

УДК 517.9/622.013

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ «ДОЛОТО-ЗАБОЙ»

Александров С.С., Юмагулов М.Г.

Аннотация. Взаимодействие породоразрушающего инструмента, вращающегося под нагрузкой шарошечного долота с горной породой (забой), играет главную роль при бурении. Для изучения этого взаимодействия необходимо составить математическую модель процесса бурения, учитывающую основные элементы и факторы, которые влияют на углубление забоя. В статье предлагается новая математическая модель «долото-забой», позволяющая описать основные этапы процесса бурения скважины. Модель включает в себя систему двух дифференциальных уравнений, первое из которых описывает вращательное движение долота, а второе – поступательное движение долота с учетом его вращательного движения и углубления скважины. Разработанная модель системы «долото-забой» позволил провести анализ влияния силовых воздействий на систему «долото-забой» и связать их с характеристиками исполнительных механизмов, осуществляющих процесс бурения.

Ключевые слова: математическая модель, дифференциальные уравнения, колебания, устойчивость, управление, скважина, забой, долото, буровая колонна, нагрузка, момент.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS AND ALGORITHMS FOR THE STUDY OF THE "BIT-SLAUGHTER"

Alexandrov S.S., Yumagulov M.G.

Abstract. Interaction of rock cutting tool (rotating under load roller cone bit) with the rock (slaughter) plays a major role in the drilling. To study this interaction is necessary to create a mathematical model of the drilling process, taking into account the essential elements and factors that affect the bottom groove. The paper proposes a new mathematical model of the "bit-slaughter", which allows to describe the main stages of the process of drilling a well. The model includes a system of two differential equations, the first of which describes the rotational movement of the bit, and the second – the translational movement of bit in view of its rotational movement and deeper wells. The developed model systems "chisel-slaughter" allowed to analyze the effect of a force on a system of "bit-slaughter" and link them to the characteristics of the actuators, carrying out the drilling process.

Keywords: mathematical model, differential equations, fluctuations, stability, control, well, slaughter, bit, drill string, the load time.

Введение

Бурение разведочных, эксплуатационных и других категорий скважин характеризуется большой капитало- и энергоемкостью технологических операций. Объемы буровых работ как в мире, так и в отечественной промышленности, растут и требуют новых технико-технологических и инструментальных решений для снижения затрат на их реализацию. Фундаментальной основой поиска таких решений является разработка и исследование математических моделей, адекватно отражающих сложные процессы бурения скважин.

Ведущую роль при бурении скважин играет взаимодействие породоразрушающего инструмента, вращающегося под нагрузкой шарошечного долота с горной породой (забой). Для изучения этого взаимодействия необходимо составить математическую модель процесса бурения, которая должна учитывать основные элементы и факторы, влияющие на углубление забоя. При этом математическая модель должна включать в себя описание взаимодействия системы «долото-забой», первая часть которой содержит технические средства с конкретными значениями параметров, а параметры второй (т.е. геологической среды), как правило, заранее неизвестны и сильно варьируются в процессе бурения.

Благодаря исследованиям многих отечественных и зарубежных ученых описаны основные показатели процесса бурения скважин различными типами породоразрушающего инструмента, предложены и исследованы (как правило, эвристические) математические модели для многих этапов процесса бурения [1-11]. Однако, сложность исследования процессов бурения, обусловленная взаимным влиянием показателей при изменении условий бурения, привела к тому, что можно говорить об отсутствии в настоящее время математической модели процесса бурения общего вида. Существующие модели, как правило, описывают лишь отдельные стороны процесса бурения без их взаимосвязи с другими. В то же время обоб-

щенная математическая модель должна, во-первых, позволить оценить влияние на показатели эффективности разрушения забоя таких параметров долота как его диаметр, средние радиусы и углы образующих шарошек, геометрическая форма зубцов, количество зубцов и т.д., во-вторых, позволить по динамическим характеристикам долота определять неизвестные геологические параметры забоя. Разработка и анализ математической модели процесса бурения обобщенного вида представляются актуальным и важным направлением исследований, позволяющим существенно повысить эффективность процесса бурения геологоразведочных скважин в различных условиях при изменяющейся глубине скважины.

В настоящей статье предлагается новая математическая модель системы «долото-забой», включающей в себя систему двух нелинейных дифференциальных уравнений, первое из которых описывает вращательное движение долота, а второе – поступательное движение долота с учетом его вращательного движения и углубления скважины. Одной из важнейших возникающих при этом задач является определение основных параметров системы. Для решения этой задачи предлагается рассматривать процессы системы как преобразователи, характеризующие обобщенные параметры – коэффициенты передачи. Это позволяет разработать новый подход к определению таких динамических параметров системы как коэффициенты трения при вращательном и поступательном движении долота, взаимосвязь момента и нагрузки на долото и др. Разработка математической модели позволила с новых позиций определить роль и значимость динамической нагрузки в задаче повышения эффективности процесса бурения скважины.

Описание системы «долото-забой»

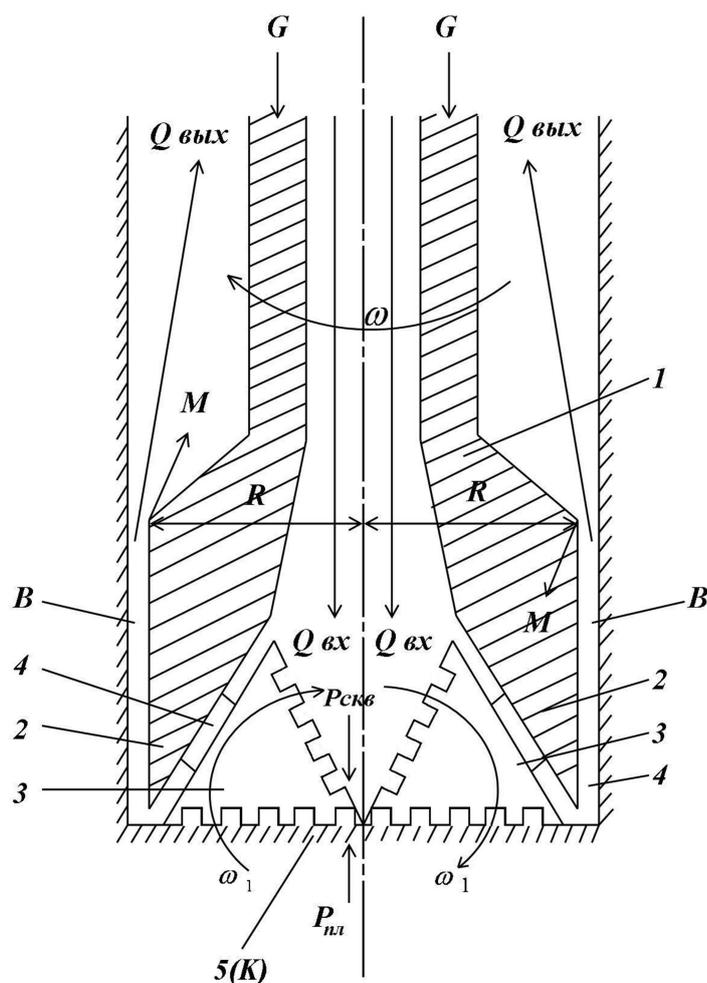


Рис. 1. Схема системы «долото-забой»

Система «долото-забой» включает в себя [1, 4] скважину (забой), долото (породоразрушающий инструмент), породу, колонну труб со всеми ее элементами. Математическая модель системы описывает взаимодействие отдельных ее частей. Схематично система «долото-забой» изображена на рис. 1. На рис.1 используются обозначения: 1 – долото; 2 – лапа долота; 3 – шарошка; 4 – опора шарошки; 5 – горная порода забоя; G – внешняя нагрузка на долото; $Q_{\text{вых}}$ – выходной поток (расход) промывочной жидкости; $Q_{\text{вх}}$ – входной поток (расход) промывочной жидкости; M – момент; R – радиус долота; $P_{\text{скв}}$ – давление скважины; $P_{\text{пл}}$ – пластовое (горное) давление; ω – угловая скорость долота; ω_1 – угловая скорость шарошки; B – общее трение долота, включающее: трение вязкого разрушения породы, трение долота о стенки скважины и о промывочную жидкость, трение в опорах шарошек; K – механические свойства горной породы, характеризуемые ее твердостью (жесткостью).

Функционирование системы «долото-забой» происходит следующим образом. Момент M , создаваемый внешней нагрузкой G , вызывает вращение долота с угловой скоростью ω и,

как следствие, вращение шарошек с угловой скоростью ω_1 . Скорости ω и ω_1 связаны равенством

$$\omega_1 = \omega_i, \quad (1)$$

где $i = D/d$ – коэффициент передачи; D и d – диаметры долота и шарошечно-внешнего венца соответственно.

При этом вращение долота осуществляется в плоскости дна скважины, а вращение шарошек – в перпендикулярной ей плоскости. Отметим также, что момент M может быть определен из равенства [7]:

$$M = RK_{\text{бур}}G, \quad (2)$$

где G – нагрузка на долото, R – радиус долота, $K_{\text{бур}}$ – коэффициент буримости горной породы забоя.

Перекатываясь по поверхности забоя, вооружение (зубы) шарошек взаимодействуют с породой, вызывая ее разрушение. Разрушенная порода эвакуируется из забоя в затрубное пространство потоком промывочной жидкости $Q_{\text{вых}}$, поступающим между просветами долота и долота со стенками скважины. Далее потоком промывочной жидкости $Q_{\text{вых}}$ разрушенная порода выносится на дневную поверхность.

Таким образом, функционирование системы «долото-забой» осуществляется в два этапа:

Этап 1: разрушение породы;

Этап 2: очистка забоя от разрушенной породы.

Поэтому структурная схема системы «долото-забой» может быть изображена так, как показано на рис. 2, т.е. ее можно представить как последовательное выполнение двух преобразователей, соответствующих двум этапам процесса бурения.

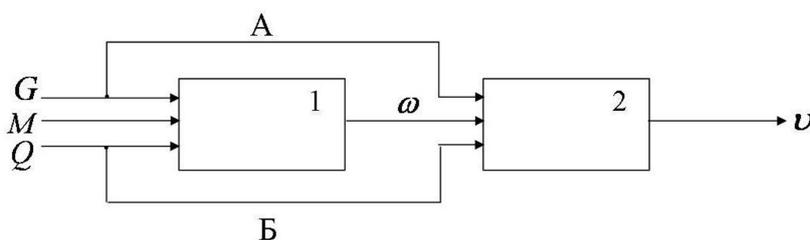


Рис. 2. Структурная схема системы «долото-забой»

На рис. 2 введены обозначения: 1 – преобразователь, осуществляющий разрушение породы, который преобразует внешнюю нагрузку G и вызываемой ею момент M , а также входной поток промывочной жидкости $Q_{\text{вх}}$ в угловую скорость ω долота, которая определяет значение динамической составляющей нагрузки на долото $G_{\text{дин}}$; 2 – преобразователь, осуществляющий преобразование объемного расхода промывочной жидкости Q в эвакуацию разрушенной породы из под долота. Этот преобразователь реализует перемещение (углубление) системы «долото-забой» со скоростью v . Линии А и Б характеризуют, что оба преобразователя находятся под воздействием всех трех внешних факторов G , M и Q .

Дифференциальные уравнения для описания системы «долото-забой»

Предлагаемая математическая модель системы «долото-забой», включает в себя систему двух нелинейных дифференциальных уравнений, первое из которых описывает вращательное движение долота, а второе – поступательное движение долота с учетом его вращательного движения и углубления скважины.

Дифференциальное уравнение вращательного движения

Схема механической цепи вращательного движения системы «долото-забой» может быть представлена так, как показано на рис. 3.

Моменты инерции долота и шарошек J_1 и J_2 определяются равенствами

$$J_1 = M_1(D/2)^2, J_2 = M_2(d/2)^2,$$

где M_1 и M_2 – масса долота и шарошек соответственно. Момент крутильного сопротивления определяется равенством

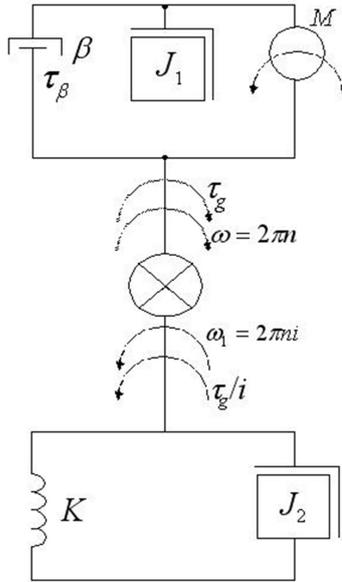


Рис. 3. Схема механической цепи вращательного движения системы «долото-забой»

$$\tau_\beta = \beta\omega,$$

где β – коэффициент крутильного сопротивления (трения) вращения долота, определяемое трением разрушения породы, трением долота о стены скважины и промывочную жидкость, трением опор шарошек. Крутильный момент, определяемый крутильной жидкостью породы забоя, определяется равенством

$$\tau_K = K \int_0^{T_0} \omega_1 dt,$$

где K – крутильная жесткость породы (эквивалентная жесткости пружины); T_0 – время одного полного оборота.

Обозначим через τ_g – эквивалентный момент нагрузки, приложенный к долоту со стороны шарошек. Аналогично, к шарошкам будет приложен эквивалентный момент τ_g/i со стороны долота, под действием которого шарошка вращается.

На основании второго закона Ньютона получаем уравнения

$$J_1 = \frac{d\omega}{dt} = M - \tau_g - \beta\omega, \quad (3)$$

$$J_2 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\tau_g}{i} - K \int \omega_1 dt. \quad (4)$$

Подставляя τ_g из (4) уравнения во (2) и учитывая равенство (1), получим уравнение

$$(J_1 + i^2 J_2) \frac{d\omega}{dt} + \beta\omega + i^2 K \int \omega_1 dt = M.$$

Отсюда с учетом равенства $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, где θ – угловое перемещение долота, получим уравнение

$$(J_1 + i^2 J_2) \frac{d^2\omega}{dt^2} + \beta \frac{d\theta}{dt} + i^2 K\theta = M. \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение (5) описывает динамический режим преобразователя 1 (рис. 2), осуществляющей разрушение горной породы. Одновременно это уравнение описывает вращательное движение долота.

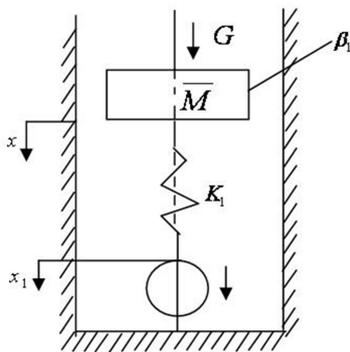


Рис. 4. Система «долото-забой» при поступательном движении

Дифференциальное уравнение для описания поступательного движения

Схематично поступательное движение системы «долото-забой» изображено на рис. 4. На рисунке введены следующие обозначения: G – внешняя нагрузка на долото, M – масса долота, K_1 – жесткость разрушенной и эвакуируемой породы (эквивалент жесткости пружины), β_1 – трение (демпфирующая сила) поступательному движению долота, x – перемещение долота, x_1 – перемещение, определяемое источником скорости, роль которого выполняет вооружение вращающихся шарошек.

Долото опирается через источник скорости на дно скважины, обладающее жесткостью K_1 . Сила G определяется регулируемым весом буровой колонны. Поступательное движение системы «долото-забой» осуществляется источником скорости по закону

$$x_1(t) = h_0 e^{-t/\tau} |\sin \omega_1 t|, \quad (6)$$

где h_0 – начальная высота вооружения (зубьев) долота; $\omega_1 = 2\pi nzi$ – угловая скорость шарошек; n – число оборотов долота в единицу времени; z – число зубьев шарошек; τ – постоянная износа вооружения (зубьев).

Необходимо отметить, что при перекачивании зубчатых шарошек по поверхности горной породы забоя осуществляется не только ее разрушение, но и генерация механических колебаний. Эти колебания (являющиеся следствием реакции породы на ее разрушение) имеют частоту $F = \omega_1 = 2\pi nzi$. Очевидно, что характер реакции породы, определяемый ее механическими свойствами, скажется на параметрах генерируемых колебаний: амплитуде, частоте, спектре. Эта информация (наравне с механической скоростью бурения) является первой оперативной геолого-технологической информацией о системе «долото-забой».

Определим действующие на тело \bar{M} силы. Во-первых, это направленная вертикально вниз внешняя нагрузка G . Во-вторых, это сила, обусловленная реакцией основания, а именно, реакция, вызванная разностью перемещений x и x_l долота и шарошек. Эта разность, хотя и невелика, но ее в процессе функционирования системы следует считать положительной. Указанную реакцию основания можно моделировать как пружину, так как основание – это порода, обладающая некоторой жесткостью K_1 . Таким образом, на тело \bar{M} дополнительно действует сила, направленная вертикально и равная величине

$$F_1(t) = F_{K_1}(t) + F_{B_1}(t),$$

где

$$F_1(t) = K_1(x_1 - x), F_{B_1} = B_1 \frac{d(x_1 - x)}{dt}, \quad (7)$$

при этом $F_{K_1}(t)$ – реакция основания, $F_{B_1}(t)$ – сила трения. На тело \bar{M} также действует сила трения, вызванная перемещением собственно долота, но она существенно меньше и поэтому не учитывается.

Из второго закона Ньютона получим уравнение поступательного движения системы «долото-забой» в виде

$$\bar{M} \frac{d^2x}{dt^2} = G - F_{K_1}(t) - F_{B_1}(t),$$

или с учетом равенств (7) – в виде

$$\bar{M} \frac{d^2x}{dt^2} + B_1 \frac{dx}{dt} + K_1x = G - K_1x_1(t) - B_1 \frac{dx_1}{dt}(t).$$

Отсюда и из (6) получим уравнение

$$\bar{M} \frac{d^2x}{dt^2} + B_1 \frac{dx}{dt} + K_1x = G - G_{\text{дин}},$$

где

$$G_{\text{дин}} = K_1h_0e^{-t/\tau}|\sin\omega_1t| + B_1h_0 \frac{de^{-t/\tau}|\sin\omega_1t|}{dt}.$$

Полученное уравнение (8) описывает поступательное движение системы «долото-забой» в одношарошечном режиме. Отметим, что в случае трехшарошечного долота источник динамической нагрузки принимает вид

$$G_{\text{дин}} = K_1h_0e^{-t/\tau}|3\sin\omega_1t| + B_1h_0 \frac{de^{-t/\tau}|3\sin\omega_1t|}{dt}. \quad (8)$$

Выводы

Взаимодействие шарошечного долота, промывочной жидкости и горной породы забоя реализуется в два этапа: разрушение породы и эвакуация результатов разрушения. Анализ процессов, определяющих эти этапы, позволило разработать математическую модель системы «долото-забой» в виде двух дифференциальных уравнений (5) и (8) вращательного и поступательного движений.

Исследование разработанной модели системы «долото-забой» позволит:

- 1) провести анализ влияния силовых воздействий на систему «долото-забой» и связать их с характеристиками исполнительных механизмов, осуществляющих процесс бурения.
- 2) выявить динамические характеристики системы «долото-забой», в частности, роль динамической составляющей нагрузки.
- 3) выявить варианты наилучшего сочетания технологических параметров системы, соответствующих изменяющимся геологическим условиям забоя.
- 4) выявить условия согласования параметров системы «долото-забой» с параметрами, определяемыми колонной бурильных труб, создав тем самым предпосылки разработки более общей математической модели системы «долото-забой-колонна».

Список используемых источников

1. Юнин, Е.К. Введение в динамику глубокого бурения / Е.К. Юнин. – М. : Либроком, 2015. – 168 с.
2. Юнин, Е.К. Автоколебания в глубоком бурении / Е.К. Юнин. – М. : Либроком, 2013. – 264 с.
3. Лукьянов, Э.Е. Геолого-технологические и геофизические исследования в процессе бурения / Э.Е. