

## МОДЕЛЬ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ВНУТРЕННЕГО КРИСТАЛЛИЗАТОРА ЭЛЕКТРОШЛАКОВОЙ ПЕЧИ

Ячиков М.И., Вдовин К.Н., Ячиков И.М., Сичная М.А.

**Аннотация.** Рассмотрена конструкция кристаллизатора электрошлаковой печи для выплавки полых заготовок металлорежущих ножей, имеющего медный водоохлаждаемый дорн. Предложены варианты схемы охлаждения медного дорна. Создана математическая модель, предложен алгоритм расчета теплового состояния дорна при выбранных геометрических параметрах, заданном числе охлаждающих каналов и параметрах охлаждающей воды. Для внутреннего медного кристаллизатора диаметром 200 мм установлено, что стационарный тепловой режим наступает за время не превышающее 5 минут. Установлено, что увеличение количества каналов при одинаковой суммарной площади их поперечного сечения приводит к уменьшению градиентов температуры и ее максимального значения во внутреннем кристаллизаторе. Посредством программного комплекса ANSYS проведено инженерное моделирование теплового состояния медного дорна предложенной конструкции при заданных параметрах водяного охлаждения. Расчеты подтвердили адекватность предложенной математической модели.

**Ключевые слова:** электрошлаковый переплав (ЭШП), внутренний кристаллизатор, тепловой поток, водяное охлаждение, водяной канал, математическая модель.

### SIMULATION OF THERMAL STATE OF INTERNAL CRYSTALLIZER ELECTROSLAG FURNACE

Yachikov M.I., Vdovin K.N., Yachikov I.M., Sichnaya M.A.

**Abstract.** The design of the mold electroslag furnace smelting hollow billets of metal blades having a water-cooled copper mandrel. The variants of the cooling circuit of the copper mandrel. A mathematical model, an algorithm for calculating the thermal state of the mandrel at the chosen geometrical parameters, a given number of cooling channels and the parameters of the cooling water. For copper inner mold 200 mm in diameter revealed that the stationary thermal mode occurs during the time not exceeding 5 minutes. It was established that the increase in the number of channels with the same total area of their cross section, leads to a reduction of temperature gradients, and its maximum value in an internal mold. Through software ANSYS engineering simulation conducted the thermal state of the copper mandrel proposed design for the given parameters of the cooling water. Calculations confirmed the adequacy of the proposed mathematical and computer models.

**Keywords:** electroslag remelting (ESR), internal mold, heat flux, water-cooled, water channel, a mathematical model.

### Введение

В металлургическом производстве образуется большое количество стального лома. Возникает проблема его переплавки и дальнейшего использования. Одной из разновидностей высоколегированного лома в прокатном производстве являются отходы, образующиеся при выходе из строя ножей для резки металла, причем основную долю составляют дисковые ножи [1]. Одним из способов утилизации этих ножей является электрошлаковый переплав. Но так как из дисковых ножей собирать электрод для переплавки неудобно, то необходимо применить ЭШП с внутренним кристаллизатором.

В условиях ОАО «ММК-Метиз Калибровочный завод» (г. Магнитогорск) решено существующую печь ЭШП, позволяющую выплавлять слитки сплошного сечения, модернизировать, добавив в нее ряд дополнительных узлов: дорн для формирования полости в выплавляемой заготовке, привод для его перемещения и аппаратуру управления скоростью перемещения. Кроме того, предложено изменить конструкцию поддона, дополнив его отверстием, в которое в начале плавки вставляется дорн, имеющий форму усеченного конуса [7-11]. Ось дорна совпадает с осью внешнего кристаллизатора (рис. 1). При реализации данного технического решения появилась проблема определения конструкции охлаждающих каналов, расположенных в медном дорне, и скорости подачи охлаждающей воды для съема заданных тепловых потоков. Макси-

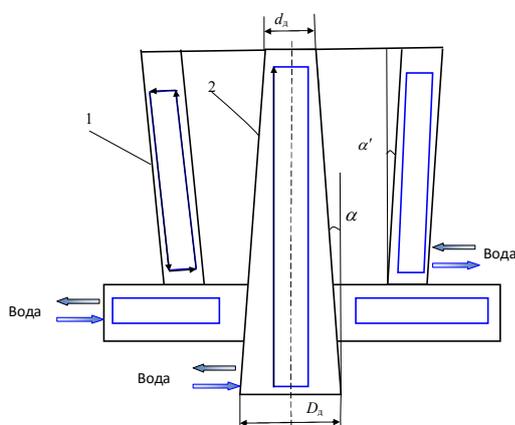


Рис. 1. Схема разъемного кристаллизатора для получения полых слитков:

- 1 – наружный кристаллизатор ЭШП;
- 2 – внутренний кристаллизатор ЭШП (дорн);
- 3 – поддон

мальная температура внутреннего кристаллизатора не должна превышать температуру разупрочнения меди ( $300^{\circ}\text{C}$ ).

Целью работы является построение математической модели и разработки программного обеспечения, позволяющих определять тепловое состояние дорна выбранной конструкции при заданных тепловых потоках, падающих со стороны кристаллизующегося металла в ЭШП, и известных условиях водяного охлаждения.

### Математическая модель теплового состояния дорна с произвольным числом водяных каналов

В простейшем случае водяное охлаждение дорна представляет собой  $n$  вертикальных каналов. С помощью горизонтальных перемычек в верхней части кристаллизатора организовано их последовательное или параллельное соединение (рис. 2, а, б). Оси водяных каналов расположены на расстоянии  $r_k$ , причем центральный угол  $\varphi_0=2\pi/n$  между соседними каналами одинаков и диаметры всех каналов также одинаковы –  $d_0=2r_0$  (рис. 2, в).

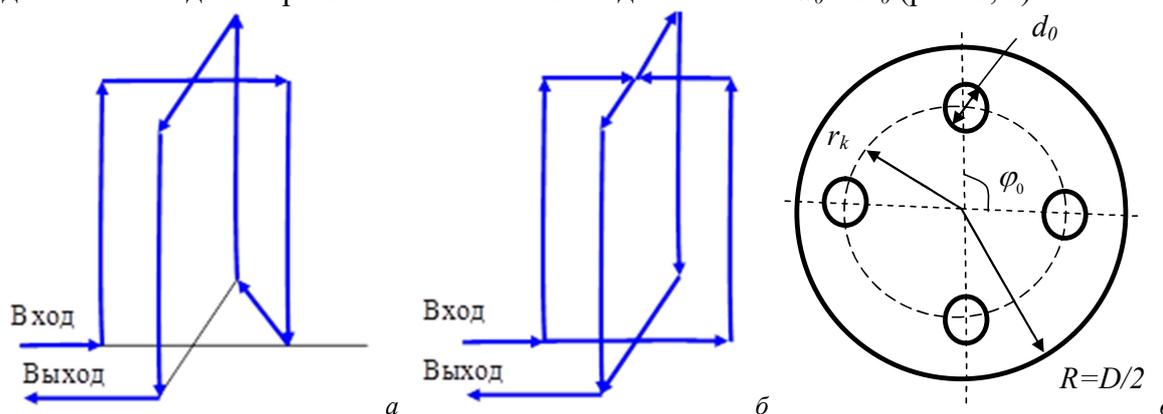


Рис. 2. Возможные схемы соединения водяных вертикальных каналов (а, б) и их расположение по поверхности дорна (в) при  $n=4$ : а – последовательное соединение; б – параллельное соединение

Введем цилиндрическую систему координат, ось  $Oz$  которой совместим с осью внутреннего кристаллизатора. При моделировании теплового состояния дорна приняты следующие допущения.

1. Считаем, что дорн имеет форму цилиндра диаметром  $d = (D_{\text{д}} + d_{\text{д}})/2$ , или радиусом  $R=d/2$ . Это вполне допустимо, т.к. угол конуса цилиндра составляет  $\alpha \approx 1,5^{\circ}$  и  $D_{\text{д}} \approx d_{\text{д}}$ .

2. При определении теплового состояния дорна не учитывается охлаждающее действие горизонтальных перемычек в верхней части кристаллизатора.

3. Тепловые процессы имеют зеркальную симметрию. При повороте на угол  $\varphi_0$  относительно оси  $Oz$  объект остается неизменным. Мы имеем  $n$  вертикальных плоскостей симметрии, проходящих через ось дорна и оси каналов, и  $n$  вертикальных плоскостей симметрии, проходящих через прямую  $\varphi_1 = 2\pi(i - 1)/n + \varphi_0/2 = \pi(2i - 1)/n$ , где  $i=1, 2, \dots, n$ .

