

ISSN 2306-2053



*Математическое и
программное обеспечение
систем*

в промышленной и социальной сферах

М и ПОС

2018 Т. 6 № 1

Software of systems

in the industrial and social fields

SSI&SF

2018 Vol. 6 No. 1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИСТЕМ

в промышленной и социальной сферах

SOFTWARE OF SYSTEMS
in the industrial and social fields

2018. Т. 6, № 1

ISSN 2306-2053

Журнал представлен в информационной системе РИНЦ

Учредители:

«Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.И. Носова»
Закрытое акционерное общество
«КонсОМ СКС»

Founders:

Nosov Magnitogorsk State Technical University
KonsOM SKS

Основной целью издания является создание условий для представления результатов научных изысканий в области математики, информатики, вычислительной техники и управления, а также подготовке кадров высшей квалификации. При публикации предпочтение отдается статьям, представляющие результаты комплексных исследований, отражающих функциональные аспекты сферы деятельности, формализацию объекта исследования, результаты экспериментальных исследований, проектирование и разработку прикладного программного обеспечения.

The main focus of the edition is to create conditions for the presentation of the results of academic pursuits in the area of mathematics, informatics, computer engineering and control, and also in the preparation of highly qualified personnel. The preference is given to the articles, which are present the results of comprehensive research, in which the functional aspects of the focus of interest, formalization the object of research, the results of experimental research, designing and development the application program software are indicated.

Главный редактор:

Вдовин К.Н. – д-р техн. наук, проф.

Заместители главного редактора:

Логунова О.С. – д-р техн. наук, проф.

Ишметьев Е.Н. – д-р техн. наук

Ячиков И.М. – д-р техн. наук, проф.

Ответственный редактор:

Ильина Е.А. – канд. пед. наук

Редакционная коллегия:

Шварцкопф А. – канд. техн. наук

Левин Б.А. – канд. техн. наук

Дмитриенко В.Д. – д-р техн. наук, проф.

Каландаров П.И. – д-р техн. наук, проф.

Макарычев П.П. – д-р техн. наук, проф.

Спирин Н.А. – д-р техн. наук, проф.

Юмагулов М.Г. – д-р ф-м. наук, проф.

Сердюк А.И. – д-р техн. наук, проф.

Романов П.Ю. – д-р пед. наук, проф.

Editor-in-Chief :

Vdovin K.N. – Magnitogorsk, Russia

Deputy Editor-in-Chief:

Logunova O.S. – Magnitogorsk, Russia

Ishmet'ev E.N. – Magnitogorsk, Russia

Jachikov I.M. – Magnitogorsk, Russia

Responsibility editor:

Ilina E.A. – Magnitogorsk, Russia

Editorial Council:

Schwarzkopf A. – Germany

Levin B. – Jaffa, Israel

Dmitrienko V.D. – Kharkov, Ukraine

Qalandars P.I. – Tashkent, Uzbekistan

Makarychev P.P. – Penza, Russia

Spirin N.A. – Ekaterinburg, Russia

Yumagulov M.G. – Ufa, Russia

Serduk A.I. – Orenburg, Russia

Romanov P.Yu. – Magnitogorsk, Russia.

Адрес редакции: 455000, г. Магнитогорск,
пр. Ленина, д. 38, Тел.: 8(3519)220317.

E-mail: vtp.magtu@gmail.com.

Страница журнала: <http://www.http://ssi.magtu.ru>

Editorial office: 38, pr. Lenin, city of Magnitogorsk,
455000, Russia. Phone: 8(3519)220317.

E-mail: vtp.magtu@gmail.com.

URL: <http://www.http://ssi.magtu.ru>

Отпечатан на полиграфическом участке МГТУ
им. Г.И. Носова, 455000, г. Магнитогорск,
пр. Ленина, д.38. Выход в свет 12.04.2018.
Заказ 200. Тираж 500 экз. Цена свободная.

Printed by the NMSTU printing section, 38, pr. Lenin,
city of Magnitogorsk, 455000, Russia. Publication date
12.04.2018. Order 200. Circulation: 500. Open price.

Содержание

Математика.....	2
<i>Смирнова Л.В., Кинзина И.И.</i> Единственность решения обратной задачи Борга-Левинсона на N-мерном параллелепипеде	2
<i>Попов И.П.</i> Об одном способе восстановления функции по ее градиенту.....	8
Обработка информации.....	12
<i>Логанова О.С., Леднов А.В., Шилов Р.Э., Муслимов М.Б., Байбулатов Ф.Р.</i> Сегментация изображения пенного продукта флотации: обоснование замены пузырька их бликами	12
<i>Утемисова А.А., Романов П.Ю.</i> Некоторые методы построения кривых Безье	20
<i>Анисимов А.Л., Бондаренко Т.А., Каменева Г.А.</i> О разработке электронных средств обучения.....	25
Цифровое искусство	33
<i>Титова С.А.</i> Цифровые технологии дизайн-проектирования одежды в образовательном процессе.....	33
Краткие сообщения	38
<i>Малков А.В., Гафуров М.Р., Логанова О.С.</i> О распознавании мгновенных изображений в видеопотоке	38
<i>Липчевская К.С., Ильина Е.А.</i> Об обратной связи при работе с портфолио	39
<i>Охотниченко А.В., Сибилева Н.С.</i> Проектирование лексического анализатора для интерактивного конструктора задачи многокритериальной оптимизации	40

Contents

Mathematics	2
<i>Smirnova L.V., Kinzina I.I.</i> Uniqueness of solution of Borg-Levinson inverse problem on N-dimensional parallelepiped.....	7
<i>Popov I.P.</i> A method of recovery of functions from its gradient	10
Data processing	12
<i>Logunova O.S., Lednov A.V., Shilov R.E., Muslimov M.B. and Baybulatov F.R.</i> Segmentation of the image of the foam product of flotation: substantiation for replacement of the bubble of their glares.....	18
<i>Utemisova A.A., Romanov P. Yu.</i> Some methods for constructing Bézier curves	23
<i>Anisimov A.A., Bondarenko T.A., Kameneva U.F.</i> On the development of electronic means of teaching	31
Digital Art	33
<i>Titova S.A.</i> Digital technologies design-designing clothes in the educational process	36

УДК 517.946

<https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-1-2-7>

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ БОРГА-ЛЕВИНСОНА НА N-МЕРНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

Смирнова Л.В., Кинзина И.И.

Аннотация. В работе используется общая теория эллиптических уравнений. Основным в исследовании является резольвентный метод. Найдены условия единственности восстановления потенциала в обратной задаче для задачи Борга-Левинсона с краевыми условиями Робена, рассматриваемой на N – мерном параллелепипеде, если известен характер асимптотического разложения собственных чисел. Этот результат согласуется с результатом, полученным ранее для задачи с краевыми условиями Неймана. Доказанная теорема может быть использована при решении обратных задач спектрального анализа, а также в разработке методик их численных решений.

Ключевые слова: эллиптические операторы, спектральная теория, обратные задачи, теорема единственности, резольвентный метод, собственные числа.

Введение

Обратные задачи спектрального анализа – задачи восстановления оператора по его известным спектральным характеристикам. Под спектральными характеристиками понимаются спектры при различных граничных условиях, спектральная функция, данные рассеяния и так далее. Главная идея практических приложений обратных задач следующая: информацию об интересующих неизвестных физических величинах получаем по другим, уже известным, величинам или по величинам, которые поддаются измерению. В качестве примера рассмотрим обратную задачу рассеяния на потенциале. Здесь представляет интерес потенциал $q(x)$ уравнения Шрёдингера, а измеряемой величиной является амплитуда рассеяния. Решение некоторых задач квантовой механики приводит к решению обратных задач спектрального анализа. Например, определение внутриатомных сил по заданным уровням энергии. Здесь уровни энергии и будут спектром, который может быть вычислен экспериментально.

В 1929 году появились самые первые работы в этой области. В.А. Амбарцумян доказал следующее утверждение:

Утверждение: Пусть $\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ собственные числа задачи Штурма-Лиувилля $-y'' + q(x)y = \lambda y, 0 \leq x \leq \pi, y'(0) = y'(\pi) = 0$,

где $q(x)$ – непрерывная действительная функция. Если $\lambda_n = n^2, n = 1; \infty$, то $q(x) \equiv 0$.

Следовательно, можно утверждать, что В.А. Амбарцумян впервые поставил обратную спектральную задачу [1]. И в первоначальной постановке обратная задача заключается в том, чтобы по спектру определить оператор. Обратную спектральную задачу для оператора Лапласа с потенциалом впервые поставил Ю.М. Березанский. Он опубликовал результаты исследований для обратной спектральной задачи в трёхмерном пространстве в 1958 году [2]. В работе Березанского Ю.М. рассматривается уравнение, заданное на конечной или бесконечной ограниченной области G трёхмерного пространства:

$$-\Delta u + c(p)u = \lambda u, \text{Im } c(p) = 0$$

с граничным условием

$$\frac{\partial u}{\partial n} + \sigma(p)u = 0,$$

где $\sigma(p)$ – непрерывная вещественная функция точки p на границе Γ области G . Было доказано, что спектральная функция $\vartheta(p, q, \lambda), p, q \in I, -\infty < \lambda < \infty$, однозначно определяет коэффициент $c(p)$ в классе кусочно-аналитических коэффициентов, а также граничное условие на некоторой части границы Γ , т.е. функцию $\sigma(p)$. Следовательно, Березанский Ю.М. устанавливает связь между решением многомерной обратной задачи и спектральной функцией этой задачи. Там же он подчёркивает, что так и не удалось получить «эффективный» способ восстановления потенциала. Проблемы численных методов решения спектральных задач были рассмотрены в работах [5-7].

Представляемая работа посвящена проблеме восстановления потенциала в многомерной обратной задаче Борга-Левинсона с краевыми условиями 3-го рода. В [3] доказано, что в обратной задаче Борга-Левинсона с краевыми условиями 1-го рода без ущерба в восстановлении потенциала можно не учитывать любое конечное число спектральных объектов. Задача рассматривалась в ограниченной N -мерной области Ω с границей S класса C^∞ . Этот вывод был основан на результатах, опубликованных в [4]. В работах [8-12] доказано, что при некоторых условиях бесконечное число спектральных объектов можно опустить или можно задать спектральные объекты в задаче Борга-Левинсона с краевыми условиями Дирихле не точно. В статье, рассматривая задачу Борга-Левинсона с краевыми условиями Робина на N -мерном параллелепипеде, улучшается результат, изложенный в работе [9], ослабляются требования, которые наложены на бесконечное число точек спектра, не оказывающие влияние на восстановление потенциала.

Методики

Пусть Ω – N -мерный параллелепипед с поверхностью S . Для действительной функции $\delta \in C^2(S)$, $\delta(x) \leq 0$, и действительных функций $q_j \in C^2(\overline{\Omega})$ при $j = 1, 2$ рассмотрим краевые задачи Робина:

$$\begin{cases} -\Delta u(x) + q_j(x)u(x) = \lambda u(x), x \in \Omega; \\ \left[\frac{\partial u}{\partial \nu} - \delta u \right]_S = 0, \end{cases}$$

где ν – внутренняя нормаль к S ; λ – спектральный параметр. Решением краевых задач Робина будем считать функции из $C^2(\overline{\Omega})$, которые соответственно удовлетворяют всюду на $\overline{\Omega}$ каждой из них.

Известно, что рассматриваемая задача для каждого j имеет не более счетного числа собственных значений $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$, каждое из которых имеет конечную кратность [13]. Пусть $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \mu_3 \leq \dots$ – собственные числа этой краевой задачи, взятые с учетом кратности, а $u_t(q_j)$ – соответствующие им собственные ортонормированные в $L_2(\overline{\Omega})$ функции, возможность выбора которых следует из теоремы Гильберта-Шмидта. В случае кратных собственных чисел есть определённый произвол в выборе ортонормированных функций.

Введем оператор Дирихле $D: L_2(S) \rightarrow L_2(S)$, задаваемый равенством $D(\lambda, q_0)f = V_j|_S$, где $f \in L_2(S)$, а функции $V_j \in C^2(\overline{\Omega})$, рассматриваемые как элементы из $L_2(\overline{\Omega})$, являются решениями задач Робина при $\lambda \in C, \lambda \neq \mu_t(q_j), t = \overline{1, \infty}$:

$$\begin{cases} -\Delta V(x) + q_j(x)V(x) = \lambda V(x), x \in \Omega; \\ \left[\frac{\partial V}{\partial \nu} - \delta V \right]_S = \frac{\partial f}{\partial \nu} - \delta f. \end{cases}$$

Определим функцию рассеяния

$$F(\lambda, \omega, \theta; q_j; \delta) = \int_S \left(D(\lambda, q_j) \left(\frac{\partial \varphi_{\lambda, \omega}}{\partial \nu} - \delta \varphi_{\lambda, \omega} \right) \right) (x) \overline{\frac{\partial \varphi_{\lambda, -\theta}}{\partial \nu}}(x) dS_x,$$

где i – мнимая единица; S_x – элемент площади поверхности; $\varphi_{\lambda, \omega}(x) = \exp(i\sqrt{\lambda}\omega x)$; $\lambda \in C/(-\infty; 0)$; $\omega, \theta \in S^{n-1}$; $\omega x = \sum_{k=1}^n \omega_k x_k$.

Можно показать, что

$$\begin{aligned} F(\lambda, \omega, \theta; q_j) = & -\frac{\lambda}{2}(\theta - \omega)^2 \int_{\Omega} \exp\{-i\sqrt{\lambda}(\theta - \omega)x\} dx + \int_{\Omega} \exp\{-i\sqrt{\lambda}(\theta - \omega)q_j(x)\} dx - \\ & - \int_S \delta(x)(-\Delta + q - \lambda)^{-1}(q_j \varphi_{\lambda, \omega})(x) \overline{\varphi_{\lambda, -\theta}(x)} dS_x - \end{aligned}$$

$$-\int_S q_j(x)(-\Delta + q - \lambda)^{-1}(q_j \varphi_{\lambda, \omega})(x) \overline{\varphi_{\lambda, -\theta}(x)} dx.$$

Пусть $\xi \in R^n$ при $\xi \neq 0$ – произвольный фиксированный вектор. Выберем $\eta \in R^n$, $|\eta| = 1$, так, чтобы η был ортогонален ξ .

Зададим для достаточно большого натурального параметра n следующие последовательности:

$$c_n = \left(1 - \frac{|\xi|^2}{4n^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \theta_n = c_n \eta + \frac{\xi}{2n}, \omega_n = c_n \eta - \frac{\xi}{2n}, l_n = (n + i)^2.$$

Нетрудно увидеть, что в этом случае будут справедливы предельные соотношения:

$$\sqrt{l_n}(\theta_n - \omega_n) \rightarrow \xi \text{ при } n \rightarrow \infty; \operatorname{Im} l_n \rightarrow \infty \text{ при } n \rightarrow \infty;$$

$$\operatorname{Im} \sqrt{l_n} \cdot \theta_n, \operatorname{Im} \sqrt{l_n} \cdot \omega_n \text{ ограничены при } n \rightarrow \infty,$$

где Im – мнимая часть числа. Тогда, учитывая то, что при $n \rightarrow \infty$

$$\langle \delta R(l_n)(q \varphi_{\lambda, \omega}), \overline{\varphi_{\lambda, -\theta}} \rangle + \langle q R(l_n)(q \varphi_{\lambda, \omega}), \overline{\varphi_{\lambda, -\theta}} \rangle \rightarrow 0,$$

получим предельное равенство

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F(l_N, \theta_N, \omega_N; q_j) = -\frac{|\xi|^2}{2} \int_{\Omega} \exp\{-ix\xi\} dx + \int_{\Omega} \exp\{-ix\xi\} q_j(x) dx. \quad (1)$$

В [3] утверждается, что оператор Дирихле формально имеет ядро

$${}^k D = \sum_{t=1}^{\infty} u_t(q_j)(x) \overline{u_t(q_j)(y)} (\mu_t(q_j) - \lambda)^{-1}, x, y \in S.$$

Если дополнительно к этому оператор ${}^k D(\lambda, q_j) - {}^k D(\lambda, q_2)$ действует в $L_2(S)$, то для операторной нормы имеем оценку

$$\begin{aligned} & \| {}^k D(\lambda, q_j) - {}^k D(\lambda, q_2) \| \leq \\ & \leq \sum_{t=1}^{\infty} |\mu_t(q_2) - \mu_t(q_1)| |\mu_t(q_1) - \lambda|^{-1} |\mu_t(q_2) - \lambda|^{-1} \|u_t(q_1)(x)\|_{L_2(S)}^2 + \\ & + \sum_{t=1}^{\infty} \|u_t(q_1)(x) \cdot \overline{u_t(q_1)(y)} - u_t(q_2)(x) \cdot \overline{u_t(q_2)(y)}\|_{L_2(S \times S)} |\mu_t(q_2) - \lambda|^{-1} \equiv S_1 + S_2. \end{aligned}$$

Так как Ω – параллелепипед, то будем рассматривать только те потенциалы q_1 и q_2 , для которых

$$\mu_t(q_j) = C_1 t^{\frac{2}{n}} + o\left(t^{\frac{1}{n} + \gamma}\right), 0 < \gamma < \frac{1}{n}.$$

Это справедливо, например, для задачи с потенциалом, равным нулю.

Пусть существует $\varepsilon_0 \in R$ такое, что для $\varepsilon > \varepsilon_0$ выполнимо условие

$$p_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} t^\varepsilon |\mu_t(q_2) - \mu_t(q_1)| < \infty. \quad (2)$$

Аналогично тому, как это сделано в работе [9], можно показать, что если для натуральных чисел t, t_0 выполняется неравенство $|t - t_0| > C \cdot t_0^\beta > 0$, где $\beta < 1$, а C – некоторая положительная постоянная, не зависящая от t и t_0 , то существует $C_3 > 0$, для которой выполнены неравенства:

$$|\mu_t(q_j) - \mu_{t_0}(q_j)| \geq C_3 \cdot \max\{t_0, t\}^{\frac{2}{n} + \beta - 1} > 0 \text{ и } |\mu_t(q_1) - \mu_{t_0}(q_2)| \geq C_3 \cdot \max\{t_0, t\}^{\frac{2}{n} + \beta - 1} > 0.$$

Фиксируем некоторое $\beta < 1$ и возьмём $\tau \leq 2/n + \beta - 1$.

Тогда, положив $n = \left\lfloor \sqrt{\mu_{t_0}(q_1) - 1} \right\rfloor$, $l_n = n^2 - 1 + 2ni$ и применив неравенство

$$a + b \geq c_\varphi \cdot a^\varphi \cdot b^{1-\varphi}, 0 \leq \varphi \leq 1, c_\varphi = \text{const}, c_\varphi > 0, a, b \geq 0,$$

получим следующие оценки:

$$S_1 \equiv \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^\beta} + \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^\beta > 0} \leq \text{const} \left(\frac{p_0 t_0^{-\varepsilon} t_0^\beta}{t_0^{\frac{2}{n}}} + \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^\beta > 0} \frac{p_0 t^{-\varepsilon}}{t^{2\varphi\tau} t_0^{\frac{2-2\varphi}{n}}} \right) \leq$$

$$\leq \text{const} p_0 \left(\frac{1}{t_0^{\varepsilon-\beta+\frac{2}{n}}} + \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^\beta > 0} \frac{1}{t_0^{2\varphi\tau+\varepsilon-1+\frac{2-2\varphi}{n}}} \right).$$

Отсюда при условии:

$$\begin{cases} \varepsilon > \beta - \frac{2}{n}, \\ \varepsilon > 1 - 2\varphi \left(\tau - \frac{1}{n} \right) - \frac{2}{n}, \end{cases}$$

сумма $S_1 \rightarrow 0$ при $t_0 \rightarrow \infty$.

Наименьшее ε_0 , при котором выполняется (2), равно $\varepsilon_0 = 1 - 8/(3n)$, и достигается оно при $\beta = 1 - 2/(3n)$.

Рассмотрим сумму S_2 . Допустим, что существует $\alpha_0 \in R$ такое, что при $\alpha > \alpha_0$ справедливо условие

$$q_0 = \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} t^\alpha \left\| u_t(q_1)(x) \cdot \overline{u_t(q_1)(y)} - u_t(q_2)(x) \cdot \overline{u_t(q_2)(y)} \right\|_{L_2(S \times S)} < \infty.$$

Тогда аналогично тому, как это сделано выше, для $\tilde{\beta} < 1$ и $\tau \leq 2/n + \tilde{\beta} - 1$ получим при условии

$$\begin{cases} \frac{1}{n} + \alpha - \tilde{\beta} > 0, \\ \alpha + \varphi\tau + (1 - \varphi)\frac{1}{n} - 1 > 0, \end{cases}$$

что

$$S_2 \equiv \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^{\tilde{\beta}}} \left\| u_t(q_1)(x) \cdot \overline{u_t(q_1)(y)} - u_t(q_2)(x) \cdot \overline{u_t(q_2)(y)} \right\|_{L_2(S \times S)} \times |\mu_t(q_2) - \lambda|^{-1} +$$

$$+ \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^{\tilde{\beta}} > 0} \left\| u_t(q_1)(x) \cdot \overline{u_t(q_1)(y)} - u_t(q_2)(x) \cdot \overline{u_t(q_2)(y)} \right\|_{L_2(S \times S)} \times |\mu_t(q_2) - \lambda|^{-1} \leq$$

$$\leq \text{const} \left(\frac{q_0 t_0^{-\alpha} t_0^{\tilde{\beta}}}{t_0^{\frac{1}{n}}} + \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^{\tilde{\beta}} > 0} \frac{q_0 t^{-\alpha}}{t^{\varphi\tau+\frac{1-\varphi}{n}}} \right) \leq$$

$$\leq \text{const} q_0 \left(\frac{1}{t_0^{\alpha-\tilde{\beta}+\frac{1}{n}}} + \sum_{|t-t_0| < C \cdot t_0^{\tilde{\beta}} > 0} \frac{1}{t_0^{\varphi\tau+\alpha-1+\frac{1-\varphi}{n}}} \right) \rightarrow 0 \text{ при } t_0 \rightarrow \infty.$$

Отсюда следует, что наименьшее $\alpha_0 = 1 - 3/(2n)$ достигается при $\tilde{\beta} = 1 - 1/(2n)$.

Так как $t_0 \rightarrow \infty$, то и $\mu_{t_0} \rightarrow \infty$. В свою очередь, $n = \left\lfloor \sqrt{\mu_{t_0}(q_1) - 1} \right\rfloor$, следовательно, n также стремится к бесконечности. Таким образом,

$$\| \ker N(l_n, q_1) - \ker N(l_n, q_2) \| \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

В результате при всех перечисленных выше условиях имеем

$$\lim_{N \rightarrow \infty} |F(\lambda, \theta, \omega; q_1) - F(\lambda, \theta, \omega; q_2)| = 0.$$

В результате того, что коэффициенты Фурье функций q_1 и q_2 равны, и сами функции совпадают для любого x из Ω . Из всего вышесказанного вытекает справедливость следующей теоремы:

Теорема. Пусть потенциалы q_1 и q_2 в Ω таковы, что

$$\mu_t(q_j) = C_1 t^{\frac{2}{n}} + o\left(t^{\frac{1}{n}+\gamma}\right), 0 < \gamma < \frac{1}{n};$$

$$\|u_t(q_j)\|_{L_2(S)} \leq C_2, C_2 > 0, j = 1, 2,$$

а также при $\varepsilon > 1 - 8/(3n)$ и при $\alpha > 1 - 3/(2n)$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^\varepsilon |\mu_t(q_2) - \mu_t(q_1)| < \infty,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^\alpha \left\| u_t(q_1)(x) \cdot \overline{u_t(q_1)(y)} - u_t(q_2)(x) \cdot \overline{u_t(q_2)(y)} \right\|_{L_2(S \times S)} < \infty.$$

Тогда q_1 и q_2 совпадают всюду на Ω .

Заключение и обсуждение

1. Требование $\|u_t(q)\|_{L_2(S)} \leq C_2 \cdot t^{1/n}$ при $C_2 = 0$ справедливо для задач с потенциалами из $C^2(\bar{\Omega})$, определённых на n -мерном параллелепипеде.
2. Аналогичная теорема справедлива для задачи (1), но с краевыми условиями Неймана.
3. Дальнейшее развитие темы состоит в доказательстве того, что существуют подпоследовательности собственных чисел, не влияющие на единственность восстановления потенциала в задаче Борга-Левинсона с краевыми условиями Робена, или же постановка подобных вопросов для других задач, ориентируясь на результаты, изложенные в [14].

Список использованных источников

1. Ambartsumian V. Über eine Frage der Eigenwerttheorie // Zeitschrift für Physik. – 1929. – Bd. 53. – S. 690 – 695.
2. Березанский, Ю.М. О теореме единственности в обратной задаче спектрального анализа для уравнения Шредингера / Ю.М. Березанский // Труды Моск. матем. об-ва. – 1958. – Т. 7. – № 3.
3. Isosaki, H. J. Math. Kyoto Univ. – 1991. – Vol.31. – N 3. – P. 743-753.
4. Nachman A., Sylvester J., Uhlmann G. Commun. Math. Phys. – 1988. – Vol.115. – P.595-605.
5. Dubrovskii, V.V. A new method for approximate evaluation of the first eigenvalues in the spectral problem of hydrodynamic stability of poiseuille flow in a circular pipe / V.V. Dubrovskii, S.I. Kadchenko, V.F. Kravchenko, V.A. Sadovnichii // Doklady Mathematics. – 2001. – Т.64. – №2. – С.165-168.
6. Dubrovskii, V.V. A new method for the evaluation of the first eigenvalues in the spectral problem of hydrodynamic stability of viscous fluid flow between two rotating cylinders / V.V. Dubrovskii, S.I. Kadchenko, V.F. Kravchenko, V.A. Sadovnichii // Doklady Mathematics. – 2001. – Т.64. – №3. – С. 425-429.
7. Dubrovskii, V.V. A new metod for approximate evaluation of the first eigenvalues in the Orr-Sommerfelg eigenvalue problem / V.V. Dubrovskii, S.I. Kadchenko, V.F. Kravchenko, V.A. Sadovnichii // Doklady Mathematics. – 2001. – Т.63. – №3. – С.355-358.
8. Смирнова, Л.В. К вопросу о математической модели восстановления гладких потенциалов в обратной задаче Дирихле для 2-мерного и 3-мерного случаев / Л.В. Смирнова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2012. – № 2. – С.57 – 66.
9. Дубровский, В.В. К единственности решения обратных задач спектрального анализа для уравнений математической физики / В.В. Дубровский, Л.В. Смирнова // Фундаментальная и прикладная математика. – 1999. – Т. 5. – № 2. – С.411-416.
10. Смирнова, Л.В. К вопросу о математической модели восстановления гладких потенциалов в обратной задаче Дирихле для n -мерного случая / Л.В. Смирнова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – № 1(3). – С. 11-17.
11. Smirnova, L.V. Infinite sequences not affecting the unique recovery of the potential / L.V.Smirnova, O.A.Torshina // Applied and Fundamental Studies: Proceedings of the 4th International Academic Conference. – St. Louis: Publishing House Science and Innovation Center, Ltd, 2013.
12. Smirnova, L.V. To the question of the uniqueness of the reduction potential in the inverse problem of the Borg-Levinson / L.V. Smirnova, A.S. Kushkumbaeva, O.A. Torshina // Management, Social sphere and medicine (ITSMSSM) : Proceedings of the 2016 conference on information technologies in science,. In book: Acsr-Advances in Comptuer Science Research, 2016. – Vol. 51, pp. 494–497.
13. Торшина, О.А. Алгоритм вычисления регуляризованного следа оператора Лапласа – Бельтрами с потенциалом на проективной плоскости / О.А. Торшина // Вестник МаГУ. Математика. – 2003. – Вып. 4. – С. 183-215.
14. Ладыженская, О.А. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа / О.А. Ладыженская, Н.Н. Уральцева. – М.: Наука, 1962.
15. Кинзина, И.И. Вычисление собственных чисел дискретного самосопряженного оператора, возмущенного ограниченным оператором / И.И. Кинзина // Известия вузов. Математика. – 2008. – № 6. – С. 16–24.

Материал поступил в редакцию: 26.02.2018

Материал принят к публикации: 09.03.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

UNIQUENESS OF SOLUTION OF BORG-LEVINSON INVERSE PROBLEM
ON N-DIMENSIONAL PARALLELEPIPED

Smirnova L.V., Kinzina I.I.

Abstract. This article uses the general theory of elliptic equations. The main investigation method is the resolvent method. Uniqueness conditions for the recovery of potential are obtained for the Borg-Levinson inverse problem with the Robin boundary conditions on N-dimensional parallelepiped under the known asymptotic expansions of the eigenvalues. This result is in accord with the results which had been obtained for the problem with the Neumann boundary conditions. The theorem can be used for solving inverse spectral problems and development of numerical methods.

Keywords: Elliptic operators, spectral theory, inverse problems, uniqueness theorem, resolvent method, eigenvalues.

References

1. Ambartsumian V. *Zeitschrift für Physik*, 1929, Bd. 53, s. 690 – 695.
2. Berezanskiy Yu.M. *Transactions of the Moscow Mathematical Society*, 1958, vol. 7, no. 3. (In Russ.)
3. Isosaki H. *J. Math. Kyoto Univ*, 1991, vol.31, no. 3, pp. 743-753.
4. Nachman A., Sylvester J., Uhlmann G. *Commun. Math. Phys*, 1988, vol. 115, pp. 595-605.
5. Dubrovskii V.V., Kadchenko S.I., Kravchenko V.F., Sadovnichii V.A. *Doklady Mathematics*, 2001, vol. 64, no. 2, pp. 165-168.
6. Dubrovskii V.V., Kadchenko S.I., Kravchenko V.F., Sadovnichii V.A. *Doklady Mathematics*, 2001, vol. 64, no. 3, pp. 425-429.
7. Dubrovskii V.V., Kadchenko S.I., Kravchenko V.F., Sadovnichii V.A. *Doklady Mathematics*, 2001, vol. 63, no. 3, pp. C.355-358.
8. Smirnova L.V. *Software of systems in the industrial and social fields*, 2012, pp.57 – 66. (In Russ.)
9. Dubrovskii V.V., Smirnova L.V. *Journal of Mathematical Sciences*, 1999, vol. 5, no. 2, pp. 411-416. (In Russ.)
10. Smirnova L.V. *Software of systems in the industrial and social fields*, 2013, 1 (3), pp. 11-17. (In Russ.)
11. Smirnova L.V. *Proceedings of the 4th International Academic Conference*. Publishing House Science and Innovation Center, Ltd, Louis, 2013.
12. Smirnova L.V., Kushkumbaeva A.S., Torshina O.A. *Acsr-Advances in Computer Science Research*, 2016, vol. 51, pp. 494-497.
13. Torshina O.A. *Vestnik MaGU. Matematika*, 2003, vol. 4, pp. 183-215. (In Russ.)
14. Ladyzhenskaya O.A., Ural'tseva N.N. *Lineynye i kvazilineynye uravneniya ellipticheskogo tipa*. Science, Moscow, 1962. (In Russ.)
15. Kinzina I.I. *Russian Mathematics (Iz. VUZ)*, 2008, no. 6, pp. 16-24. (In Russ.)

ОБ АВТОРАХ:

Смирнова Лариса Викторовна – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университета им. Г.И. Носова». E-mail: smirnova20@bk.ru.

Кинзина Ирина Ивановна – канд. физ.-мат. н., доцент кафедры прикладной математики и информатики ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университета им. Г.И. Носова». E-mail: kinzina@mail.ru.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Смирнова, Л.В. Единственность решения обратной задачи Борга-Левинсона на N-мерном параллелепипеде / Л.В. Смирнова, И.И. Кинзина // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 2-7.

Smirnova L.V. and I.I. Kinzina (2018) Uniqueness of solution of Borg-Levinson inverse problem on N-dimensional parallelepiped. *Software of systems in the industrial and social fields*, 6 (1): 2-7.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ПО ЕЕ ГРАДИЕНТУ

Попов И.П.

Аннотация. Предложен способ восстановления функции по ее градиенту, в основу которого положено суммирование неопределенных интегралов от частных производных функций и исключение лишних слагаемых. Отмечено, что использование предложенного способа для определения энергии физического поля по известной конфигурации векторного поля сил не ограничивает актуальность задачи. С учетом специфики технических исследований рассмотрение ограничено рамками трехмерного евклидова пространства. Отмечено, что существует несколько способов отыскания функции по ее градиенту, каждый из которых обладает своими достоинствами и недостатками, к числу последних можно отнести необходимость выбора начальной точки интегрирования, что сопряжено с произволом, который может отразиться на виде окончательного решения, а также трудоемкость и громоздкость при подборе вспомогательных функций. Показано, что предлагаемый подход свободен от недостатков известных способов.

Ключевые слова: градиент, функция, частная производная, интеграл, переменная.

Введение

Актуальность задачи определения функции по ее градиенту можно показать на примере пространственного распределения сил, которое является градиентом энергии соответствующего поля [1]. Специфика технических исследований позволяет ограничиться рассмотрением операций на пространстве векторных полей и гладких функций в $\mathbb{R}^3$ [2-4].

Существует несколько способов [5–10] отыскания функции по ее градиенту

$$\text{grad } f = \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right). \quad (1)$$

Наиболее простой способ [11] заключается в вычислении криволинейного интеграла

$$\begin{aligned} f &= \int_{x_0, y_0, z_0}^{x, y, z} \left(\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz \right) = \\ &= \int_{x_0}^x \frac{\partial f}{\partial x}(x, y_0, z_0) dx + \int_{y_0}^y \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z_0) dy + \int_{z_0}^z \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) dz. \end{aligned}$$

Достоинством этого метода является компактность, недостатком – необходимость выбора начальной точки интегрирования (x_0, y_0, z_0) . Последнее сопряжено с произволом, который может отразиться на виде окончательного решения. Кроме того, в ряде случаев это может быть сопряжено с трудностями, вследствие чего представлять собой дополнительную задачу. Есть способы, например, приведенные в [12], лишенные этого изъяна. Они заключаются в подборе вспомогательных функций. Их существенными недостатками являются трудоемкость и громоздкость.

Метод исследований

Предлагаемый ниже подход свободен от недостатков указанных способов. По трудоемкости и компактности он сопоставим с первым способом, и в нем нет необходимости определения исходной точки интегрирования. Указанный метод исследования относится к методам математического анализа, а именно к интегрированию гладких функций.

Результаты исследований

Предлагаемый способ определяет следующая теорема.

Th. Функция f может быть восстановлена по ее градиенту (1) в соответствии с формулой

$$\begin{aligned} f &= \int \frac{\partial f}{\partial x} dx + \int \frac{\partial f}{\partial y} dy + \int \frac{\partial f}{\partial z} dz - 2V_{xyz} - V_{xy} - V_{xz} - V_{yz} + C = \\ &= P_{xyz}(x, y, z) + P_{xy}(x, y) + P_{xz}(x, z) + P_x(x) + \\ &+ Q_{xyz}(x, y, z) + Q_{xy}(x, y) + Q_{yz}(y, z) + Q_y(y) + \\ &+ R_{xyz}(x, y, z) + R_{xz}(x, z) + R_{yz}(y, z) + R_z(z) - 2V_{xyz} - V_{xy} - V_{xz} - V_{yz} + C. \end{aligned} \quad (2)$$

При этом

$$P_{xyz} = Q_{xyz} = R_{xyz} = V_{xyz}, \quad (3) \quad P_{xz} = R_{xz} = V_{xz}, \quad (5)$$

$$P_{xy} = Q_{xy} = V_{xy}, \quad (4) \quad Q_{yz} = R_{yz} = V_{yz}. \quad (6)$$

Величины (3) – (6) представляют собой функции, содержащие переменные, указанные в индексах.

Доказательство

Очевидны равенства:

$$\begin{aligned} \int \frac{\partial f}{\partial x} dx &= P_{xyz}(x, y, z) + P_{xy}(x, y) + P_{xz}(x, z) + P_x(x), \\ \int \frac{\partial f}{\partial y} dy &= Q_{xyz}(x, y, z) + Q_{xy}(x, y) + Q_{yz}(y, z) + Q_y(y), \\ \int \frac{\partial f}{\partial z} dz &= R_{xyz}(x, y, z) + R_{xz}(x, z) + R_{yz}(y, z) + R_z(z), \\ \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z} \int \frac{\partial f}{\partial x} dx &= \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{\partial^3 P_{xyz}}{\partial x \partial y \partial z}, \quad \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z} \int \frac{\partial f}{\partial y} dy = \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{\partial^3 Q_{xyz}}{\partial x \partial y \partial z}, \\ \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z} \int \frac{\partial f}{\partial z} dz &= \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{\partial^3 R_{xyz}}{\partial x \partial y \partial z}. \end{aligned}$$

Отсюда непосредственно следует (3):

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int \frac{\partial f}{\partial x} dx = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 P_{xyz}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 P_{xz}}{\partial x \partial y}; \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int \frac{\partial f}{\partial y} dy = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 Q_{xyz}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Q_{xy}}{\partial x \partial y}.$$

Отсюда с учетом (3) следует (4):

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \int \frac{\partial f}{\partial x} dx = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 P_{xyz}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 P_{xz}}{\partial x \partial z}; \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \int \frac{\partial f}{\partial z} dz = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 R_{xyz}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 R_{xy}}{\partial x \partial z}.$$

Отсюда с учетом (3) следует (5):

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \int \frac{\partial f}{\partial y} dy = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 Q_{xyz}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 Q_{yz}}{\partial y \partial z}; \quad \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \int \frac{\partial f}{\partial z} dz = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 R_{xyz}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 R_{yz}}{\partial y \partial z}.$$

Отсюда с учетом (3) следует (6).

Координаты градиента функции (2) можно вычислить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial f}{\partial x} \left(\int \frac{\partial f}{\partial x} dx + Q_{xyz} + Q_{xy} + Q_{yz} + Q_y + R_{xyz} + R_{xz} + R_{yz} + R_z - \right. \\ &\quad \left. - 2V_{xyz} - V_{xy} - V_{xz} - V_{yz} + C \right) = \frac{\partial f}{\partial x}. \end{aligned}$$

Слагаемые в скобках, являющиеся функциями от x , кроме первого, взаимно уничтожаются. Частные производные по x от остальных равны нулю. Аналогичным образом обстоит дело с частными производными по y и z . Таким образом, градиент правой части (2) равен (1), следовательно, правая часть (2) представляет собой восстановленную функцию f . ■

Из теоремы получаем следствие.

Imp:

$$f = V_{xyz} + V_{xy} + V_{xz} + V_{yz} + V_x + V_y + V_z + C, \quad (7)$$

где $V_x = P_x(x)$, $V_y = Q_y(y)$, $V_z = R_z(z)$.

Ex:

$$\text{grad } f = \left(\frac{z}{y} + \sin y + \frac{z}{x} + 2x \right) \mathbf{i} + \left(x \cos y - \frac{xy}{y^2} + 3y^2 \right) \mathbf{j} + \left(\frac{x}{y} + \ln x + 3y^2 z^2 - e^z \right) \mathbf{k}.$$

Решение:

$$\begin{aligned} f &= \left(\frac{xz}{y} + x \sin y + z \ln x + x^2 \right) + \left(\frac{xz}{y} + x \sin y + y^2 z^3 + y^3 \right) + \\ &+ \left(\frac{xz}{y} + z \ln x + y^2 z^3 - e^z \right) - 2 \frac{xz}{y} - x \sin y - z \ln x + y^2 z^3 + C = \\ &= \frac{xz}{y} + x \sin y + z \ln x + y^2 z^3 + x^2 + y^3 - e^z + C, \end{aligned}$$

где

$$P_{xyz} = Q_{xyz} = V_{xyz} = \frac{xz}{y}, P_{xy} = Q_{xy} = V_{xy} = xsiny, P_{xz} = R_{xz} = V_{xz} = zlnx, \\ Q_{yz} = R_{yz} = V_{yz} = y^2z^3, P_x = V_x = x^2, Q_y = V_y = y^3, R_z = V_z = e^z.$$

Вычисление по формуле (7) еще компактнее.

Заключение

Предложен способ восстановления функции по ее градиенту, в основу которого положено суммирование неопределенных интегралов от частных производных функции и исключение лишних слагаемых.

Предложенный подход свободен от недостатков известных ранее способов решения этой задачи.

Список использованных источников

1. Попов, И.П. Поверхностный, нулевой и мнимый нулевой операторы набла / И.П. Попов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2017. – Т. 5. – № 2. – С. 2-11.
2. Попов, И.П. Скалярная и векторная производные векторных полей и их приложение к задачам механики / И.П. Попов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2017. – Т. 5. – № 1. – С. 2-7.
3. Попов, И.П. Интеграл Фурье и дискретные спектры / И.П. Попов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2015. – № 2. – С. 9-12.
4. Попов, И.П. Применение принципа суперпозиции при математическом моделировании состояний объекта / И.П. Попов, В.Г. Чумаков, В.И. Чарыков // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2016. – Т. 4. – № 1. – С. 8-12.
5. Попов, И.П. О некоторых операциях над векторами / И.П. Попов // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1: Математика. Физика. – 2014. – №5 (24). – С. 55-61.
6. Попов, И.П. Скалярное и векторное дифференцирование векторов / И.П. Попов // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1: Математика. Физика. – 2016. – №3 (34). – С. 19-27.
7. Попов, И.П. Операторы типа набла: поверхностный, нулевой и мнимый нулевой / И.П. Попов // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Математика. Физика. – 2017. – № 6(255). – Вып. 46. – С. 44-53.
8. Popov, I.P. Mathematical modeling of the formal analogy of electromagnetic field / I.P. Popov // Applied mathematics and control sciences. 2016, no. 4, pp. 36-60.
9. Попов, И.П. Поверхностные градиент, дивергенция и ротор / И.П. Попов // Вестник Псковского государственного университета. Естественные и физико-математические науки. – 2014. – Вып. 5. – С. 159-172.
10. Попов, И.П. Разновидности оператора набла / И.П. Попов // Вестник Амурского государственного университета. Естественные и экономические науки. – 2015. – Вып. 71. – С. 20-32.
11. Богданов, Ю.С. Лекции по математическому анализу. Ч. 2 / Ю.С. Богданов. – Минск: Изд-во БГУ, 1978. – 384 с.
12. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2 / Н.С. Пискунов. – М.: Наука, 1976. – 456 с.

Материал поступил в редакцию: 01.02.2018

Материал принят к публикации: 07.03.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

A METHOD OF RECOVERY OF FUNCTIONS FROM ITS GRADIENT

Popov I.P.

Abstract. A method for restoring function from its gradient, which is based on the summation of indefinite integrals of partial functions and eliminate redundant terms. It is noted that the use of the method for determining the energy of the physical field according to the known force vector field configuration is not limited relevance task. Given the specific technological research is limited to consideration of the scope of the three-dimensional Euclidean space. It is noted that there are several ways of finding on its gradient function, each of which has its own advantages and disadvantages, among the latter include the need to select a starting point of integration, which is associated with the arbitrariness that can affect a final decision, as well as labor intensive and cumbersome the selection of auxiliary functions. It is shown that the proposed approach is free from the disadvantages of known methods.

Keywords: Gradient, function, partial derivative, integral, variable.

References

1. Popov I.P. Software of systems in the industrial and social fields, 2017, no. 5 (2), pp. 2-11. (In Russ.)
2. Popov I.P. Software of systems in the industrial and social fields, 2017, no. 5 (1), pp. 2-7. (In Russ.)
3. Popov I.P. Software of systems in the industrial and social fields, 2015, no. 2, pp. 9-12. (In Russ.)
4. Popov I.P. Software of systems in the industrial and social fields, 2016, no. 4 (1), pp. 8-12. (In Russ.)

5. Popov I.P. Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Fizika, 2014, no. 5(24), pp. 55-61. (In Russ.)
6. Popov I.P. Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Fizika, 2016, no. 3(34), pp. 19-27. (In Russ.)
7. Popov I.P. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika. Fizika, 2017, no. 6(255), pp. 44-53. (In Russ.)
8. Popov I.P. Applied mathematics and control sciences, 2016, no. 4, pp. 36-60.
9. Popov I.P. Vestnik Pskovskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennye i fiziko-matematicheskie nauki, 2014, no. 5, pp. 159-172. (In Russ.)
10. Popov I.P. Vestnik Amurskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennye i ekonomicheskie nauki, 2015, no. 71, pp. 20-32. (In Russ.)
11. Bogdanov Y.U. Lekcii po matematicheskomu analizu. BGU, Minsk, 1978. (In Russ.)
12. Piskunov N.S. Differencialnoe i integralnoe ischislenija. Nauka, Moscow, 1976. (In Russ.)

ОБ АВТОРАХ:

Попов Игорь Павлович – старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты» Курганского государственного университета, г. Курган. Email: ip.popow@yandex.ru

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Попов, И.П. Об одном способе восстановления функции по ее градиенту / И.П. Попов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 8-11.

Popov I.P. (2018) A method of recovery of functions from its gradient. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (1): 8-11.

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

DATA PROCESSING

УДК 519.257

<https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-1-12-19>**СЕГМЕНТАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПЕННОГО ПРОДУКТА ФЛОТАЦИИ:
ОБОСНОВАНИЕ ЗАМЕНЫ ПУЗЫРЬКА ИХ БЛИКАМИ***Логунова О.С., Леднов А.В., Шилов Р.Э., Муслимов М.Б., Байбулатов Ф.Р.*

Аннотация. Целью исследования является обоснование замены при сегментации изображения пенного продукта пузырьков на их блики для повышения точности идентификации объектов. В работе приведены примеры мгновенных изображений пенного продукта из видеопотока, описан порядок проведения эксперимента по изучению взаимосвязей между линейными размерами пузырька и бликов, а также их площадями, приведены результаты обработки экспериментальных данных. Исследования проводились в период 2017-2018 гг. в условиях обогащательной фабрики АО «Учалинский горно-обогатительный комбинат». При проведении исследований использованы методы математической статистики и алгоритмы обработки экспериментальных данных. Результаты статистической обработки данных средствами универсального пакета Statistica показали наличие надежных взаимосвязей между линейными размерами пузырька и блика, а также их площадями. Наилучшей можно считать зависимость между площадями объектов, так как она имеет наибольшее значение коэффициента корреляции (0,956), уравнение является надежным на уровне значимости менее 5%, коэффициенты уравнения являются значимыми на уровне значимости менее 5% и гетероскеастичность остатков незначительна (значение коэффициента корреляции составляет 0,29). Наличие надежной взаимосвязи между площадями пузырька и блика делает достаточным распознавание сегмента изображения соответствующего блику, для которого области низкой контрастности отсутствуют и форма может быть выбрана близкой к эллиптической. В результате задача распознавания элементов пенного продукта флотации на изображениях видеопотока сводится к задаче сегментации объектов эллиптической формы в области высокой яркости, имеющих различную ориентацию на плоскости, и определения их линейных размеров.

Ключевые слова: пенный продукт, видеопоток изображений пенного продукта, пузырек, блик, сегментация изображения, линейные размеры, площадь, экспериментальные исследования.

Введение

В настоящее время уровень развития вычислительной техники позволяет в качестве источника информации о протекании технологических процессов использовать альтернативные варианты. К таким вариантам относится получение и обработка графической информации, которая требует установки специального оборудования и разработки специальных алгоритмов обработки информации. Изображения готовой продукции или состояния сопутствующих материалов являются индикаторами качества протекания технологического процесса и прогнозируемого качества готовой продукции. Известны автоматизированные системы идентификации параметров технологических процессов и качества продукции в металлургической области для:

- оценки качества макроструктуры непрерывнолитой заготовки [1-3], которая в качестве источника информации использует изображения серных отпечатков поперечного темплета непрерывнолитой заготовки;
- классификации и идентификации дефектов поверхности листового проката с использованием системы *Parsytec* на основе оценки видеопотока с линейных фотокамер [4-7].

Для решения задачи, связанной с обработкой и сегментацией изображений в автоматизированном режиме, разработано множество алгоритмов, которые ориентированы на различные виды изображений. Классические алгоритмы обработки и сегментации изображений в полном объеме изложены в трудах Гонсалеса Р., Вудса Р., Шапиро Л. и др. [8-10]. Активно развиваются методы обработки изображений, основанные на комбинации мягких вычислений и с известными детерминированными методами.

Одним из сложно управляемых процессов до настоящего время остается процесс пенной флотации при обогащении основных и драгоценных материалов. Пенная флотация основана на способности несмачиваемых водой минералов прилипать к пузырькам воздуха, образованным при аэрации пульпы, и всплывать вместе с ними на поверхности пульпы, образуя пенный продукт, а смачиваемых минералов – оставаться взвешенными в пульпе, образуя камерный продукт [11-13]. Одним из показателей работы флотационной машины

является структура пенного продукта, одним из характеристик которого является размер пузырька. Таким образом, при наличии графической информации о динамике геометрических размеров пузырей пенного продукта можно судить о стабильности процесса флотации и прогнозировать качество получаемого продукта.

В настоящей работе определена цель исследования, направленная на получение достоверной информации по изображению пенного продукта во флотационной машине о стабильности технологического процесса [14, 15].



Рис. 1. Вид рабочего пространства для наблюдения за потоком пенного продукта во флотационной машине

Одной из задач при достижении цели является построение гранулометрической гистограммы пенного продукта по фрагментам видеопотока.

Описание эксперимента и структура исходного изображения

В условиях действующего производства обогащения сульфидной медной руды для флотационной машины РИФ-25 проведена серия пассивных экспериментов для изучения структуры пенного продукта. Эксперименты проводились в ноябре 2017 года. На рис. 1 показано рабочее окно флотационной машины для наблюдения за потоком пенного продукта. Полученный видеопоток разделен на кадры и выделены области с изображением пенного продукта. На рис. 2

приведены кадры видеопотока, полученные с интервалом в 1 с. Изучение динамики структуры пенного продукта показало изменение количества и размера пузырьков в ходе процесса обогащения. Учитывая, что размер пузырька пенного продукта определяет качество выходного продукта обогащения [11-13], можно предположить, что гранулометрическую гистограмму можно использовать в качестве индикатора показателей динамики флотации.

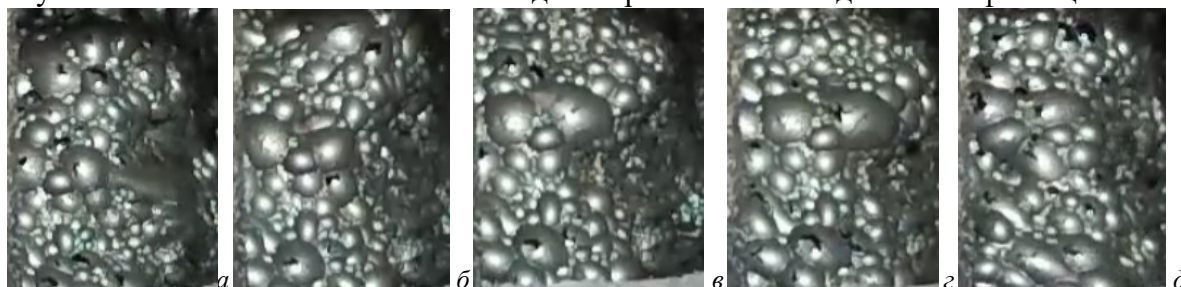


Рис. 2. Кадры видео потока пенного продукта с интервалом в 1 с для времени: а – 11:00:26; б – 11:00:27; в – 11:00:28; г – 11:00:29; д – 11:00:30

Для построения гранулометрической гистогораммы требуется определение количества пузырьков, имеющих геометрические размеры в заданных интервалах. Это приводит к задаче сегментации изображения с низкой контрастностью и элементами округлой формы, т.е. фигуры близкие по форме к эллипсу и кругу с разной ориентацией. Тонкие градации тона на границе пузырьков позволили определить форму объектов с высокой погрешностью [16]. В то же время на изображении пенного продукта ярко выделяются блики, образованные на каждом пузырьке.

Авторами выдвинута гипотеза о том, что для построения гранулометрической гистограммы пенного продукта достаточно установить зависимость между размерами пузырька и блика.

Для подтверждения гипотезы из всего видеопотока случайным образом выбраны 100 кадров и на каждом кадре – по шесть объектов, из которых два имеют крупный размер, два средний и два мелкий (рис. 3).

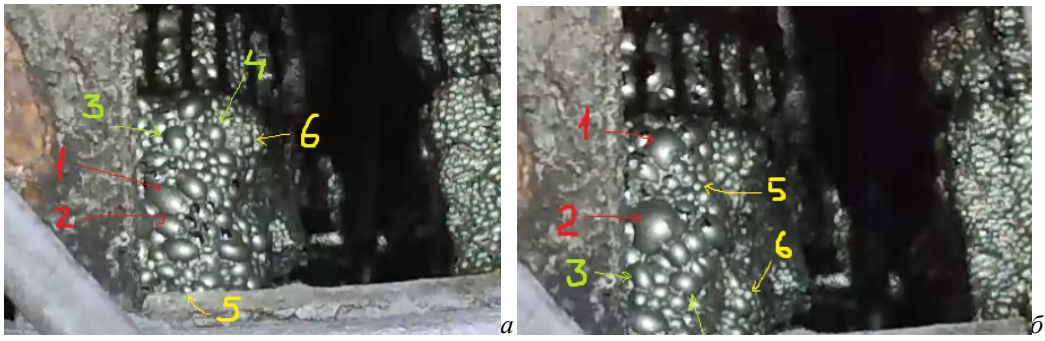


Рис. 3. Объекты, выбранные для исследования зависимости размеров блика и пузырька: 1, 2 – крупные пузырьки; 3, 4 – средние; 5, 6 – мелкие

Для каждого выбранного объекта выполнены измерения большого и малого радиуса пузырька и блика. В результате сформирована таблица исходных данных для исследования зависимости размеров блика и пузыря, а также их площадей, в предположении, что блик и пузырь имеют форму близкую к эллиптической. Количество измерений – 102. Наличие сведений о времени кадра позволяет также установить зависимость между значениями технологических параметров процесса флотации. Фрагмент исходных данных, полученных в ходе измерения, приведен в таблице.

Фрагмент исходных данных, полученных в ходе изучения геометрических размеров пузырька пенного продукта и его блика

№	Длина пузырька, мм	Ширина пузырька, мм	Длина блика, мм	Ширина блика, мм	Площадь пузырька, мм ²	Площадь блика, мм ²
1	21	11	8	4	725,7	276,5
2	16	10	5	3	502,7	157,1
3	13	11	4	4	449,2	138,2
4	9	7	4	3	197,9	88,0
5	4	4	2	2	50,3	25,1
6	4	4	3	3	50,3	37,7
1	16	16	8	7	804,2	402,1
2	22	22	8	8	1520,5	552,9
3	13	10	5	4	408,4	157,1
4	13	8	5	5	326,7	125,7
5	4	4	3	2	50,3	37,7
6	5	5	3	3	78,5	47,1

Для построения зависимости между геометрическими размерами пузырька пенного продукта и блика использованы средства статистической обработки данных.

Результаты обработки экспериментальных данных

Для описания результатов обработки накопленных статистических данных введем обозначения: *LB* (*the length of the bubble*), *WB* (*the width of the bubble*) – максимальный геометрический размер длины и ширины

Correlations (Data)						
Marked correlations are significant at p < ,05000						
N=102 (Casewise deletion of missing data)						
Variable	Means	Std.Dev.	LB	WB	LG	WG
LB	11,71569	6,476733	1,000000	0,929105	0,893746	0,819701
WB	9,58824	4,783124	0,929105	1,000000	0,862506	0,874429
LG	5,47059	2,440199	0,893746	0,862506	1,000000	0,907544
WG	4,50000	1,806205	0,819701	0,874429	0,907544	1,000000

Рис. 4. Фрагмент рабочего окна с результатами определения коэффициента парной корреляции между линейными размерами пузырька и блика

пузырька соответственно, мм; *LG* (*the length of the glare*), *WG* (*the width of the glare*) – максимальный геометрический размер длины и ширины блика соответственно, мм; *AB* (*bubble area*), *AG* (*glare area*) – площадь пузырька и площадь блика соответственно, мм²; *E* – остатки, мм

или мм² в зависимости от рассматриваемой величины. В качестве инструмента обработки использовался универсальный пакет *Statistica 6.0*.

1. Исследование зависимости линейных размеров пузырька и блика пенного продукта

Для качественной оценки зависимости между линейными размерами пузырька и его блика в пенном продукте выполнено построение матрицы парной корреляции (рис 4). Результаты, приведенные на рис. 4, показывают, что существует значимая стохастическая зависимость между линейными размерами пузырька и блика между всеми парами признаков. Уровень значимости составляет менее 5%. Наличие высокой значимости для коэффициента корреляции позволяет рассмотреть возможность использования линейной зависимости между линейными размерами пузырька и его блика:

$$LB' = -1,26 + 2,37 \cdot LG \text{ и } WB' = -0,83 + 2,32 \cdot WG, \quad (1)$$

где штрихом обозначены прогнозируемые значения линейных размеров пузырька и блика.

Уравнения (1) являются надежными и коэффициенты значимы на 5% уровне. Визуализация результатов с помощью поля корреляции представлена на рис. 5.

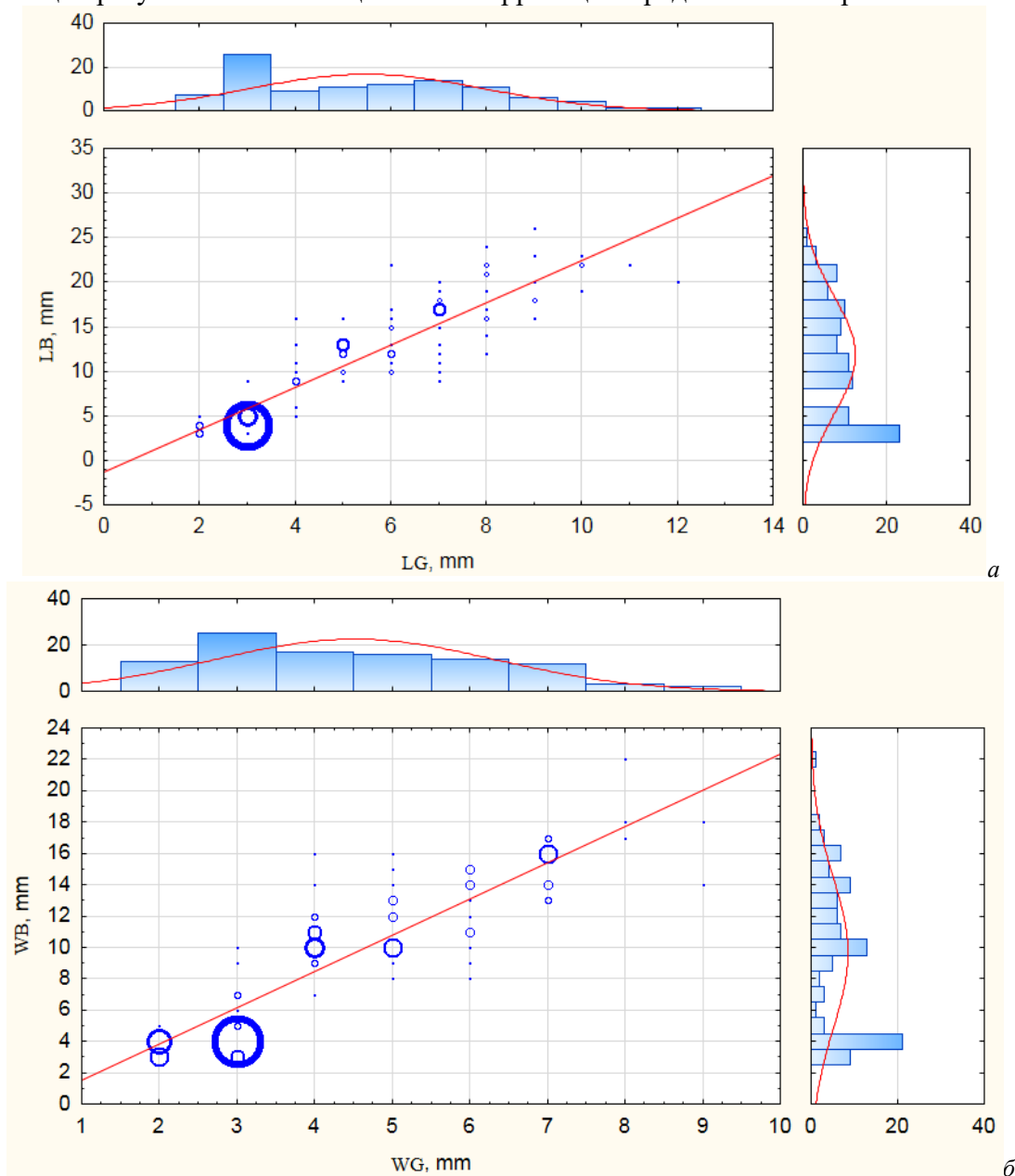


Рис. 5. Комбинированная диаграмма для отображения поля корреляции и гистограмм частот для:
а – длины пузырька и его блика; б – ширины пузырька и его блика

Анализ остатков показал, что существует незначительная гетероскедастичность для остатков со значением коэффициента корреляции 0,49, характеризующих зависимость ширины пузырька и его блика (рис. 6,в). Вероятностное распределение остатков близко к нормальному (рис. 6,б,д)

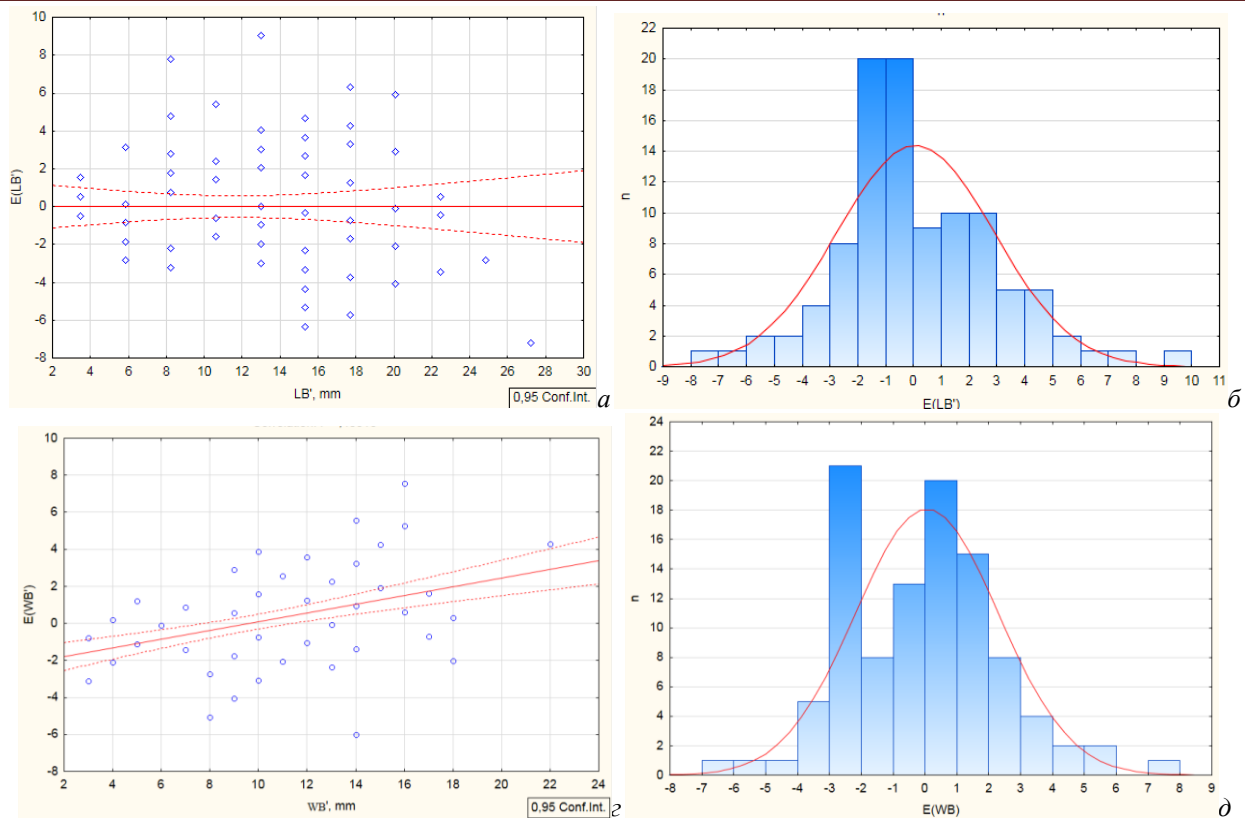


Рис. 6. Оценка остатков при исследовании зависимостей линейных размеров пузырька и его блика для пенного продукта при флотации: а – диаграмма рассеяния остатков для длины; б – гистограмма распределения остатков для длины; г – диаграмма рассеяния для ширины; д – гистограмма распределения остатков для ширины

Ошибка аппроксимации для зависимости длины пузырька и его блика принимает значение из диапазона [4%; 16%], медиана – 11 %, для ширины – [9%; 26%] и медиана – 15%.

2. Исследование зависимости между площадями пузырька и блика пенного продукта

При оценке взаимосвязи между площадью пузырька и его блика для пенного продукта установлена резко возрастающая зависимость (рис. 7) со значением коэффициента корреляции 0,956. Зависимость может быть описана уравнением

$$AB' = -11,76 + 2,326 \cdot AG, \quad (2)$$

где штрихом обозначены прогнозируемые значения площади пузырька.

Анализ остатков показал, что существует незначительная гетероскедастичность для остатков со значением коэффициента корреляции 0,29, характеризующих зависимость площади пузырька и его блика (рис. 8).

Ошибка аппроксимации для зависимости длины пузырька и его блика принимает значение из диапазона [6%; 13%] и медиана – 8%.

Выводы

1. Определена необходимость и возможность получения и использования мгновенных кадров видеопотока для изображения пенного продукта при флотации для индикации стабильности технологического процесса.

2. Приведены результаты пассивного эксперимента получения видеопотока пенного продукта при флотации. Изучение структуры изображений показало, что границы пузырьков располагаются в области низкой контрастности и использование алгоритмов распознавания приводит к высокой погрешности.

3. Выдвинута гипотеза о взаимосвязи линейных размеров пузырька и бликов на изображениях пенного продукта, а также для их площадей. Для доказательства гипотезы выполнены замеры линейных размеров пузырьков и их бликов крупного, среднего и мелкого размера. По результатам измерения сформирована экспериментальная база данных.

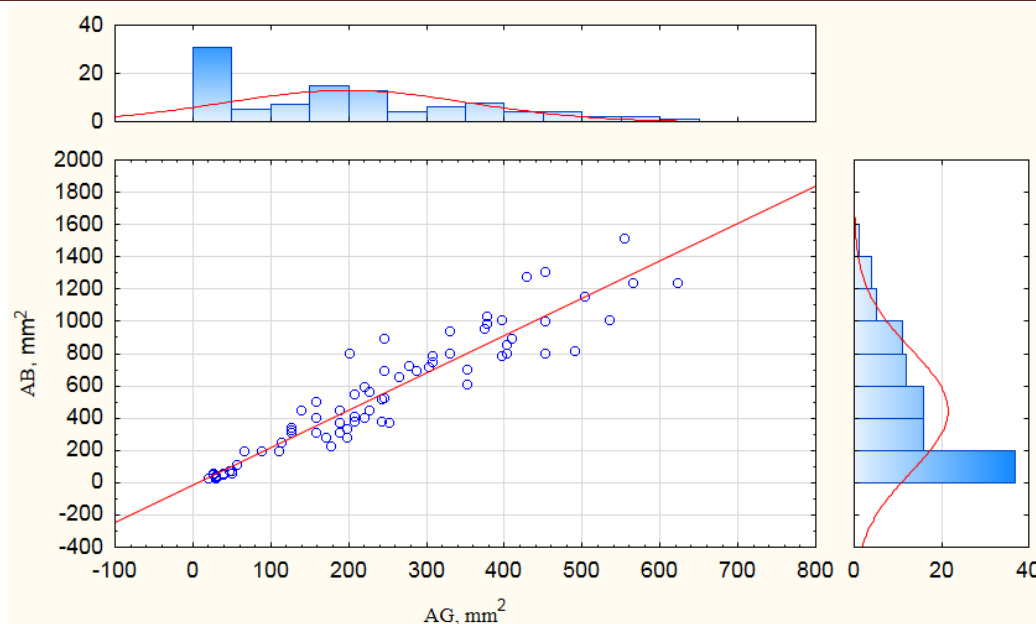


Рис. 7. Комбинированная диаграмма зависимости площади пузырька и площади блика

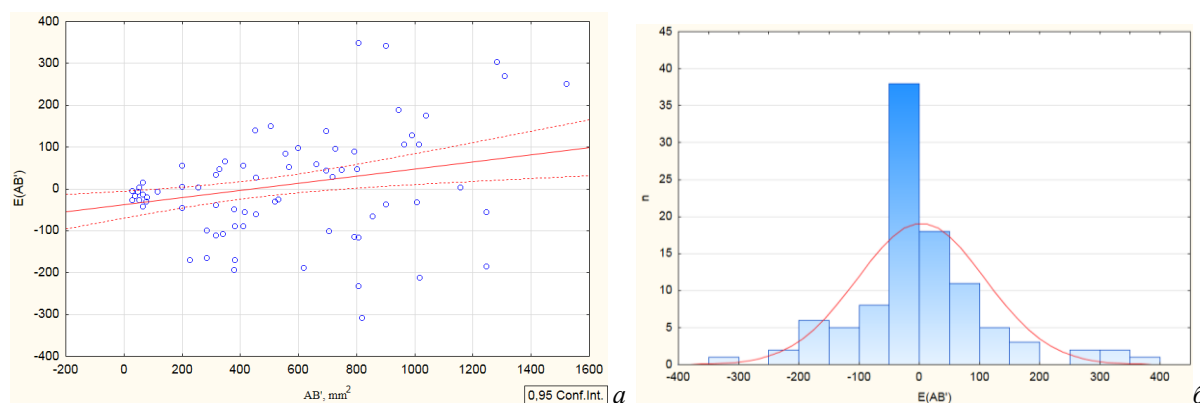


Рис. 8. Оценка остатков при исследовании зависимостей площади пузырька и его блика для пенного продукта при флотации: а – диаграмма рассеяния остатков; б – гистограмма распределения остатков

4. Результаты статистической обработки данных средствами универсального пакета *Statistica* показали наличие надежных взаимосвязей между линейными размерами пузырька и блика, а также их площадями. Наилучшей можно считать зависимость между площадями объектов, как она имеет наибольшее значение коэффициента корреляции (0,956), уравнение является надежным на уровне значимости менее 5%, коэффициенты уравнения являются значимыми на уровне значимости менее 5% и гетероскеастичность остатков незначительна (значение коэффициента корреляции составляет 0,29).

5. Наличие надежной взаимосвязи между площадями пузырька и блика делает достаточным распознавание сегмента изображения, соответствующего блику, для которого области низкой контрастности отсутствуют и форма может быть выбрана близкой к эллиптической.

6. Задача распознавания элементов пенного продукта флотации на изображениях видеопотока сводится к задаче сегментации объектов эллиптической формы в области высокой яркости, имеющих различную ориентацию на плоскости, и определения их линейных размеров.

Список использованных источников

1. Логунова, О.С. Автоматизированная оценка качества непрерывнолитой заготовки / О.С. Логунова, Б.Н. Парсункин, В.Г. Суспицын // Сталь. – 2004. – № 12. – С. 101-104.
2. Логунова, О.С. Оценка качества непрерывнолитой заготовки статистическими методами с использованием программных средств / О.С. Логунова, Д.Х. Девятов, Х.Х. Нуров // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2005. – № 9. – С. 54-58.

3. Алгоритмы обработки изображений серных отпечатков в системе оценки качества непрерывнолитой заготовки / И.А. Посохов [и др.]. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2017. – 131 с.
4. Кузьмин, М.И. Метрологическое обеспечение выделения областей для решения задачи распознавания дефектов / М.И. Кузьмин, Н.А. Соловьев // Компьютерная интеграция производства и ИПИ-технологии. – Оренбург: ОГУ, 2013. – С. 152-156.
5. Маасс, Г. Защита от разрывов полосы на прокатных станах с помощью автоматизированного оптического контроля качества поверхности // Г. Маасс, С. Синюхин // Сталь. – 2013. – № 11. – С. 47-51.
6. Хорошилов, А.Д. Разработка эффективных способов снижения отсортировки по дефектам поверхности холоднокатаного проката из сверхнизко-углеродистых сталей в условиях конвертерного производства / А.Д. Хорошилов // Научно-Технический Прогресс В Чёрной металлургии. – Череповец: ЧГУ, 2013. – С. 369-382.
7. Миков, А.Ю. Математическое обеспечение и структура системы интеллектуальной поддержки системы управления оценкой качества поверхности холоднокатаного проката / А.Ю. Миков, О.С. Логунова, А.В. Маркевич // Электротехнические системы и комплексы. – 2016. – № 1 (30). – С. 45-51.
8. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
9. Прэтт, У. Цифровая обработка изображений / У. Прэтт. – М.: Мир, 1982. – Кн. 1. – 312 с.
10. Шапиро, Л. Компьютерное зрение / Л. Шапиро, Дж. Стокман. – М.: Бином, 2006. – 752 с.
11. Бадеников, В.Я. Задачи, решаемые в системе управления флотацией / В.Я. Бадеников, С.А. Сидоров // Современные технологии и научно-технический прогресс. – 2004. – Т. 1. – № 1. – С. 13-16.
12. Абиди, А. Механический вынос и истинная флотация природной полиметаллической сульфидной руды / А. Абиди, К. Эламари, А. Бакауи, А. Якуби // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2014. – № 6. – С. 181-189.
13. Мелик-Гайказян, В.И. Влияние капиллярного давления в пузырьках на их прилипание к частицам при пенной флотации / В.И. Мелик-Гайказян, Н.П. Емельянова, Т.И. Юшина // Известия высших учебных заведений. Цветная металлургия. – 2013. – № 1. – С. 1-12.
14. Логунова, О.С. Предпосылки разработки программного модуля для распознавания и восстановления формы объекта на изображении пенного продукта флотационной машины. / О.С. Логунова, А.В. Леднов, Р.Э. Шилов. // Ab ovo ... (С самого начала...). – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2017. С. 84-86.
15. Титков, С.Н. Развитие технологии флотационного обогащения водорастворимых полезных ископаемых / С.Н. Титков // Горный журнал. – 2007. – № 8. – С. 20-24.
16. Логунова, О.С. Алгоритмы распознавания и восстановления объектов округлой формы на изображении / О.С. Логунова, Р.Э. Шилов. // Ab ovo ... (С самого начала...). – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2017. С. 89-91.

Материал поступил в редакцию: 13.02.2018

Материал принят к публикации: 06.03.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

SEGMENTATION OF THE IMAGE OF THE FOAM PRODUCT OF FLOTATION: SUBSTANTIATION FOR REPLACEMENT OF THE BUBBLE OF THEIR GLARES

Logunova O.S., Lednov A.V., Shilov R.E., Muslimov M.B. and Baybulatov F.R.

Abstract. The purpose of the study is to substantiate the replacement of the foam product with bubbles to their glare when segmenting the image to improve the accuracy of object identification. Examples of instantaneous images of a foam product from a video stream are given, the order of carrying out of the experiment on the study of the interrelations between the linear dimensions of a bubble and glares, and also their areas is given, and the results of experimental data processing are presented. The research was carried out during the period 2017-2018 in the conditions of the company. During the research, methods of mathematical statistics and algorithms for processing experimental data were used. The results of statistical data processing with use of the universal package Statistica showed the existence of reliable correlation between the linear dimensions of the bubble and the glare, as well as their areas. The best is the correlation between the areas of objects, since it has the largest value of the correlation coefficient (0.956), the equation is reliable at a significance level of less than 5%, the coefficients of the equation are significant at a significance level of less than 5% and the heteroskeasticity of the residuals is not significant (the value of the correlation coefficient is 0.29). The presence of a reliable correlation between the areas of the bubble and the glare makes it sufficient to recognize the segment of the image corresponding to the glare, for which regions of low contrast are absent and the shape can be chosen close to elliptical. As a result, the task of recognizing the elements of a flotation foam product on images of a video stream is reduced to the task of segmenting objects of the elliptic shape in the region of high brightness having different orientations on the plane and determining their linear dimensions.

Keywords: Foam product, video stream images of foam product, bubble, glare, image segmentation, linear dimensions, area, experimental research.

References

1. Logunova O.S., Parsunkin B.N., Suspitsin V.G. *Steel*, 2004, no. 12, pp. 101-104. (In Russ.)
2. Logunova O.S., Devyatov D. Kh., Nurov Kh.Kh. *Izvestiya visshikh uchebnikh zavedeniy. Chernaya metallurgiya*, 2005, no. 9, pp. 54-58. (In Russ.)

3. Posokchov I.A., Logunova O.S., Arkulis M.B. and all. *Algoritmi obrabotki izobrazheniy sernih otpечатkov v sisteme otsenki kachestva neprerivnolitoi zagotovki*. NMSTU. Magnitogorsk, 2017. (In Russ.)
4. Kuzmin, M.I., Solovyov N.A. *Metrologicheskoe obespechenie videleniya oblastey dlya resheniya zadachi raspoznaniya defektov*. OGU. Orenburg, 2013, pp. 152-156. (In Russ.)
5. Maass G., Sinyukhin S. *Steel*, 2013, no. 1, pp. 47-51. (In Russ.)
6. Khoroshilov A.D. *Nauchno-tekhnicheskii progress v chernoy metallurgii*. CHGU. Cherepovets, 2013, pp. 369-382. (In Russ.)
7. Mikov A.U., Logunova O.S., Markevitch A.V. *Elektrotekhnicheskiye sistemi i kompleksu*, 2016, no. 1(30), pp. 45-51. (In Russ.)
8. Gonsales R., Vuds R. *Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy*. Tekhnosfera. Moscow. 2005. (In Russ.)
9. Prett U. *Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy*. Mir. Moscow. 1982. (In Russ.)
10. Shapiro L., Stockman Dzh. *Kompyuternoye zreniye*. Binom. Moscow. 2006. (In Russ.)
11. Badenikov V. Ya., Sidorov S.A. *Sovremennyye tekhnologii i nauchnotekhnicheskii progress*, 2004, no. 1(1), pp.13-16. (In Russ.)
12. Abidi A., Elamari L., Bakau A., Yakubi A. *Fiziko-tekhnicheskie problem razrabotki poleznikh iskopaemikh*, 2014, no. 6, pp. 181-189. (In Russ.)
13. Melik-Gaikazyan B.I., Emelyanova N.P., Yushina T.I. *Izvestiya visshikh uchebnikh zavedeniy. Tsvetnaya metallurgiya*, 2013, no. 1, pp. 1-12. (In Russ.)
14. Logunova O.S., Lednov A.V., Shilov R.E. *Ab ovo ... (s samogo nachala...)*. NMSTU. Magnitogorsk, 2017, pp. 84-86. (In Russ.)
15. Titkov S.N. *Gorniy zhurnal*, 2007, no.8, pp. 20-24. (In Russ.)
16. Logunova O.S., Shilov R.E. *Ab ovo ... (s samogo nachala...)*. NMSTU. Magnitogorsk, 2017, pp. 89-91. (In Russ.)

ОБ АВТОРАХ:

Логунова Оксана Сергеевна – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: logunova66@mail.ru

Леднов Анатолий Викторович – канд. техн. наук, профессор, доцент кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: alednov@mail.ru

Шилов Роман Эдуардович – магистрант кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: green96_man174rus@mail.ru

Муслимов Марат Булатович – начальник СА и М УСА и И, главный метролог АО «Учалинский ГОК», г. Учалы. E-mail: zla_muslimov_mb@ugok.ru

Байбулатов Фанис Рауфович – начальник УСАиИ АО «Учалинский ГОК», г. Учалы. E-mail: fanis@ugok.ru

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Сегментация изображения пенного продукта флотации: обоснование замены пузырька их бликами / О.С. Логунова, А.В. Леднов, Р.Э. Шилов, М.Б. Муслимов, Ф.Р. Байбулатов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 12-19.

Logunova, O.S., Lednov, A.V., Shilov R.E., Muslimov M.B. and Baybulatov F.R. (2018) Segmentation of the image of the foam product of flotation: substantiation for replacement of the bubble of their glares. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (1): 12-19.

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ КРИВЫХ БЕЗЬЕ*Утемисова А.А., Романов П.Ю.*

Аннотация. Исследование кривых Безье, начатое французскими учеными в середине 20 века для компьютерного проектирования автомобильных кузовов, является актуальным и в настоящее время. Построение кривых Безье осуществляется с помощью контрольных точек, через две из которых кривая проходит (опорные), остальные (управляющие) точки задают форму кривой. Это позволяет получать необходимую форму кривой, изменяя положение контрольных точек. Математически кривые Безье задаются параметрическим выражением, зависящим от координат опорных вершин и полиномов Бернштейна. В статье рассмотрены методы построения кривых Безье (на основе полиномов Бернштейна, на основе алгоритма де Кастелье), отмечены преимущества каждого метода. Проведенный анализ позволил выделить наиболее важные свойства кривых, которые используются в различных программах автоматизированного проектирования и моделирования гладких линий.

Ключевые слова: кривые Безье, опорные точки, управляющие точки, параметрическая кривая, полиномы Бернштейна, алгоритм де Кастелье, моделирование гладких линий.

Введение

Кривые Безье исследовались двумя французскими учеными – Пьером Безье и Полем де Кастелье независимо друг от друга в 60-х годах прошлого века. Оба ученых проводили исследования в этом направлении в целях нахождения способа компьютерного проектирования автомобильных кузовов, так как оба на момент открытия работали в разных автомобильных компаниях (П.Безье – в «Рено», П. де Кастелье – в «Ситроен»). При этом работа Кастелье выполнена раньше (1959 г.), однако компания «Ситроен» долго это скрывала в качестве производственной тайны. Поэтому, впервые представив кривые Безье в 1962 году, П. Безье стал обладателем патента и увековечил свое имя в их названии. В настоящее время кривые Безье используются в различных программах автоматизированного проектирования и моделирования гладких линий.

Материалы и методы исследования, практические разработки

Прежде чем приступить к описанию методов построения кривых Безье, необходимо описать главный принцип или идею методов построения. Кривая Безье строится с помощью так называемых контрольных точек. Из всех контрольных точек кривая обычно проходит лишь через две опорные, или узловые, точки (полюсы). Остальные контрольные точки не лежат на самой кривой, но их положение определяет ее кривизну – кривая как бы «стремится» пересечься с ними, но, выгибаясь дугой, так и не «дотягивается». Эти точки называются управляющими. Таким образом, кривая непрерывно заполняет отрезок между опорными точками, изгибаясь в направлении управляющих точек, поэтому изменение положения любой из контрольных точек меняет изгиб кривой.

Такой принцип построения дает интуитивно определять внешний вид кривой по положению контрольных точек, что позволяет реализовать интерактивность и наглядность при подборе кривой нужной формы, а это, в свою очередь, позволяет наиболее быстро, просто и относительно точно реализовать представляемую кривую. Кроме того, представление кривой в виде контрольных точек позволяет, при ее трансформации (изменение формы, масштаба или пересчет в другой системе координат), не преобразовывать кривую полностью, а лишь контрольные точки, а затем построить по ним новую кривую. Это существенно уменьшает количество необходимых расчетов. Именно поэтому кривые Безье нашли широкое применение в системах автоматизированного проектирования, графических редакторах и других представлениях двумерной и трехмерной графики на компьютере, например, при представлении шрифтов формата TrueType [1].

Если внимательно посмотреть на эти кривые, то можно заметить, что:

- 1) степень кривой равна числу точек минус один, на рис. 1 изображены кубическая, квадратическая и линейная кривые;
- 2) кривые находятся внутри выпуклого многоугольника, вершинами которого являются опорные точки (рис. 2).

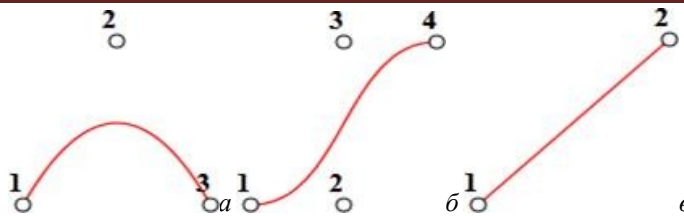


Рис. 1. Вид кривых Безье, построенных по: а – четырем точкам; б – по трем точкам; в – по двум точкам

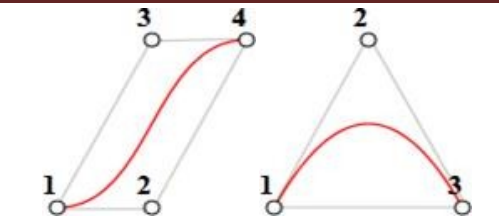


Рис. 2. Кривые Безье с опорными точками

В компьютерной графике на основе последнего свойства возможно осуществить оптимизацию проверки пересечений двух кривых: если их многоугольники (выпуклые оболочки) не пересекаются, то и кривые тоже не пересекутся.

Практическая значимость кривых Безье состоит в возможности ее изменения при помощи перемещения опорных точек. Форма кривой при этом изменяется интуитивно понятным образом.

Небольшая практика позволяет установить, как должны быть расположены точки, чтобы получилась необходимая форма кривой. При этом соединение нескольких кривых позволяет получить практически любую фигуру.

Примеры использования кривых Безье, приведены на рис. 3.

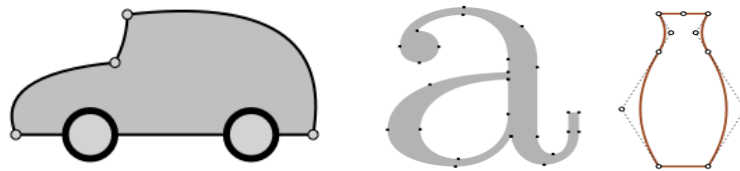


Рис. 3. Примеры использования кривых Безье

Кривые Безье задаются математическими формулами, в которых координаты кривой зависят от параметра $t \in [0,1]$. Кривая Безье – параметрическая кривая, задаваемая выражением

$$B(t) = \sum_{i=0}^n p_i b_{i,n}(t), 0 \leq t \leq 1, \quad (1)$$

где $p_i, i \in \overline{1, n}$ – опорные вершины в пространстве кривой, называемые полюсами; $b_{i,n}(t)$ – базисные полиномы Бернштейна,

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, i \in \overline{1, n}. \quad (2)$$

Для двух точек: $P = (1-t)P_1 + tP_2$.

Для трёх точек: $P = (1-t)^2 P_1 + 2(1-t)t P_2 + t^2 P_3$.

Для четырёх точек: $P = (1-t)^3 P_1 + 3(1-t)^2 t P_2 + 3(1-t)t^2 P_3 + t^3 P_4$.

Эти уравнения – векторные, т.е. вместо P_i нужно подставить координаты i -й опорной точке (x_i, y_i) .

Построение кривых Безье с использованием полиномов Бернштейна

Этот метод реализован в виде частного случая многочленов или полиномов Бернштейна, при котором его коэффициенты – векторные. Упомянутый полином был описан задолго до открытия самих кривых (в 1912 году) российским ученым Сергеем Натановичем Бернштейном при доказательстве аппроксимационной теоремы Вейерштрасса [2].

Для нахождения нужных функций используется базис Бернштейна – система полиномов, задаваемых формулой:

$$B_n(f; x) = B_n(x) = \sum_{k=0}^n f\left(\frac{k}{n}\right) b_{k,n}(x).$$

Графическое представление кривой Безье приведено на рис. 4 и 5.

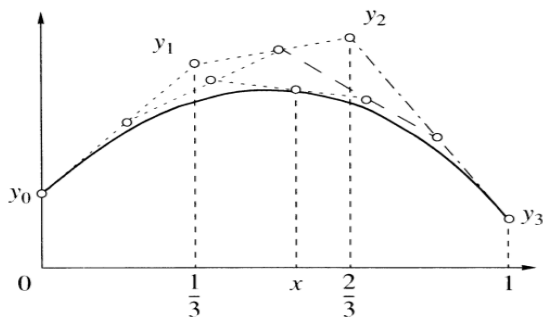


Рис. 4. График полинома Бернштейна

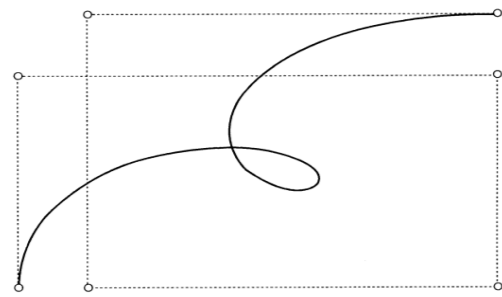


Рис. 5. Кривая Безье на плоскости

Преимуществами построения кривой Безье с использованием полиномов Бернштейна являются:

- 1) кривая является полиномиальной, а следовательно, бесконечно гладкой по всей своей длине;
- 2) построение не требует сложных вычислений. Полиномы Бернштейна зависят лишь от числа опорных точек, но не от их координат, поэтому кривая легко пересчитывается при любом изменении опорных точек.

Кривую Безье можно рассматривать как пошаговое уточнение формы многоугольника, получаемого последовательным соединением ее контрольных точек (рис. 6 – 10). При этом кривая Безье начинается и заканчивается в конечных точках данного многоугольника, а форма определяется относительным расположением оставшихся точек, через которые в общем случае она не проходит.

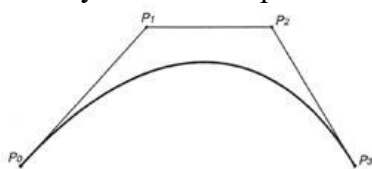


Рис. 6. Кривая в выпуклом многоугольнике

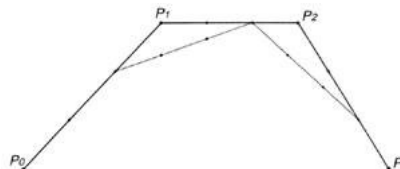


Рис. 7. Первый этап аппроксимации кривой

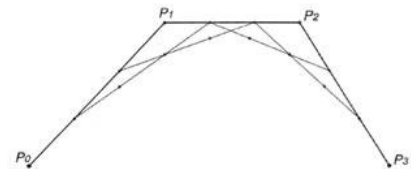


Рис. 8. Второй этап аппроксимации кривой

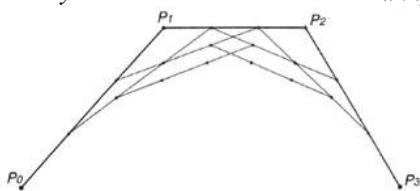


Рис. 9. Третий этап аппроксимации

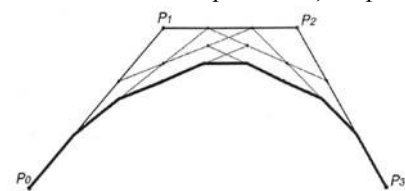


Рис. 10. Итоговая ломаная кривая

Исходя из этого, можно представить канонический вид кривой Безье, который обычно используют в графических редакторах плоской графики.

Построение рациональных кривых Безье

Рассмотренные выше способы построения кривой Безье позволяют управлять ее формой с помощью изменения положения опорных точек, причем, чем больше этих точек, тем в большей степени мы можем управлять кривой. Но, имея в качестве средств управления только опорные точки, иногда очень сложно построить кривые заданной формы. Поэтому было введено еще одно средство управления формой кривой – вес опорной точки. Влияние веса точки на форму кривой отличается от аналогичного влияния положения опорной точки. Так, при смещении опорной точки все точки кривой передвигаются на разные величины в направлении смещения. При изменении веса опорной точки точки кривой смещаются по направлению к этой точке, если вес увеличился, или в противоположную сторону, если вес уменьшился [3].

Кривые Безье, в которых каждой опорной точке присвоен дополнительный параметр – ее вес, получили название рациональных. Способ построения рациональных кривых Безье основан на алгоритме Де Кастелье, но прежде необходимо представить сам алгоритм в так называемой операторной форме или операторных обозначениях.

Согласно биному Ньютона рациональную кривую Безье можно представить в виде равных весов точек

$$R(t) = \frac{\sum_{i=0}^m w_i B_i^m(t) P_i}{\sum_{i=0}^m w_i B_i^m(t)}, 0 \leq t \leq 1,$$

где знаменатель становится постоянным, а кривая превращается из рациональной в нерациональную кривую Безье [4].

Преимуществами построения рациональной кривой Безье являются:

- 1) рациональная кривая Безье способна точно (не приблизительно) представлять собой дуги кривых второго порядка. Это бывает важно при проектировании деталей, в которых требуется, чтобы та или иная кривая в точности являлась дугой, например, эллипса, параболы или гиперболы (поскольку от этого зависят физические свойства той детали, в описании которой участвует данная кривая);
- 2) дополнительный параметр опорной точки – вес позволяет добиться совершенно новых форм кривых, невозможных при использовании нерациональных кривых Безье с любым количеством опорных точек.

Заключение

Таким образом, кривые Безье любой степени обладают следующими важными свойствами:

- 1) начальная и конечная контрольные точки лежат на кривой;
- 2) кривая на всем протяжении непрерывна, у нее отсутствуют разрывы;
- 3) касательные к кривой в начальной и конечной контрольных точках являются отрезками, соединяющими их с другими двумя соседними контрольными точками, через которые кривая не проходит;
- 4) точки на краях касательных располагаются на кривой только в том случае, если последняя представляет собой прямую линию;
- 5) поскольку кривая Безье есть взвешенное усреднение всех ее контрольных точек с положительными весами, а сумма их равна единице, кривая всегда располагается внутри выпуклого многоугольника, составленного из ее контрольных точек.

Список использованных источников

1. Графский, О. А. Моделирование сплайнов / О.А. Графский. – Хабаровск: ДВГУПС, 2010. – 75 с.
2. Бернштейн, С. Н. Доказательство теоремы Вейерштрасса, основанное на теории вероятностей / С.Н. Бернштейн. – М.: АН СССР, 1952. – Т. 1. – С.105–106.
3. Bezier, P., Numerical control: Mathematics and applications, Wiley, New York, 1972.
4. Farin, G., Curves and surfaces for CAGD, 5th ed., Acad. Press, New York, 2002.

Материал поступил в редакцию: 30.12.2017

Материал принят к публикации: 02.03.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

SOME METHODS FOR CONSTRUCTING BÉZIER CURVES

Utemisova A.A., Romanov P. Yu.

Annotation. The study of Bézier curves, launched by French scientists in the mid 20th century to computer-aided design of car bodies is relevant in the present time. The construction of Bézier curves is performed by using control points, in two of which the curve passes (reference), the other (control) points define the shape of the curve. This allows you to obtain the required curve shape by changing the position of control points. Mathematically the Bezier curves specified by a parametric expression, depending on the coordinates of the control vertices and the Bernstein polynomials. The article considers methods of construction of Bézier curves (based on polynomials of Bernstein, based on the algorithm de Castelle), noted the advantages of each method. The analysis allowed to highlight the most important properties of curves, which are used in various programs of computer-aided design and simulation of smooth lines

Keywords: Bézier curves, reference points, control points, a parametric curve, Bernstein polynomials, algorithm of de Castile, the simulation of smooth lines.

References

1. Grafskiy O. A. *Modelirovanie splaynov*. DVGUPS, Habarovsk, 2010. (In Russ.)
2. Bernshteyn C.N. *Dokazatelstvo teoremy Veyershtrassa, osnovannoe na teorii veroyatnostey*. AN SSSR, Moscow, 1952. (In Russ.)
3. Bezier P. *Numerical control: Mathematics and applications*. Wiley, New York, 1972.
4. Farin, G. *Curves and surfaces for CAGD*. Acad. Press, New York, 2002.

ОБ АВТОРАХ:

Утемисова Анар Алтаевна – канд. пед. наук, доцент кафедры математики Костанайского государственного университета им. А.Байтурсынова (КГУ), Казахстан. E-mail: anar_utemisova@mail.ru.

Романов Петр Юрьевич – д-р пед. наук, профессор кафедры прикладной математики и информатики, ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

E-mail: romanov-magu@mail.ru.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Утемисова А.А. Некоторые методы построения кривых Безье / А.А. Утемисова, П.Ю. Романов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 20-24.

Utemisova A.A. and P. Yu. Romanov (2018) Some methods for constructing Bézier curves. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (1): 20-24.

О РАЗРАБОТКЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ

Анисимов А.Л., Бондаренко Т.А., Каменева Г.А.

Аннотация. До недавнего времени разработка электронных средств обучения в большей степени определялась как создание лекционных контрольных материалов, представимых в формате *.pdf*. В современных условиях возрастает роль дистанционных форм обучения, что влечет за собой необходимость поиска новых путей активизации самостоятельной работы студентов. С тех пор как *Adobe Acrobat Reader* стал поддерживать встроенный *JavaScript*, появилась возможность внедрения интерактивности в документы формата *.pdf*. Авторами осуществлена попытка создания интерактивного электронного учебного пособия «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений». В представленном пособии использован пакет *Acrotex*, написанный проф. математики из университета Акрона Д.П. Стори для придания интерактивности документу, созданному в формате *.pdf*. Этот пакет устанавливается в системе *LaTeX*. Благодаря наличию поддержки *JavaScript*, удастся также поддерживать интерактивное взаимодействие с пользователем. Пособие прошло апробацию в работе со студентами и представлено на регистрацию. Авторы намерены продолжить работу по созданию и внедрению в процесс обучения математике учебных пособий с элементами мультимедиа технологий.

Ключевые слова: дистанционные формы обучения, интерактивное обучение, пакет *Acrotex*, система *LaTeX*, тестирование, электронные средства обучения, учебные пособия с элементами мультимедиа технологий.

Введение

В настоящее время одним из направлений совершенствования учебного процесса в высшей школе является совершенствование учебно-методического обеспечения и связанных с ним приёмов и методов преподавания. Проблема совершенствования средств обучения становится всё более насущной, поскольку явно прослеживается тенденция к более широкому использованию такой формы обучения, как дистанционная. Время, отведённое на непосредственное личное общение преподавателя со студентом, становится всё более ограниченным, между тем растёт доля времени, отведённого на самостоятельное изучение материала. Безусловно, сеть Интернет в настоящий момент предоставляет доступ практически к любому источнику теоретических или практических знаний, но особенности человеческого восприятия таковы, что для успешного усвоения учебного материала недостаточно просто прочитать учебное пособие, необходима детальная проработка учебного материала.

При традиционной очной форме обучения такую проработку обеспечивает преподаватель непосредственно на занятиях. Но при заочной или дистанционной форме обучения необходимы такие средства обучения, которые могли бы в некоторой степени обеспечить эффективную самостоятельную работу студентов.

В сети Интернет присутствуют различные открытые образовательные площадки (например, *Open.edu*), которые предоставляют желающим эту возможность. Однако курсы, представленные на этих площадках, обладают некоторыми недостатками, среди которых можно выделить один общий: каждый предложенный курс адаптирован под тот вуз, в котором работает коллектив авторов этого вуза. Довольно часто курс не учитывает особенности, специфику некоторой конкретной учебной программы.

Поэтому авторы работы считают, что разработка качественных учебных пособий с элементами мультимедиа технологий, ориентированных на конкретную учебную программу или некоторую тему, входящую в состав более общей дисциплины, остаётся чрезвычайно актуальной. В работе рассмотрен пример создания электронного учебного пособия для студентов, изучающих математику в техническом вузе.

Методика

Пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов при изучении темы «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений». Пособие ориентировано на студентов как дневного, так и заочного отделения. Каждый раздел содержит необходимый и достаточный минимум теоретических сведений (определения, теоремы), снабжен большим числом примеров с подробным решением. Пособие отличается четкостью и доступностью изложения. Структура пособия позволяет концентрировать внимание студентов на проблемных и ключевых вопросах, последовательно осваивая учебный материал.

Тестовая часть предлагаемого пособия содержит тесты по следующим темам: действия с матрицами; определители матриц; обратная матрица; матричные уравнения; системы линейных алгебраических уравнений. Содержащиеся в пособии тесты делятся на обучающие и контрольные. В обучающем варианте теста для студента существует возможность просмотра правильного ответа с ссылкой на подробное обоснованное решение. Контрольные тесты составлены в 10 вариантах по каждой теме.

Каждый тест составлен по принципу «от простого к сложному». Первая часть заданий в каждом тесте направлена на отработку первичных вычислительных навыков и алгоритмов действий. Вторая часть теста направлена на отработку уверенных навыков действий и проверку понимания изучаемого материала. Преподаватель имеет возможность выбирать уровень и тип заданий в зависимости от учебной цели, программы и состава аудитории.

Предлагаемые тестовые материалы используются в качестве контрольных материалов для аудиторного контроля. Для этого необходим компьютерный класс с установленной программой *Adobe Acrobat Reader DC*, версии 2017.

Разработанное пособие было создано в формате *.pdf*. Для придания интерактивности документу использовался пакет *Acrotex*, написанный профессором математики из университета Акрона Д.П. Стори. Этот пакет устанавливается в системе *LaTeX* и при компиляции исходного *.tex* файла создает файл *.pdf*, который обращается к встроенной поддержке *JavaScript*.

Язык *LaTeX* [2-5] изначально допускал конвертирование своих файлов в формат *.pdf*. Однако при этом у него отсутствовали средства для поддержки *JavaScript*. И в 1998 году Д. Стори создал пакет *Acrotex*, который позволил использовать в документах *LaTeX*-а различные интерактивные элементы [6, 7].

Сам пакет *Acrotex* состоит из нескольких частей, из которых свободной является *AeB* – *AcroTeX eDucation Bundle (acrotex для образования)*. *AeB* содержит следующие части:

- 1) пакет *Web*: средство для дизайна презентаций;
- 2) пакет *Exerquiz*: средство для создания интерактивных и онлайн-овых упражнений и тестов;
- 3) пакет *eforms*: поддержка форм и ссылок в *Acrobat Reader*;
- 4) пакет *dljslib*: поддержка функций *JavaScript*, дополняющих функциональность *exerquiz*.

Пакет *Acrotex*, точнее *AeB*, входит сейчас в большинство дистрибутивов *TeX*. В частности, для пользователей *Windows* наиболее приемлемым является использование системы *MiKTeX*. Использование пакета *Acrotex* потребовало от нас дополнительных операций. Как и всегда в случае использования пакетов в системе *LaTeX*, пакет *Acrotex* подключен в преамбуле документа:

```
\usepackage[pdftex,unicode=true]{exerquiz}
\usepackage[ImplMulti,limitArith]{dljslib}
```

Поскольку изначально поддержка русского языка представлена слабо, авторам пришлось проделать некоторую предварительную работу для ее увеличения. Например, для того чтобы поменять надписи на кнопках, предваряющих и завершающих выполнение упражнений, в преамбуле разместили следующее:

```
\makeatletter % сделать знак "at"=@ простой буквой
\renewcommand\eq@sqlabel{\textcolor{red}{Тест.}}
\renewcommand\eq@bqlabel{\u0421\u0442\u0430\u0440\u0442}
\renewcommand\eq@eqlabel{\u0421\u0442\u0435\u043F}
\renewcommand\eq@OutOf{\u0438\u0437}
\renewcommand\eq@local@CA{Коррекция}
\renewcommand\eq@local@CorrAnsButton{Ответ}
\renewcommand\eq@ptScore{\u0412\u0435\u0440\u043D\u043E:}
\renewcommand\qzbookmarkfmt{Вопрос \@quizCnt.\space}
\makeatother % сделать знак "at"=@ спецсимволом (иным)
```

Следует обратить внимание, что некоторые записи на русском языке необходимо представлять в виде кода символов, ибо так работают некоторые команды *JavaScript* в *Acrobat*'е (в частности, *alert()*).

Разумеется, это не все команды для полноценной русификации. Кроме дополнительной русификации, необходимо еще настроить цвета, т.к. цветовая схема по умолчанию не совсем соответствует отечественным требованиям к оформлению электронных изданий. К примеру, излишне много красного цвета. Вот так меняется цвет кнопок с красного на синий:

```

\def\BeginQuizButtonDefaults
{\%
  \CA{\bqlabel}\H{P}\F{\FPrint}
  \BC{0 0 1}\BG{.7529 .7529 .7529}\W{1}\S{B}
}

\def\EndQuizButtonDefaults
{\%
  \CA{\eqlabel}\F{\FPrint}\BC{0 0 1}
  \BG{.7529 .7529 .7529}\W{1}\S{B}\H{P}
}

```

Укажем еще на необходимость русификации сообщений об ошибках. Например:

[illegible]

Теперь опишем процесс создания самих интерактивных элементов. Для этого возьмем примеры из разработанного нами электронного пособия авторов «Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений».

Следует обратить внимание, что каждая задача в тесте «окаймлена» двумя кнопками: «**старт**» и «**стоп**». Перед введением ответа к очередной задаче необходимо нажать кнопку «**старт**», ввести или отметить нужный ответ, а затем нажать кнопку «**стоп**».

За каждое правильное действие автоматически начисляется 1 балл. В задачах с множественным выбором за каждый правильный ответ начисляется 1 балл, за **неправильный ответ снимается 1 или 2 балла.**

Опишем задание интерактивного элемента, приведенного на рис. 1-4.

```
\begin{quiz}{MatExec01}\label{test:actmatr01}
(Нажмите <<Старт>> ответьте на вопрос, затем нажмите <<Стоп>>.)
\begin{questions}
\item[1.]{PTS{6} Даны две матрицы
$A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ и
$B=\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
Найдите матрицу $C=2B-4A$.
\begin{equation*}
\def\pij#1{\setlength{\fboxrule}{0pt}\setlength{\fboxsep}{1bp}
\fbox{\RespBoxMath[\rectW{16bp}]Q{1}\textSize{0}]{#1}{1}{.0001}
\{0,1\}}}
%
\begin{mathGrp}{PTS*{1}}
C = \begin{pmatrix} \pij{-18} & \pij{4} \\ \pij{-14} & \pij{22} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \pij{0} & \pij{-34} \end{pmatrix}.
\end{mathGrp}\CorrAnsButtonGrp{-18,4,0,-14,22,-34}
%
\end{equation*}
\end{questions}
\end{quiz}\quad\PointsField\currQuiz\eqButton\currQuiz
\noindent Ответ: \AnswerField\currQuiz\hfill
Посмотреть \hyperref[solv:actmatr01]{решение}.
```

Разберем этот фрагмент подробнее.

Команды

$$\begin{matrix} \text{MatExec01} \end{matrix} \quad \text{PointsField} \quad \text{currQuiz} \quad \text{eqButton} \quad \text{currQuiz}$$

очевидны: это начало и окончание упражнения. Уникальная метка «*MatExec01*» обязательна, иначе не будет работать механизм проверки.

Поле «\PointsField\currQuiz» предназначено для вывода результатов проверки решения, после нажатия кнопки «Стоп». Конструкция «\eqButton\currQuiz» создает кнопку «Коррекция» и обеспечивает ее работу.

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

1. (баллы: 6) Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу $C = 2B - 4A$.

$C = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$.

Стоп **Коррекция**

Ответ: [Посмотреть решение.](#)

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

Рис. 1. Вид тренировочного задания до ввода ответа

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

1. (баллы: 6) Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу $C = 2B - 4A$.

$C = \begin{pmatrix} -18 & 4 \\ 0 & -14 \\ 24 & -34 \end{pmatrix}$.

Стоп Верно: 5 из 6 **Коррекция**

Ответ: [Посмотреть решение.](#)

Рис. 2. Введенный ответ и подсчитанное количество баллов

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

1. (баллы: 6) Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу $C = 2B - 4A$.

$C = \begin{pmatrix} -18 & 4 \\ 0 & -14 \\ 24 & -34 \end{pmatrix}$ **Ответ**

Стоп Верно: 5 из 6 **Коррекция**

Ответ: [Посмотреть решение.](#)

Рис. 3. Вид после нажатия кнопки «Коррекция»

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

1. (баллы: 6) Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу $C = 2B - 4A$.

$C = \begin{pmatrix} -18 & 4 \\ 0 & -14 \\ 24 & -34 \end{pmatrix}$ **Ответ**

Стоп Верно: 5 из 6 **Коррекция**

Ответ: [Посмотреть решение.](#)

Рис. 4. После нажатия на кнопку «Ответ»

Команда «\item[1.]» просто нумерует упражнения, а «\PTs{6}» задает общее число баллов за выполнение.

Команда «\begin{mathGrp}» начинает, а «\end{mathGrp}» завершает группу команд со множественным вводом (т.е. они оцениваются целиком).

Команда « $\backslash PTs*{1}$ » указывает число баллов за один правильный ответ. Инструкция « $\backslash pij\{-18\}$ » задает правильный ответ для ввода в данную ячейку (см. рис. 2, 3). Причем само обозначение « $\backslash pij\{-18\}$ » определяет макрос

```
\def\pij#1{\setlength{\fboxrule}{0pt}\setlength{\fboxsep}{1bp}
\fbox{\RespBoxMath[\rectW{16bp}\Q{1}\textSize{0}]{#1}{1}{.0001}{{0,1}}}
```

Конструкция « $\backslash CorrAnsButtonGrp\{-18,4,0,-14,22,-34\}$ » задает правильные ответы, которые будут показаны в режиме коррекции при нажатии на кнопку «Ответ» (см. рис. 4).

Ответы выводятся в поле « $\backslash AnswerField\currQuiz$ ».

Наконец, « $\backslash hyperref[solv:actmatr01]$ » задает переход к просмотру решения, а метка « $\backslash label{test:actmatr01}$ » служит для возврата со страницы решений назад.

Для сравнения приведем подобный фрагмент кода для случая итогового контроля, т.е. когда нет коррекции ответа.

```
\begin{quiz}{MatExec11}%\quizpdfbookmark{}
(Нажмите <<Старт>> ответьте на все вопросы, затем нажмите <<Стоп>>.)
\begin{questions}
```

$\backslash item[1.]\backslash PTs\{6\}$ Даны две матрицы:

$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & -7 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите матрицу $C = -8 \cdot B - 3 \cdot A$.

```
\begin{equation*}
```

```
\def\pij#1{\setlength{\fboxrule}{0pt}\setlength{\fboxsep}{1bp}
```

```
\fbox{\RespBoxMath[\rectW{20bp}\Q{1}\textSize{0}]{#1}{1}{.0001}
{[0,1]}}
```

```
%
```

```
\begin{mathGrp}\backslash PTs*{1}
```

```
C = \begin{pmatrix} \pij\{-23\} & \pij\{-63\} \\ \pij\{35\} & \pij\{5\} \\ \pij\{9\} & \pij\{-49\} \end{pmatrix}.
```

```
\end{mathGrp}
```

```
%
```

```
\end{equation*}
```

```
\end{questions}
```

```
\end{quiz}\quad\backslash PointsField\currQuiz
```

В пособии предусмотрен тренировочный вариант теста по каждой теме. Выполняя этот вариант, студент может разобраться в системе оценивания. Тренировочный вариант снабжён решениями. Если задание выполнено неверно, у студента есть возможность посмотреть решение и понять, где он совершил ошибку. Для того чтобы увидеть решение, необходимо нажать соответствующую кнопку «[посмотреть решение](#)».

В предлагаемых тестовых материалах встречаются задания следующих типов:

- задачи, в которых требуется вычислить числовое значение (ответом служит число, записанное в виде конечной десятичной или обыкновенной дроби. Если число, являющееся ответом, не может быть представлено конечной десятичной дробью, его записывают в виде обыкновенной неправильной дроби (в виде a/b);
- задачи, в которых требуется вычислить значение буквенного выражения (ответом служит некоторое буквенное выражение, представленное в стандартном виде или сгруппированное относительно переменных, входящих в выражение);
- задачи с выбором единственного ответа (рис. 7), среди предложенных ответов требуется выбрать один верный ответ;
- задачи с множественным выбором ответа (рис. 6), среди предложенных ответов требуется выбрать несколько верных ответов;
- задачи, в процессе решения которых требуется установить верную последовательность действий (рис. 8), ответом в таких задачах служит правильный набор цифр или букв, обозначающих очередной ответ или действие;

1). Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 1 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу $C = 2B - 4A$.

Решение.

Для того, чтобы умножить матрицу на число α , нужно каждый элемент матрицы умножить на число α .

$$\text{Имеем } -4 \cdot A = \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -4 & -16 \\ 12 & -20 \end{pmatrix}, 2 \cdot B = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 4 & 2 \\ 10 & -14 \end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы сложить две матрицы, нужно составить матрицу из элементов, являющихся суммами соответствующих элементов матриц-слагаемых.

$$C = 2 \cdot B - 4 \cdot A = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 4 & 2 \\ 10 & -14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -4 & -16 \\ 12 & -20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 & 4 \\ 0 & -14 \\ 22 & -34 \end{pmatrix}.$$

[Вернуться к тестам](#)

Рис. 5. После перехода по кнопке «Посмотреть решение»

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

6. (баллы: 3) Пусть матрицы A и B — квадратные матрицы одного и того же порядка. Выберите верные высказывания:

☒ 1). Если $A \cdot B \neq B \cdot A$, то $(A - B)^2 \neq A^2 - 2AB + B^2$.

☐ 2). Если $A \cdot B \neq B \cdot A$, то $(A - B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

☒ 3). Если $A \cdot B = B \cdot A$, то $B^2 - A^2 = (A + B)(B - A)$.

☐ 4). Если $A \cdot B \neq B \cdot A$, то $A^2 - B^2 = (A - B)(B - A)$.

☐ 5). Если $A \cdot B \neq B \cdot A$, то $A(A - B) + (A - B)B = (A - B)(A + B)$.

☐ 6). Если $A \cdot B = B \cdot A$, то $A^2 - B^2 = A^2 + B^2$.

☒ 7). Если $A \cdot B = B \cdot A$, то $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

☐ 8). Если $A \cdot B = B \cdot A$, то $(B - A)(B + A) = B^2 - A^2 + BA + AB$.

Стоп Верно: 3 из 3 [Коррекция](#) [Посмотреть решение.](#)

Рис. 6. Тест с множественным выбором ответа

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

2. (баллы: 1) Вычислите определитель второго порядка: $\begin{vmatrix} a-b & a+b \\ -a-b & b-a \end{vmatrix}$

☐ $a^2 + b^2$ ☐ $a^2 - b^2 - 4ab$ ☐ $4ab$ ☐ $(a-b)^2$ ☐ $a^2 + b^2 + 4ab$

Стоп

Рис. 7. Образец итогового теста с выбором ответа

Старт (Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

7. (баллы: 1) Вычислите определитель третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} a+x & x & 0 \\ x & b+x & x \\ 0 & x & c+x \end{vmatrix} = \text{[ab+ac+bc]x+bx}^2\text{-x}^3\text{+abc}$$

Стоп Верно: 1 из 1

Рис. 8. Итоговый тест с символьным ответом

– задачи, в процессе решения которых требуется восстановить пропущенные элементы;

– задачи, в процессе решения которых требуется установить соответствие между предложенным действием и его алгебраической моделью (рис. 9).

(Нажмите «Старт» ответьте на вопрос, затем нажмите «Стоп».)

4. (баллы: 4) Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ методом элементарных преобразований требуется найти обратную.

1). $\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$ 2). $\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$

3). $\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$ 4). $\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$

Выпишите верную последовательность преобразований:

☐ ☐ ☐ ☐

Рис. 9. Итоговый тест с вводом последовательности действий

Заключение

Проведенная апробация представленного электронного учебного пособия показала целесообразность использования пакета *Acrotex* в создании новых электронных образовательных средств.

Список использованных источников

1. Acrobat JavaScript Scripting Reference, Technical Note #5431, Version 6.0., Adobe Systems, Inc. <http://partners.adobe.com/asn/acrobat/docs.jsp>.
2. Leslie Lamport, LATEX: A Document Preparation System (2nd ed.), Addison-Wesley, Publishing Company, 1994.
3. Michel Goossens, Frank Mittelbach and Alexander Samarin, The LATEX Companion, second ed., Addison-Wesley Publishing Company, 2004.
4. Michel Goossens, Sebastian Rahtz, and Frank Mittelbach, The LATEX Graphics Companion, Addison-Wesley Publishing Company, 1997.
5. Michel Goossens, and Rahtz, Sebastian, with Gurari, Eitan, Moore, Ross, and Sutor, Robert, The LATEX Web Companion, Addison Wesley Longman, Reading, Massachusetts, USA, 1999.
6. D.P. Story, Pdfmarks: Links and Forms, AcroTeX Web Site, 1998. www.math.uakron.edu/~dpstory/acrotex.html.
7. D.P. Story, Using LATEX to Create Quality PDF Documents for the WWW, AcroTeX Web. Site, 1998. See page 15. www.math.uakron.edu/~dpstory/acrotex.html.

Материал поступил в редакцию: 03.09.2017

Материал принят к публикации: 03.03.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

ON THE DEVELOPMENT OF ELECTRONIC MEANS OF TEACHING

Anisimov A.A., Bondarenko T.A., Kameneva U.F.

Abstract. The purpose of the study is to determine the possibility of using the discrete-event modeling method of a production system with constraints. Limitations are the productivity of aggregates operating in a linear system in the presence of a warehouse and a system for the shipment of manufactured products. To solve the problem, the authors propose an original software product developed in the programming language C#. The result of the program after modeling the work of the manufacturing workshop are the "bottlenecks" of the system in accordance with the theory of constraints. The use of software in production makes it possible to assess the current efficiency in terms of "constraint theory" and improve the efficiency of the production line. In addition to searching for "bottlenecks" in production, the software product is used for a prospective assessment of the need to install new aggregates and to assess other changes related to equipment and technological processes.

Keywords: Discrete-event modeling; theory of constraints; manufacturing process; bottleneck; C# programming language.

References

1. Acrobat JavaScript Scripting Reference, Technical Note #5431, Version 6.0., Adobe Systems, Inc. <http://partners.adobe.com/asn/acrobat/docs.jsp>.
2. Leslie Lamport, LATEX: A Document Preparation System (2nd ed.), Addison-Wesley, Publishing Company, 1994.

3. Michel Goossens, Frank Mittelbach and Alexander Samarin, The LATEX Companion, second ed., Addison-Wesley Publishing Company, 2004.
4. Michel Goossens, Sebastian Rahtz, and Frank Mittelbach, The LATEX Graphics Companion, Addison-Wesley Publishing Company, 1997.
5. Michel Goossens, and Rahtz, Sebastian, with Gurari, Eitan, Moore, Ross, and Sutor, Robert, The LATEX Web Companion, Addison Wesley Longman, Reading, Massachusetts, USA, 1999.
6. D.P. Story, Pdfmarks: Links and Forms , AcroTeX Web Site, 1998. www.math.uakron.edu/~dpstory/acrotex.html.
7. D.P. Story, Using LATEX to Create Quality PDF Documents for the WWW , AcroTeX Web. Site, 1998. See page 15. www.math.uakron.edu/~dpstory/acrotex.html.

ОБ АВТОРАХ:

Анисимов Александр Леонидович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики ФБГОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: aanisimov@yandex.ru.

Бондаренко Татьяна Алексеевна – канд. пед. наук, доцент кафедры высшей математики ФБГОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

E-mail: bondarenko_ta@mail.ru.

Каменева Галина Анатольевна – канд. пед. наук, доцент кафедры высшей математики «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: kameneva_galina@mail.ru.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Анисимов, А.Л. О разработке электронных средств обучения / А.Л. Анисимов, Т.А. Бондаренко, Г.А. Каменева // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 25-32.

Anisimov A.A., Bondarenko T.A. and U.F. Kameneva (2018) On the development of electronic means of teaching. Software of systems in the industrial and social fields, 7 (1): 25-32.

ЦИФРОВОЕ ИСКУССТВО

DIGITAL ART

УДК 004.9:[378.147:687.023]

<https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-1-33-37>ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДИЗАЙН-ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОДЕЖДЫ
В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Тимова С.А.

Аннотация. По мере совершенствования технических средств и их внедрения во все сферы человеческой деятельности перед системой образования открываются новые перспективы в использовании компьютера в проектной деятельности, которые требуют модификации технических средств обучения в вузе. Создание и внедрение систем автоматизированного проектирования способствует повышению качества, снижению материальных затрат, сокращению сроков проектирования и дают возможность из большего числа вариантов выбрать оптимальный. В статье рассматриваются 2D, 3D – технологии для дизайнеров одежды, которые должны осваивать студенты на занятиях по проектированию и моделированию одежды. Обосновываются основные достоинства программы *Corel DRAW* и *Marvelous Designer* для использования их в образовательном процессе. Предлагается осваивать также аддитивные технологии (3D-печать) для модельеров. Аддитивная технология сравнительно молодое, но очень популярное явление, которое находится на стыке синтеза технологий и моды. Применяя цифровые инновационные технологии в процессе обучения, у студентов появится возможность перенести свои идеи в виртуальное пространство и далее в физический прототип. На основе таких визуализаций должны будут разработаны презентации своих проектов. По нашему мнению, использование данных инновационных технологий в учебном процессе способствует развитию творческого мышления, инициативы и самостоятельности, дает представление о новом пути развития технологии в образовательных процессах.

Ключевые слова: цифровые технологии, инновационные технологии, учебный процесс, системы автоматизированного проектирования, *CorelDRAW*, *AutoCAD*, аддитивные технологии, 3D-печать.

Введение

По мере совершенствования технических средств и их внедрения во все сферы человеческой деятельности перед системой образования открываются новые перспективы в использовании компьютера в проектной деятельности, которые требуют модификации технических средств обучения в вузе. Создание и внедрение систем автоматизированного проектирования способствует повышению качества, снижению материальных затрат, сокращению сроков проектирования и дают возможность из большего числа вариантов выбрать оптимальный [1].

Для выполнения художественных и технических проектов в учебном процессе по направлению подготовки «Конструирование изделий легкой промышленности» используются такие программы, как *AutoCAD*, *Corel DRAW*, *Photoshop*, Леко – фирмы Вилар и система автоматизированного проектирования *Eltandr CAD*, разработанная НТЦ Московского государственного университета дизайна и технологии и др. Дисциплины «Компьютерные технологии моделирования, проектирования» и «Художественное проектирование швейных изделий» позволяют обучить основам цифрового искусства. В основном, при разработке художественного эскиза, с использованием цифровых технологий, в учебном процессе применяются такие программы, как *Corel DRAW* (рис.1-2) и *Photoshop*.

2D-технологии для дизайнеров одежды

Программный продукт *Corel DRAW* обладает удивительной универсальностью и мощностью, это один из мировых лидеров среди программ для работы с векторной графикой [6].

Основные достоинства программного продукта *Corel DRAW*:

- рациональный интерфейс, который постоянно дорабатывается в каждой новой версии;
- реализация любых творческих идей средствами художественной и текстовой графики;
- большая совместимость файловых форматов предоставляет неограниченные возможности по разнообразному использованию созданных материалов (импорт и экспорт нужных файлов);
- огромный выбор инструментов;
- большой выбор шрифтов, шаблонов, картинок;
- наличие возможности запоминания изображения с экрана;
- наличие инструментов для обработки различных изображений.

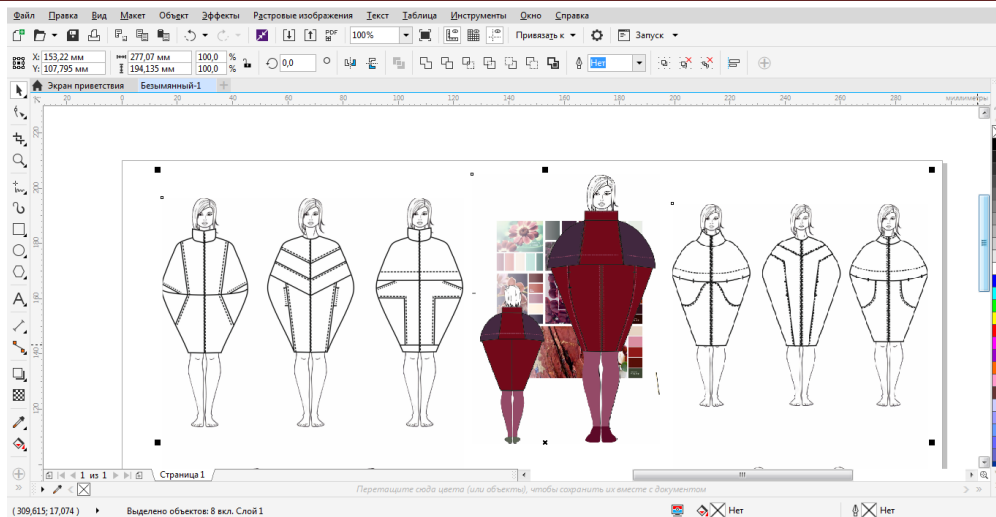


Рис.1. Разработка эскизного ряда коллекции одежды в программе Corel DRAW
(учебная работа студентов)

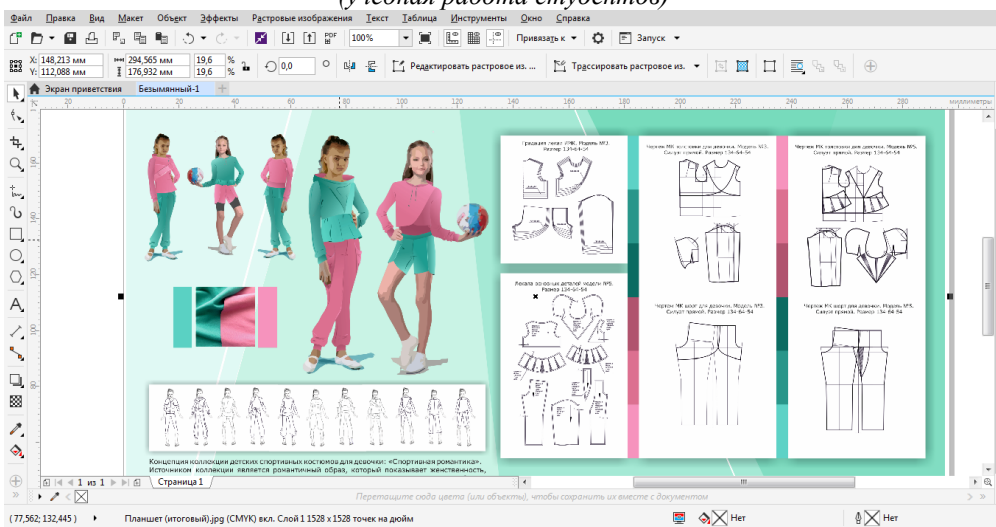


Рис.2. Разработка эскизного ряда коллекции одежды в программе Corel DRAW
(учебная работа студентов)

3D- технологии для дизайнеров одежды

Кроме 2D цифровых компьютерных технологий в настоящий момент существуют 3D-технологии для дизайнеров одежды, которые должны осваивать студенты на занятиях по проектированию и моделированию.

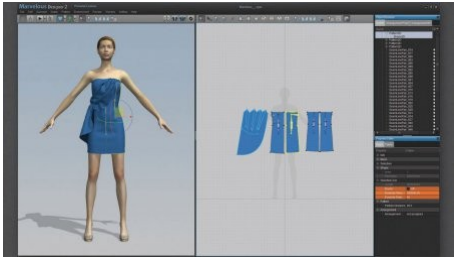
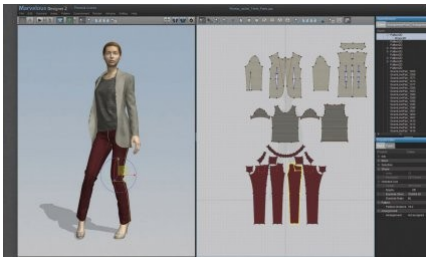
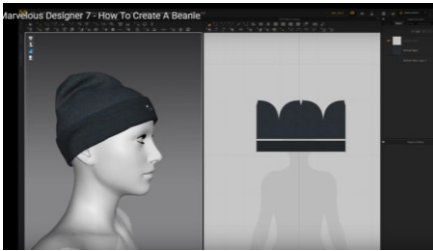
Фирма *Virtual Fashion* разработала профессиональный пакет для дизайнеров *Marvelous Designer*. Данное программное решение может применяться для полноценного трехмерного моделирования и комплексного дизайна одежды. В пакете реализованы функции проектирования выкройки с созданием точных лекал без применения сторонних САПР-пакетов [4]. Профессиональный пакет – *Marvelous Designer* разработан для дизайнеров одежды, чтобы быстро и качественно создавались внушительные объемы виртуальной одежды.

Основные достоинства программы *Marvelous Designer*:

- возможность просмотра разработки на 3D-фигуре («аватаре») и в движении (фэшн-показ);
- исправление и корректировка конструкции модели;
- добавление деталей;
- возможность менять физические свойства материалов;
- имитация нужных типов материалов;
- возможность редактировать цветовую палитру, фактуру и текстуру материалов;
- возможность использовать как для создания одежды, так и для симуляции драпировок, складок и т.д.;
- поддержка физических характеристик проектируемой одежды (растяжимость, толщина, намокание, сминаемость, плотность).

В таблице приведены основные характеристики данной программы.

Характеристики программы Marvelous Designer

Характеристики	Изображение в программе MD
Обработка выкройки и трехмерная драпировка в <i>Marvelous Designer</i> выполняются синхронно. Это гарантирует ускоренное отображение модификаций сразу на объемной модели одежды	
Программа «сшивает» произвольные выкройки в разнообразных стилях. За счет расширенной поддержке многослойного сшивания, дизайнер легко может собирать задуманную модель в различные склады, плиссе и т.д.	
В пакете <i>Marvelous Designer</i> – полноценная многоуровневая симуляция, при помощи которой генерируются профессиональные тканевые драпировки. Выкройки могут примеряться на специальных 3D-манекенах. Пакет <i>Marvelous Designer</i> поддерживает также различные физические характеристики материалов (плотность, толщина и т.д.). Поэтому, картинка достаточно реалистична, эффективно имитирует все типы фактур и текстур объектов	
Пакет <i>Marvelous Designer</i> дает возможность разрабатывать всевозможные модели головных уборов и аксессуаров из различных материалов	

Принцип работы в *Marvelous Designer*

Пакет *Marvelous Designer* обладает удобным интерфейсом, который делится на два окна: окно 3D и окно 2D. В окне 3D – трехмерное пространство с «аватаром». В окне 2D – разрабатываем лекала, корректируем их и переносим в окно 3D. Основная работа находится в окне 2D. Над каждым окном располагается панель инструментов, причем они привязаны к тому окну, над которыми они находятся [5]. Импорт лекал одежды осуществляется двумя способами:

- лекала, построенные в программах *GRAFIS*, либо *AutoCAD* импортируем в *Marvelous Designer*;
- закидываем лекала из журнала, обводим, редактируем, вырезаем и накладываем на «аватар».

Аддитивные технологии

Для обучения дизайну студентам также необходимо использовать инновационные *аддитивные технологии*, такие как *3D-печать*. Аддитивная технология – сравнительно молодое, но очень популярное явление, которое находится на стыке синтеза технологий и моды.

Основные достоинства аддитивной технологии:

- эксперименты в поиске необычной формы;
- моделирование формы;
- визуализация объекта в цифровом трехмерном пространстве;
- реализация разработок на основе новых материалов, технологий [2].

Заключение

Таким образом, применяя цифровые инновационные технологии в процессе обучения, у студентов появится возможность перенести свои идеи в виртуальное пространство и далее в физический прототип [3]. На основе таких визуализаций должны будут разработаны презентации своих проектов. Опыт нашей работы со студентами по дисциплине «Конструирование изделий легкой промышленности» по внедрению элементов инновационных технологий в художественный образ позволяет сделать следующие выводы:

- необходима интеграция технических дисциплин с дисциплинами по компьютерному моделированию (совместные творческие проекты – *коллаборация*);
- участие в специализированных тематических выставках с презентацией результатов в экспериментальной деятельности;
- издание учебно-методического пособия на данную тему;
- доклады о результатах реализации проекта в рамках тематических конференций.

Использование данных инновационных технологий в учебном процессе способствует развитию творческого мышления, инициативы и самостоятельности, дает представление о новом пути развития технологии в образовательных процессах [2].

Список используемых источников

1. Ильяшева, Е.В. Теоретические основы и методика подготовки будущих конструкторов швейных изделий к проектной деятельности: Монография / Е.В. Ильяшева. – Магнитогорск: МаГУ, 2014. – 168 с.
2. Титова, С.А. Инновационные направления в проектировании костюма и их применение в рамках Театра моды технологического факультета МаГУ / С.А. Титова // Инновационный вестник Регион. – 2013. – №4.1. – С. 84-88.
3. Титова, С.А. Инновационные технологии в проектировании одежды XXI века. Стилевое единство художественно-образовательного процесса: искусство интерьера, дизайн костюма и текстиля: сб. ст. междунар. науч. конф. / отв. ред. Р.А. Гильман. – Магнитогорск: МаГУ, 2014. – Вып.4. – С. 131-136.
4. Как аддитивные технологии меняют мир моды. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://geektimes.ru/post/293277/> – Загл. с экрана.
5. Аддитивные технологии [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://3dprinter.ua/additivnye-tehnologii-chto-jeto/> – Загл. с экрана.
6. Мастер-класс работы в Marvelous Designer [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=tXIZto7qkEk> – Загл. с экрана.
7. Моделирование 3D- одежды в MarvelousDesigner [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://3dpara.ru/3d-cloth-modelling-with-marvelous-designer/> – Загл. с экрана.
8. Мастер-класс работы в MarvelousDesigner [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=nZ-oNfxy0Uo> – Загл. с экрана.
9. CorelDRAW [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/CorelDRAW> – Загл. с экрана.

Материал поступил в редакцию: 20.02.2018

Материал принят к публикации: 10.03.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

DIGITAL TECHNOLOGIES DESIGN-DESIGNING CLOTHES IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Titova S.A.

Abstract. With the improvement of technical means and their introduction into all spheres of human activity, the educational system opens up new prospects in using the computer in the project activity, which require the modification of the technical means of education in the university. The creation and implementation of computer-aided design systems helps to improve quality, reduce material costs, shorten design time and the ability to choose from more options to choose the best. The article deals with 2D, 3D-technologies for clothing designers, which students should master in the classes on designing and modeling clothes. The main merits of the program *Corel DRAW* and *Marvelous Designer* for

their use in the educational process are substantiated. It is proposed to master also additive technologies (3D-printing) for designers – designers. Additive technology is relatively young, but very popular phenomenon, which is at the intersection of technology and fashion synthesis. Using digital innovative technologies in the learning process, students will have the opportunity to transfer their ideas into virtual space and then into a physical prototype. On the basis of such visualizations, presentations of their projects will be developed. In our opinion, the use of these innovative technologies in the educational process contributes to the development of creative thinking, initiative and independence, gives an idea of a new way of developing technology in educational processes.

Keywords: Digital technologies, innovative technologies, educational process, educational process, computer-aided design systems, Corel DRAW, Auto CAD, additive technologies, 3D printing

References

1. Il'yasheva, E.V. Teoreticheskie osnovy i metodika podgotovki budushchih konstruktorov shvejnyh izdelij k proektnoj deyatel'nosti: Monografiya. Magnitogorsk: MaGU, 2014. 168 p. (In Russ.)
2. Titova, S.A. *Innovacionnyj vestnik Region*. 2013. №4.1, S. 84-88. (In Russ.)
3. Titova, S.A. Innovacionnye tekhnologii v proektirovanii odezhdy XXI veka. Stilevoe edinstvo hudozhestvenno-obrazovatel'nogo processa: iskusstvo inter'era, dizajn kostyuma i tekstilya: sb. st. mezhdunar. nauch. konf. / otv. red. R.A. Gil'man. Magnitogorsk: MaGU, 2014. vol. pp. 131-136. (In Russ.)
4. Kak additivnye tekhnologii menyayut mir mody. Available at: <https://geektimes.ru/post/293277/> – Zagl. s ehkrana.
5. Additivnye tekhnologii. Available at: <https://3dprinter.ua/additivnye-tehnologii-chto-jeto/> – Zagl. s ehkrana.
6. Master-klass raboty v Marvelous Designer. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=tXIZto7qkEk> – Zagl. s ehkrana.
7. Modelirovanie 3D- odezhdy v MarvelousDesigner. Available at: <https://3dpapa.ru/3d-cloth-modelling-with-marvelous-designer/> – Zagl. s ehkrana.
8. Master-klass raboty v MarvelousDesigner. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=nZ-oNfxy0Uo> – Zagl. s ehkrana.
9. CorelDRAW. Available at: <https://ru.wikipedia.org/wiki/CorelDRAW> – Zagl. s ehkrana.

ОБ АВТОРАХ:

Титова Светлана Александровна – старший преподаватель кафедры дизайна, член Союза дизайнеров России, ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.Носова».

E-mail: svtitova63@mail.ru.

ОБРАЗЕЦ ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:

Титова, С.А. Цифровые технологии дизайн-проектирования одежды в образовательном процессе / С.А. Титова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 33-37.

Titova S.A. (2018) Digital technologies design-designing clothes in the educational process. Software of systems in the industrial and social fields, 6 (1): 33-37.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 004.932.72

<https://doi.org/10.18503/2306-2053-2018-6-1-38>**О РАСПОЗНАВАНИИ МГНОВЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ВИДЕОПОТОКЕ***Малков А.В., Гафуров М.Р., Логунова О.С.*

В настоящее время все больше внимание уделяется информации, которая сопровождает технологический процесс в металлургическом производстве. Исследованию информационных потоков посвящено достаточно много работ и существуют методики исследования информационных потоков [1]. При исследовании информационных потоков выявляются показатели, которые впоследствии используются при моделировании [2] и обработке результатов наблюдений [3]. Наиболее полное и достоверное представление о динамике технологического процесса можно получить в ходе непрерывного мониторинга значений технологических показателей и видеозаписи, которая образует видеопоток. При наличии видеопотока появляется возможность выделения мгновенных изображений для последующего распознавания. При распознавании мгновенных изображений из видеопотока, который получен в условиях металлургического производства, характерны проблемы: выбор состава аппаратного обеспечения, которое способно с заданным качеством выполнять съемку объекта в запыленных условиях и условиях со слабым освещением; выбор математических методов и методик, способных выполнять распознавание изображений и его фрагментов со скоростью, сопоставимой со скоростью, соответствующей движению объекта в ходе технологического процесса; определение времени соответствия между изменением значений технологических параметров, времени мгновенного изображения в видеопотоке и времени реакции технологического процесса на изменение значений параметров технологического процесса.

Известна технология использования видеопотока продукции при оценке качества холоднокатаного проката с помощью системы оптического контроля, реализованной с применением системы *ISRA Vision Parsytec*. В настоящее время система *ISRA Vision Parsytec* имеет следующие недостатки: определяет большое количество псевдодефектов; наличие дефектов, не идентифицируемых классификаторами системы. Эти недостатки приводят к экономическим потерям: увеличение рекламаций продукции с потерями до 98 160 тыс. руб. в год; ошибочное отбраковывание металла – 12 270 тыс. руб. в месяц. По прогнозу экономистов, снижение идентификации псевдодефектов на 1 % и количества рекламаций на 1 % приведет к экономическому эффекту 2 454 тыс. руб. в год.

Поэтому до настоящего времени остается актуальной задача построения системы распознавания мгновенных изображений в видеопотоке при съемке объектов со скоростями, сопоставимыми со скоростью их движения и заданной точностью классификации и идентификации объектов.

Список использованных источников

1. Логунова, О.С. Технология исследования информационных потоков на металлургическом предприятии / О.С. Логунова // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2008. – № 3. – С. 32-36.
2. Математическое моделирование макроскопических параметров затвердевания непрерывных слитков / О.С. Логунова [и др.] // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 1997. – № 2. – С. 49-51.
3. Логунова, О.С. Оценка статистическими методами серного отпечатка поперечного темплета непрерывнолитой заготовки / О.С. Логунова, В.В. Павлов, Х.Х. Нуров // Электрометаллургия. – 2004. – № 5. – С. 18-24.

Малков Алексей Валерьевич – студент кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

E-mail: lesha.malkov.1999@mail.ru.

Гафуров Марат Ринатович – студент кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

Логунова Оксана Сергеевна – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: logunova66@mail.ru.

Малков, А.В. О распознавании мгновенных изображений в видео потоке / А.В. Малков, М.Р. Гафуров, О.С. Логунова // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 201. – Т.6. – №1. – С. 38.

ОБ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ПРИ РАБОТЕ С ПОРТФОЛИО*Липчевская К.С., Ильина Е.А.*

В Российской Федерации студенты, обучающиеся по образовательным программам высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура), в том числе иностранные граждане (очная форма, бюджет), имеющие достижения в научно-исследовательской, общественной, культурно-творческой или спортивной деятельности, предоставляют совокупность своих индивидуальных достижений в различных сферах деятельности, т.е. заполняют портфолио [1].

Согласно достижениям, представленным в портфолио, и при отсутствии по итогам промежуточной аттестации оценок «удовлетворительно», академических задолженностей назначается повышенная государственная академическая стипендия (Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 27 декабря 2016 г. № 1663) [2].

В МГТУ им. Г.И.Носова каждый студент, отвечающий одному или нескольким критериям установления повышенных стипендий, может подать электронное заявление с помощью программного комплекса «Совершенствование стипендиального обеспечения студентов» для представления своей кандидатуры на назначение повышенной стипендии. С этой целью студент заполняет электронное портфолио, состоящее из достижений по выбранным критериям. Поэтапное рассмотрение и подтверждение достижений производится научным руководителем, заведующим кафедрой, заместителем директора, профсоюзной и стипендиальной комиссией. По результатам прохождения всех этапов формируется рейтинговый список претендентов на назначение повышенной стипендии, а позже – окончательный список студентов, с успехом прошедших конкурсный отбор. Персональный состав стипендиальной комиссии университета утверждается приказом ректора на календарный год по представлению проректора по учебной работе [3-4].

При заполнении портфолио студенту необходимо указать своего научного руководителя, который будет производить проверку и оценивание работ, представленных в электронном портфолио. Оптимизация данного процесса предусматривает создание механизма обратной связи между студентом и его научным руководителем. Такой механизм реализуется в следующий алгоритм действий: в случае указания студентом преподавателя в качестве своего научного руководителя этот преподаватель получает соответствующее уведомление, позволяющее ему подтвердить или отменить информацию о своем кураторстве над данным студентом. Ответ преподавателя отображается в форме обратной связи в личном кабинете студента.

Таким образом, необходимо создать информационное и программное обеспечение для работы с пользовательскими формами программного комплекса, содержащее элементы обратной связи, как для студента, так и для преподавателя.

Список используемых источников

1. Молчанова, А.В. Структура системы принятия решения в рамках программного комплекса «Совершенствование стипендиального обеспечения студентов» / А.В. Молчанова, Е.А. Ильина // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования. – 2016. – № 1. – С.168-170.
2. Логунова, О.С. Информационное обеспечение выплат студентов ФГБОУ ВПО «МГТУ» / О.С. Логунова, Е.А. Ильина // МиПОС. – 2015. – №1. – С. 75-76.
3. Липчевская, К.С. К вопросу об оптимизации пользовательских форм программного комплекса // МиПОС. – 2017. – Т.5. – №2. – С. 47.
4. Ильина, Е.А. Денежные выплаты спортсменам в ФГБОУ ВПО «МГТУ» / Е.А. Ильина, А.В. Молчанова, В.А. Мясловский // Современные проблемы физической культуры, спорта и туризма: инновации и перспективы развития: сб. материалов III Всерос. науч.-практ. конф. – Магнитогорск: МГТУ, 2015. – С. 116-119.

Липчевская Кристина Сергеевна – инженер отдела «АСУП. Интеграционные решения» ЗАО «КонсОМ СКС». E-mail: kristinalipchevskaya@mail.ru.

Ильина Елена Александровна – канд. пед. наук, доцент кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

Липчевская, К.С. Об обратной связи при работе с портфолио / К.С. Липчевская, Е.А. Ильина // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 39.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЛЕКСИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА ДЛЯ ИНТЕРАКТИВНОГО КОНСТРУКТОРА ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Охотниченко А.В., Сибилева Н.С.

Современное металлургическое производство является высокотехнологичным и наукоемким. При этом до настоящего времени существует ряд технологических процессов, в которых отсутствуют решения по интеллектуальной поддержке процесса принятия решений. Одним из примеров является подготовительное производство шихтовых материалов для выплавки стали в дуговой сталеплавильной печи (ДСП), который является важным этапом, поскольку обеспечивает качество полуфабриката или готовой продукции [1].

Авторами [2, 3] исследован процесс подготовки технологического письма, которое регламентирует состав шихтовых материалов для ДСП, и предложена структура новой автоматизированной системы технологической подготовки производства стали в ДСП [4]. В основу системы заложена детерминированно-стохастическая математическая модель для прогнозирования результатов выплавки в ДСП.

Наличие детерминированно-стохастической модели сделало возможным определение схемы функционирования интерактивного конструктора и проектирование его структуры для постановки и решения задачи выбора состава и структуры шихтовых материалов. На вход интерактивного конструктора подается информация о списке целевых функций, перечне атрибутов задачи, а также информация об ограничениях на запасы материалов [4]. Далее в конструкторе происходит формализация полученной информации и осуществляется постановка и решение задачи оптимизации.

Для проведения процесса формализации необходимо разработать интерактивный лексический транслятор-анализатор информации от заказчика, из Хранилища данных, со складов производственной площадки и из паспорта плавки [5].

Разработка анализатора позволит осуществлять интерактивный выбор атрибутов для постановки задачи из Хранилища данных; преобразовывать и формировать данные для многокритериальной задачи оптимизации; накапливать решения для последующей их адаптации и использования в условиях производства.

Список использованных источников

1. Логунова, О.С. Система интеллектуальной поддержки выбора шихтовых материалов для дуговой сталеплавильной печи: консолидация эмпирической и экспертной информации / О.С. Логунова, Н.С. Сибилева, В.В. Павлов // МиПОС. – 2016. – Т. 4. – № 2. – С. 26-31.
2. Методика выбора соотношения компонентов в металлошихте дуговой сталеплавильной печи при использовании альтернативных материалов / В.В. Павлов [и др.] // Совершенствование технологии в ОАО «ММК». – Магнитогорск, 2015. – С. 118-126.
3. Логунова, О.С. Программное обеспечение для поддержки принятия решений о структуре шихтовых материалов / О.С. Логунова, Н.С. Сибилева, Д.В. Чистяков // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений: тр. V Всерос. конф. – Уфа, 2017. – С. 96-100.
4. Логунова, О.С. Система интеллектуальной поддержки технической подготовки производства стали в дуговой печи: функциональная схема интерактивного конструктора задачи многокритериальной оптимизации / О.С. Логунова, Н.С. Сибилева // Компьютерная интеграция производства и ИПИ-технологии материалы VIII Всероссийской научно-практической конференции, 2017. – С. 257-260.
5. Охотниченко, А.В. К вопросу о необходимости разработки лексического анализатора как инструмента ввода формализованной информации / А.В. Охотниченко, Н.С. Сибилева // Ab ovo ... (С самого начала...). Магнитогорск, 2017. – С. 117-119.

Охотниченко А.В. – инженер отдела «АСУП. Интеграционные решения» ЗАО «КонсОМ СКС».

Сибилева Наталья Сергеевна – старший преподаватель кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: natus224@gmail.com.

Охотниченко, А.В. Проектирование лексического анализатора для интерактивного конструктора задачи многокритериальной оптимизации / А.В. Охотниченко, Н.С. Сибилева // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2018. – Т.6. – №1. – С. 40.

Уважаемые авторы!

Требования к оформлению работы. Статьи предоставляются в электронном виде в формате редактора Microsoft Word 2007 и выше. Объем статьи от 6 до 10 страниц. Превышение объема статьи возможно по согласованию с редакционной коллегией. Страницы не нумеруются. Рекомендуется материал систематизировать и обобщать в виде схем, таблиц и рисунков. Число авторов одной работы не должно превышать *пяти человек*. По тексту статьи необходимо выделить разделы, согласно модели IMRAD. **Введение (Introduction)**, в котором отражается характеристика объекта, описание и степень разработки проблемы на основе критического анализа литературы (рекомендуется использовать от 10 до 30 источников), формулируется цель исследования. **Теоретические, экспериментальные, технические и технологические методика (Methods)**, в которых приводится описание теоретических походов, математических моделей, алгоритмов, применяемых методов, экспериментальных исследований и материалов, технических и технологических разработок, оборудования. В статье, основанной на *теоретических исследованиях*, приводятся математические выкладки, доказательство воспроизводимости результатов и проверка адекватности результатов. В статье, основанной на *экспериментальных исследованиях*, описываются материалы и методы, использованные для получения результатов. Приводится общая схема и описание экспериментов. В *аналитических* статьях должны быть выявлены, сопоставлены и проанализированы наиболее важные и перспективные направления развития отрасли науки, событий и явлений по рассматриваемой тематике. **Результаты исследования и их обсуждение**, которые должны содержать результаты в виде таблиц, диаграмм и схем с короткими резюмирующими комментариями, их сопоставление с данными, полученными другими авторами. **Заключение и обсуждение (Result and Discussion)** (не более 1/3 страницы) должно содержать оценку степени достижения цели исследования, вклад полученных результатов в область исследования, в том числе практическое применение результатов и рекомендации, перспективы развития рассматриваемой проблемы. **Библиографический список** должен содержать перечень источников, на которые указаны ссылки по тексту статьи. Библиографический список оформляется в соответствии с ГОСТ 7.1-2003. В библиографическом списке не допускается использования более 30 % работ авторов статьи и рекомендуется использовать не менее 30 % работ, опубликованных в зарубежных изданиях. Ссылки на источники по тексту статьи располагаются в порядке упоминания.

Стили и размер страницы. Размер страницы – А4. УДК: Times New Roman, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, выравнивание – по левому краю. **Заголовок статьи:** Times New Roman, полужирный, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 3 пт, выравнивание – по центру. Название статьи не должно превышать 15 слов. Не рекомендуется в названии статьи использовать сокращения и аббревиатуры. Название статьи приводится на русском и английском языках. **Фамилия авторов:** Times New Roman, курсив, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед – 0 пт и после – 3 пт, выравнивание – по центру. **Основной текст:** Times New Roman, обычный, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 1,25 см, отступы перед и после – 0 пт, выравнивание – по ширине. Буквы греческого и русского алфавита, цифры должны иметь начертание – обычное, латинского алфавита – курсив. **Стиль для структурированных подзаголовков:** Times New Roman, полужирный курсив, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 3 пт, выравнивание – по левому краю.

Оформление рисунков: размер рисунков не должен превышать размеров одной страницы; не допускается выполнение рисунков средствами MS Word и не допускается обтекание рисунков текстом. На все рисунки по тексту должны быть выполнены ссылки по шаблону – *рис. номер*; подпись рисунка строится по шаблону: *Рис. Номер. Наименование рисунка*. Все подписи **на** рисунке должны быть выполнены шрифтом Times New Roman, размером в 10 пт. При отображении блок-схем, схемы функционирования и работы программных продуктов следует руководствоваться ГОСТ 19.701-90.

Оформление таблиц. Перед таблицей должна быть выполнена ссылка по формату – *табл. номер*. Таблицы нумеруются, если их число более одной.

Оформление формул: формулы выполняются в редакторе формул (уравнение) Word 2007 и выше, выравниваются формулы по центру, по правому краю формула нумеруется в круглых скобках.

Сведения об авторах: Times New Roman, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 0 пт, выравнивание – по ширине. Сведения об авторах включают: фамилия, имя, отчество авторов (на русском языке и транслитерация), ученая степень, звание, должность, полное название организации каждого автора, адрес электронной почты хотя бы одного из авторов.

Аннотация (от 150 до 250 слов). Включает гипотезу, цель, эксперименты и методы, основные результаты, применение результатов исследования промышленности (излагается в прошедшем времени). Представляется на русском и английском языках.

Ключевые слова: от 8 до 15 слов. Представляется на русском и английском языках.

Представление материалов:

Для опубликования статьи в журнале необходимо представить в электронном виде по e-mail: vtp.magtu@gmail.com основной текст статьи и сведения об авторах.

Страница журнала: <http://ssi.magtu.ru/>

Контактный тел.: 8(3519)298563 – Ильина Елена Александровна; 8(3519)066757 – Логунова Оксана Сергеевна.

Журналы ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»

