}(y_6 + y_7 + y_8) = \frac{1}{3}(362 + 351 + 361) = 358{,}0$ (ед).

В результате получим сглаженный ряд, приведенный в табл.4.

Таблица 4

Значения сглаженного временного ряда

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$\tilde{y}_t$	–	225,0	257,0	305,7	329,3	343,3	358,0	–

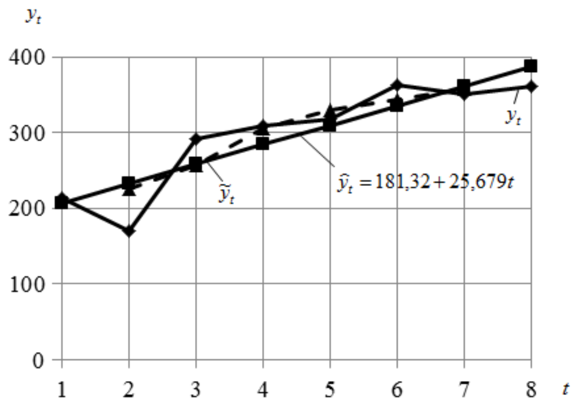


Рис. 3. Временной и сглаженный ряд по данным табл. 3 и табл. 4

На рис. 3 этот ряд изображен графически в виде пунктирной линии.

По данным скользящего временного ряда можно сделать вывод, что спрос на некоторый товар имеет тенденцию роста на протяжении восьми лет.

Вывод

В этой работе был освещен один из методов выявления тенденции временного ряда. Данный метод помогает выявить общую тенденцию поведения какого-либо значения, усредняя максимальные и минимальные значения. Помимо метода скользящих средних есть еще метод наименьших квадратов. Одна из основных задач временного ряда состоит в прогнозировании на его основе развития изучаемого процесса. При этом исходят из того, что тенденция развития, установленная в прошлом, может быть распространена на будущий период. Выявление тенденции – это один из этапов анализа временных рядов, дальнейшие этапы основываются на изучении тенденции временного ряда [4].

Список использованной литературы

1.Содержание и применение временных рядов в экономических исследованиях. – URL: http://www.refbank.ru/math/20/math20.html.

2.Курсы валют в Казахстане. – Режим доступа: http://kazfin.info/archive/
3.Кремер, Н.Ш. Эконометрика: учебник для вузов. – М.: Высшее образование, 2005. – 310 с.
4. Метод прогнозирования временных рядов с регулярными периодическими компонентами на основе модели периодически коррелированных случайных процессов. Научная библиотека диссертаций и авторефератов disserCat. – URL: http://www.dissercat.com/content/metod-prognozirovaniya-vremennykh-ryadov-s-regulyarnymi-periodicheskimi-komponentami-na-osno#ixzz5CvnoUctq.

Материал поступил в редакцию: 19.04.2018
Материал принят к публикации: 06.05.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

ANALYTICAL ALIGNMENT OF TIME SERIES METHOD OF SLIDING MEDIUM

Utemissova A.A., Kunakbayev T.M.

Abstract. The solution of the forecasting problem plays an important role in the processes of both strategic planning and operational management in various fields of science and technology. The prediction of the time series is one of the most widespread forms of setting the prediction problem. The application of any of the currently existing mathematical models and methods for predicting time series is closely related to the specific nature of the subject area and the classification of the predicted time series. The class of time series considered in this paper with regular periodic components is very common, in particular, for subject domains in which the influence of periodic factors is significant. Examples of such series are: the exchange rate, various macroeconomic indicators, etc. This article details the application of the moving average method for the exchange rate of the dollar against the Kazakhstan currency and for the demand of some goods. The conclusions are drawn that this method helps to reveal the general trends in the behavior of any value, averaging the maximum and minimum values.

Keywords: time series, moving average method, smoothed series, economic processes, forecasting.

References

1.*Soderzhaniye i primeneniye vremennykh ryadov v ekonomicheskikh issledovaniyakh*. – URL: http://www.refbank.ru/math/20/math20.html
2. Kursy valyut v Kazakhstane http://kazfin.info/archive/.
3.Kremer. N.Sh. *Ekonometrika: ucheb. dlya vuzov.* Vyssheye obrazovaniye, Moscow (2005).
4. *Metod prognozirovaniya vremennykh ryadov s regulyarnymi periodicheskimi komponentami na osnove modeli periodicheski korrelirovannykh sluchaynykh protsessov*. Nauchnaya biblioteka dissertatsiy i avtoreferatov disserCat – URL: http://www.dissercat.com/content/metod-prognozirovaniya-vremennykh-ryadov-s-regulyarnymi-periodicheskimi-komponentami-na-osno#ixzz5CvnoUctq.

ОБ АВТОРАХ:

Утемисова Анар Алтаевна (Utemissova Anar Altaevna) – канд. пед. наук, заведующий кафедрой математики Костанайского государственного университета им. А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан. E-mail: anar_utemisova@mail.ru
Кунакбаев Темирлан Медетович (Kunakbaev Temirlan Medetovich) – студент четвертого курса специальности 5В060100 – Математика, Костанайского государственного университета им. А.Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Утемисова, А.А. Аналитическое выравнивание временных рядов методом скользящих средних / А.А. Утемисова, Т.М. Кунакбаев // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №2. – С. 49-52.

Utemissova A.A. and Kunakbayev T.M. (2018) Analytical alignment of time series method of sliding medium, 6 (2): 49-52.

Уважаемые авторы!

Требования к оформлению работы. Статьи предоставляются в электронном виде в формате редактора Microsoft Word 2007 и выше. Объем статьи от 6 до 10 страниц. Превышение объема статьи возможно по согласованию с редакционной коллегий. Страницы не нумеруются. Рекомендуется материал систематизировать и обобщать в виде схем, таблиц и рисунков. Число авторов одной работы не должно превышать *пяти человек*. По тексту статьи необходимо выделить разделы, согласно модели IMRAD. ***Введение (Introduction)***, в котором отражается характеристика объекта, описание и степень разработки проблемы на основе критического анализа литературы (рекомендуется использовать от 10 до 30 источников), формулируется цель исследования. *Теоретические, экспериментальные, технические и технологические* ***методики (Methods)***, в которых приводится описание теоретических походов, математических моделей, алгоритмов, применяемых методов, экспериментальных исследований и материалов, технических и технологических разработок, оборудования. В статье, основанной на *теоретических исследованиях,* приводятся математические выкладки, доказательство воспроизводимости результатов и проверка адекватности результатов. В статье, основанной на *экспериментальных исследованиях,* описываются материалы и методы, использованные для получения результатов. Приводится общая схема и описание экспериментов. В *аналитических* статьях должны быть выявлены, сопоставлены и проанализированы наиболее важные и перспективные направления развития отрасли науки**,** событий и явлений по рассматриваемой тематике. *Результаты исследования и их обсуждение,* которые должны содержать результаты в виде таблиц, диаграмм и схем с короткими резюмирующими комментариями, их сопоставление с данными, полученными другими авторами. ***Заключение*** *и* ***обсуждение (Result and Discussion)*** (не более 1/3 страницы) должно **с**одержать оценку степени достижения цели исследования, вклад полученных результатов в область исследования, в том числе практическое применение результатов и рекомендации, перспективы развития рассматриваемой проблемы. *Библиографический список* должен содержать перечень источников, на которые указаны ссылки по тексту статьи. Библиографический список оформляется в соответствии с ГОСТ 7.1-2003. В библиографическом списке не допускается использования более 30 % работ авторов статьи и рекомендуется использовать не менее 30 % работ, опубликованных в зарубежных изданиях. Ссылки на источники по тексту статьи располагаются в порядке упоминания.
Стили и размер страницы. Размер страницы – А4. *УДК*: Times New Roman, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, выравнивание – по левому краю. *Заголовок статьи*: Times New Roman, полужирный, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 3 пт, выравнивание – по центру. Название статьи не должно превышать 15 слов. Не рекомендуется в названии статьи использовать сокращения и аббревиатуры. Название статьи приводится на русском и английском языках. *Фамилия авторов*: Times New Roman, курсив, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед – 0 пт и после – 3 пт, выравнивание – по центру. *Основной текст*: Times New Roman, обычный, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 1,25 см, отступы перед и после – 0 пт, выравнивание – по ширине. Буквы греческого и русского алфавита, цифры должны иметь начертание – обычное, латинского алфавита – курсив. *Стиль для структурированных подзаголовков*: Times New Roman, полужирный курсив, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 3 пт, выравнивание – по левому краю.
Оформление рисунков: размер рисунков не должен превышать размеров одной страницы; не допускается выполнение рисунков средствами MS Word и не допускается обтекание рисунков текстом. На все рисунки по тексту должны быть выполнены ссылки по шаблону – *рис. номер*; подпись рисунка строится по шаблону: *Рис. Номер. Наименование рисунка*. Все подписи ***на*** рисунке должны быть выполнены шрифтом Times New Roman, размером в 10 пт. При отображении блок-схем, схемы функционирования и работы программных продуктов следует руководствоваться ГОСТ 19.701-90.
Оформление таблиц. Перед таблицей должна быть выполнена ссылка по формату – *табл. номер*. Таблицы нумеруются, если их число более одной.
Оформление формул: формулы выполняются в редакторе формул (уравнение) Word 2007 и выше, выравниваются формулы по центру, по правому краю формула нумеруется в круглых скобках.
***Сведения об авторах*:** Times New Roman, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 0 пт, выравнивание – по ширине. Сведения об авторах включают: фамилия, имя, отчество авторов (на русском языке и транслитерация), ученая степень, звание, должность, полное название организации каждого автора, адрес электронной почты хотя бы одного из авторов.
Аннотация (от 150 до 250 слов). Включает гипотезу, цель, эксперименты и методы, основные результаты, применение результатов исследования промышленности (излагается в прошедшем времени). Представляется на русском и английском языках.
Ключевые слова: от 8 до 15 слов. Представляется на русском и английском языках.
Представление материалов:
Для опубликования статьи в журнале необходимо представить в электронном виде по e-mail: vtp.magtu@gmail.com основной текст статьи и сведения об авторах.
Страница журнала: http://ssi.magtu.ru/
Контактный тел.: 8(3519)298563 – Ильина Елена Александровна; 8(3519)066757 – Логунова Оксана Сергеевна.

Журналы ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»