4. Градиенты температур в направлении  $Oz$  существенно меньше, чем в радиальном и азимутальном направлениях ( $\partial T/\partial z \ll \partial T/\partial r, \partial T/\partial z \ll \partial T/\partial \varphi$ ), т. е. в рассматриваемой задаче будем принимать  $\partial T/\partial z = 0$ . Данное допущение не совсем правомерно, т.к. тепловой поток от затвердевающего металла, падающий на кристаллизатор, существенно меняется по его высоте. Однако нас интересует режим теплового состояния дорна в местах максимальных тепловых нагрузок. Для такой задачи принятое допущение является даже более жестким.

5. Считаем, что движение воды в каналах турбулентное ( $Re > 10000$ ), без кипения и теплофизические свойства медной стенки кристаллизатора есть величины постоянные.

С учетом основных допущений и ограничений рабочая область, используемая в расчете, представляет сектор с углом  $\varphi_1$ . На рис. 3 приведены обозначения основных геометрических параметров.

Температурное поле в рабочей области описывается уравнением теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right), \text{ при } \tau > 0, 0 < r < R, 0 < \varphi < \varphi_1, \quad (1)$$

где  $T$  – температура;  $\tau$  – время,  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  – теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность материала дорна соответственно.

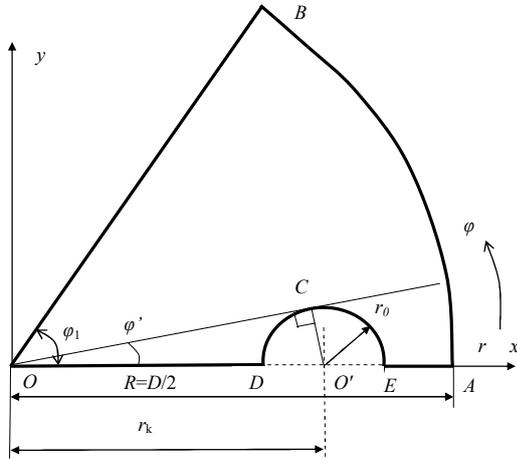


Рис. 3. Вид рабочей расчетной области и ее основные размеры

Начальные условия уравнения (1) определяет распределение температур в начальный момент времени

$$T(r, \varphi, 0) = T_0. \quad (2)$$

Граничные условия на оси симметрии  $OB$  ( $\varphi = \varphi_1, r = [0, R]$ )

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия на оси симметрии  $OA$  ( $\varphi = 0, r = [0, r_k - r_0]$  и  $r = [r_k + r_0, R]$ )

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0. \quad (4)$$

Граничные условия на границе кристаллизатора с затвердевающим металлом ( $\varphi = [0, \varphi_1], r = R$ )

$$-\lambda \frac{\partial T(r, \varphi)}{\partial r} = q, \quad (5)$$

где  $q$  – тепловой поток на рабочую поверхность кристаллизатора.

Границы водяного канала в декартовой системе координат  $xOy$  (рис. 3) определяется уравнением  $y(x) = \sqrt{r_0^2 - (x - r_k)^2}$ .

Формулы для перехода в полярную систему координат  $x = r \cdot \cos \varphi$  и  $y = r \cdot \sin \varphi$  приводят к квадратному уравнению  $r^2 - 2rr_k \cdot \cos \varphi + (r_k^2 - r_0^2) = 0$ , решая которое получаем радиальную координату границы водяного канала

$$R_{\Gamma}(\varphi) = r_k \cdot \cos \varphi \pm \sqrt{r_0^2 + r_k^2 (\cos^2 \varphi - 1)}, \quad (6)$$

где  $\varphi = [0, \varphi']$ ,  $\varphi' = \arctg \frac{r_0}{\sqrt{r_k^2 - r_0^2}}$ ,  $r_k > r_0$  или  $\varphi' = \arcsin \frac{r_0}{r_k}$ ;

и азимутальную координату водяного канала

$$\Phi_{\Gamma}(r) = \arccos \left( \frac{r^2 + r_k^2 - r_0^2}{2r \cdot r_k} \right),$$

где  $r = [r_k - r_0, r_k + r_0]$ .

На поверхностях водяного канала имеем граничное условие 3 рода

$$-\lambda \frac{\partial T(r, \varphi)}{\partial n} = q_{ж} = \alpha_{ж} (t_{ж} - T_c(r, \varphi)). \quad (7)$$

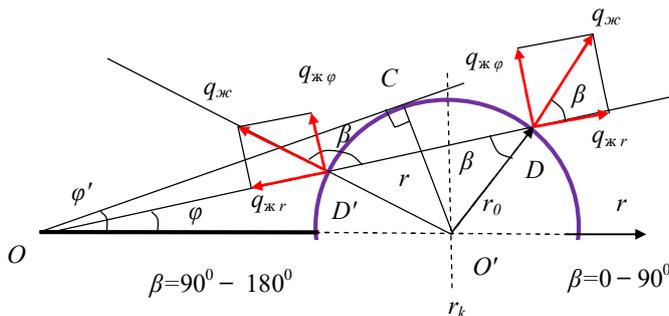


Рис. 4. К определению теплового потока с поверхности охлаждающих каналов

Вектор теплового потока  $\vec{q}_{ж}$ , отбираемого жидкостью, направлен перпендикулярно поверхности канала как это показано на рис. 4. Радиальную и азимутальную проекции этого вектора запишем как  $q_{жkr} = q_{ж} \cdot \cos \beta$ ,  $q_{жk\varphi} = q_{ж} \cdot \sin \beta$ . Угол  $\beta$  между полярной осью  $Or$  и вектором  $O'D$  (или  $O'D'$ ) определяем по теореме синусов  $\beta(\varphi) = \arcsin \left( \frac{r_k}{r_0} \sin \varphi \right)$  или по теореме косинусов

$$\beta(r) = \arccos \frac{r_0^2 - r_k^2 + r^2}{2r \cdot r_0}. \quad (8)$$

Коэффициент теплоотдачи с внутренней поверхности канала определяется по формуле Михеева

$$Nu = \frac{\alpha_{\text{ж}} d_0}{\lambda_{\text{ж}}} = 0,021 Re^{0,8} Pr_{\text{ж}}^{0,43} (Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}})^{0,25}, \quad (9)$$

где  $Re = W_{\text{ж}} \cdot d_0 / \nu_{\text{ж}}$  – число Рейнольдса;  $W_{\text{ж}}$  – скорость воды в водяном канале; ж, с – индексы для числа  $Pr$ , относящиеся к температуре жидкости и стенки соответственно;  $\lambda_{\text{ж}}$ ,  $\nu_{\text{ж}}$  – средние коэффициенты теплопроводности и кинематической вязкости воды соответственно. Число  $Pr$  для воды на линии насыщения существенно меняется от температуры и в диапазоне от  $10^{\circ}\text{C}$  до  $210^{\circ}\text{C}$  представлено зависимостью

$$Pr(t) = 89,666t^{-0,8563}. \quad (10)$$

Для решения рассмотренной задачи (1)-(10) использовали конечно-разностный метод. Непрерывная функция температуры  $T(r, \varphi, \tau)$  заменена на сеточную функцию  $T_{i,j}^k$ . На расчетную рабочую область накладывается равномерная сетка. Для решения уравнения (1) использовалась локально-одномерная схема расщепления по координатам переменных направлений [3-4, 7-9]. Схема безусловно устойчива. Она сходится со скоростью  $O(\Delta r^2 + \Delta \varphi^2 + \Delta \tau^2)$ . В результате получили две системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей коэффициентов:

$$A_1 \cdot T_{i-1}^{k+\frac{1}{2}} - B_1 \cdot T_i^{k+\frac{1}{2}} + C_1 \cdot T_{i+1}^{k+\frac{1}{2}} = D_1, \quad (11)$$

где  $A_1 = (F_o - \frac{F_o}{2 \cdot i})$ ;  $B_1 = (1 + 2 \cdot F_o)$ ;  $C_1 = (F_o + \frac{F_o}{2 \cdot i})$ ;  
 $D_1 = -T_{i,j}^k - F_{oi}(T_{i,j+1}^k + T_{i,j-1}^k - 2 \cdot T_{i,j}^k)$ ,  $F_o = \frac{a \cdot \Delta \tau}{2 \cdot \Delta r^2}$ ,  $F_{oi} = \frac{a \cdot \Delta \tau}{2 \Delta r^2 \cdot \Delta \varphi^2 \cdot i^2}$ .

$$A_2 \cdot T_{j-1}^{k+1} - B_2 \cdot T_j^{k+1} + C_2 \cdot T_{j+1}^{k+1} = D_2, \quad (12)$$

где  $A_2 = F_{oi}$ ;  $B_2 = (1 + 2 \cdot F_{oi})$ ;  $C_2 = F_{oi}$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta \varphi$ ,  $\Delta \tau$  – шаги по координатам и времени;  $a$  – коэффициент теплопроводности материала стенки.

$$D_2 = -T_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - F_o \left( T_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{1}{2i} \right) + T_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} \left( 1 - \frac{1}{2i} \right) - 2 \cdot T_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} \right).$$

Полученные СЛАУ последовательно решались методом прогонки. Граничные условия в разностном виде записаны применительно к методу прогонки с использованием рекомендаций [5-6].

Для построенной модели и описанным алгоритмам в среде *Matlab* разработана компьютерная программа, позволяющая проводить моделирование теплового состояния дорна и выбирать рациональные параметры его конструкции и режимов водяного охлаждения.

### Результаты моделирования

Проведено моделирование теплового состояния медного дорна диаметром 200 мм с четырьмя или шестью вертикальными каналами, причем суммарная площадь поперечного сечения каналов для обоих случаев одинакова. Диаметры каналов составляли 40 мм и 32,6 мм соответственно, расстояние от оси дорна до осей каналов  $r_k = 60$  мм. Расчет проводили при тепловом потоке на рабочую поверхность кристаллизатора  $0,5 \text{ МВт/м}^2$  и скорости воды в каналах  $W_{\text{в}} = 5$  м/с. При этих условиях охлаждения коэффициент теплоотдачи с поверхности каналов составил  $\alpha_{\text{ж}} = 15000 - 17000 \text{ Вт/(м}^2\text{град)}$ .

На основе проведенного моделирования установлено, что от начала нагрева внутреннего кристаллизатора стационарный процесс с точностью  $0,03 \text{ град/с}$  наступает за время не более 5 минут. На рис. 5 приведены результаты моделирования температурных полей при  $n=4$  и  $n=6$ . Видно, что максимальная температура дорна наблюдается на его поверхности в точке  $B$ , минимальная – на оси  $EA$  (рис. 3).

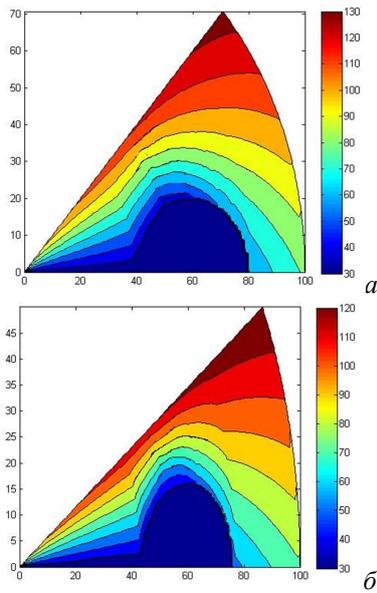


Рис. 5. Установившееся распределение температуры в водоохлаждаемом дорне, имеющем  $n=4$  (а) и  $n=6$  (б) каналов

С увеличением количества каналов с 4 до 6 при одинаковой суммарной площади их поперечного сечения угол  $\phi_1$  уменьшается с  $45^\circ$  до  $30^\circ$ . Уменьшение расстояния между каналами приводит к снижению градиентов температуры и ее максимального значения во внутреннем кристаллизаторе.

Для проверки адекватности построенных моделей проведен анализ температурных полей для рассмотренной конструкции охлаждающих водяных каналов с использованием САЕ-системы ANSYS 14.5. Расчет проводился для тех же геометрических параметров при  $\alpha_{ж} = 17000$  Вт/м<sup>2</sup>град и тепловом потоке на рабочую поверхность кристаллизатора  $0,3$  МВт/м<sup>2</sup> и  $0,5$  МВт/м<sup>2</sup>. Результаты моделирования представлены на рис. 6. Установлено, что зависимость снимаемого теплового потока и максимальной температуры нелинейная, так при уменьшении теплового потока в 1,67 раза максимальная температура снижается а 1,43 раза. Кроме этого, проведенное моделирование подтвердило адекватность предложенных математической и компьютерной моделей. Видно также, что при рассмотренных условиях охлаждения максимальная температура существенно ниже температуры разупрочнения меди.

максимальная температура существенно ниже температуры разупрочнения меди.

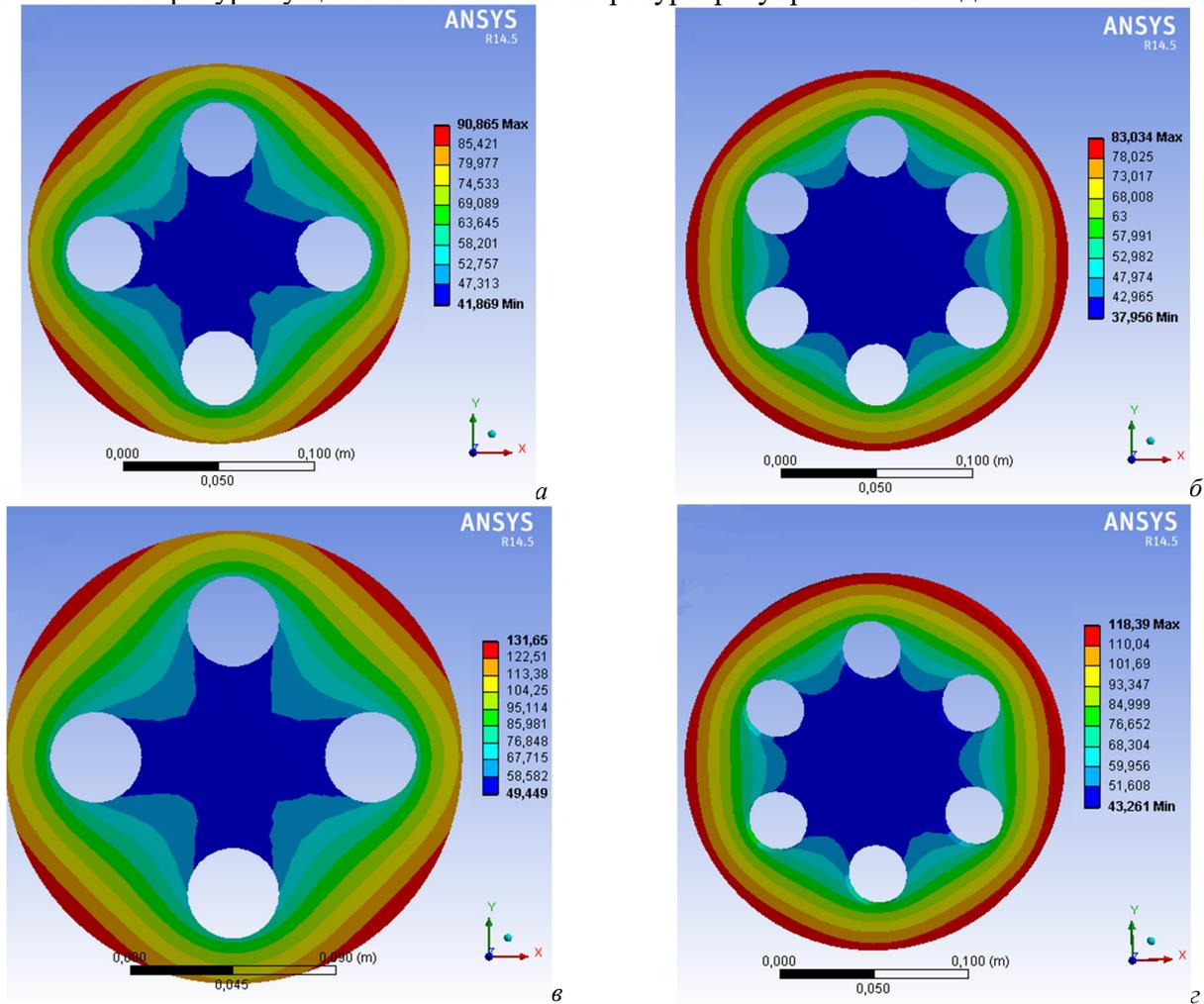


Рис. 6. Моделирование температурных полей с использованием системы ANSYS при разном числе каналов и тепловом потоке, падающем на кристаллизатор: а –  $n=4$ ,  $q=0,3$  МВт/м<sup>2</sup>; б –  $n=6$ ,  $q=0,3$  МВт/м<sup>2</sup>, в –  $n=4$ ,  $q=0,5$  МВт/м<sup>2</sup>, г –  $n=6$ ,  $q=0,5$  МВт/м<sup>2</sup>

## Заключение

1. Предложена математическая модель и разработана компьютерная программа, позволяющие проводить моделирование теплового состояния внутреннего кристаллизатора с произвольным числом вертикальных каналов.
2. Установлено, что стационарный тепловой режим дорна наступает за время, не превышающее 5 минут.
3. Получено, что увеличение количества каналов при одинаковой суммарной площади их поперечного сечения, приводит к уменьшению градиентов температуры и ее максимального значения во внутреннем кристаллизаторе.
4. Посредством программного комплекса ANSYS проведено инженерное моделирование теплового состояния медного дорна предложенной конструкции при заданных параметрах водяного охлаждения. Расчеты подтвердили адекватность предложенных математической и компьютерной моделей.
5. Созданные программные продукты использовались при проектировании дорна печи ЭШП для предприятия ОАО «ММК-Метиз».

## Список использованных источников

1. Ячиков, И.М. Математическая модель тепловой работы элементов установки ЭШП для получения полых слитков / И.М. Ячиков, М.И. Ячиков, М.А. Сичная // Информатика, управління та штучний інтелект : Тезиси науково-технічної конференції студентів, магістрів та аспірантів, Харків: НТУ "ХПІ", 2014. – С. 96.
2. Электрошлаковые печи. Под редакцией Б.Е. Патона.- Киев, Наукова думка, 1976.- 414 с.
3. Яненко, Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. – Новосибирск : Наука, 1967.
4. Турчак, Л.И. Основы численных методов / Л.И. Турчак, П.В. Плотников. – М. : Физматлит, 2002. – 304 с.
5. Кузьмин, Н.А. Выбор граничных условий для моделирования / Н.А. Кузьмин, И.О. Донато // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 2011. – №1(86) – С. 138.
6. Кузнецов, Г.В. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
7. Ячиков, И.М. Компьютерное моделирование и комплексное изучение свойств и поведения высокотемпературных металлургических расплавов / И.М. Ячиков, Ю.В. Кочержинская // МиПОС. – 2015. – №2. – С. 2-8.
8. Ячиков, И.М. Моделирование тепловой работы ребер в виде шипов в конструкции подового электрода ДППТ с воздушным охлаждением / И.М. Ячиков, Е.Л. Волгин // МиПОС. – 2015. – №1. – С. 20-26.
9. Математическая модель расчета тепловых и электрических характеристик расходоуемого электрода при электрошлаковом переплаве / Г.А. Дубский [и др.] // МиПОС. – 2015. – №2. – С. 29-35.
10. Математическая модель теплового состояния внутреннего кристаллизатора ЭШП / М.А. Сичная [и др.] // Теплотехника и информатика в образовании, науке и производстве: сб. докладов IV Всероссийской научн.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых учёных – Екатеринбург: УрФУ, 2015. – С. 123-127.
11. Сичная, М.А. Математическая модель теплового состояния дорна кристаллизатора ЭШП и алгоритмы численного решения / М.А. Сичная, И.М. Ячиков // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования. – 2015. – Т. 2, № 1. – С. 138-142.

**Ячиков Матвей Игоревич** – аспирант кафедры литейного производства и материаловедения ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

**Вдовин Константин Николаевич** – д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, заведующий кафедры литейного производства и материаловедения ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: vdovin@magtu.ru.

**Ячиков Игорь Михайлович** – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: jachikov@mail.ru.

**Сичная Мария Александровна** – инженер-программист, ООО «Компас Плюс», г. Магнитогорск. E-mail: simaal992@mail.ru.

---

Ячиков М.И., Вдовин К.Н., Ячиков И.М., Сичная М.А. Модель теплового состояния внутреннего кристаллизатора электрошлаковой печи // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. . – 2016. – Т.4. – №1. – С. 13-18.

Yachikov, M.I, Vdovin, K.N., Yachikov, I.M., and Sichnaya M.A. (2016) Simulation of thermal state of internal crystallizer electroslag furnace. Software of systems in the industrial and social fields, 4 (1): 13-18.

---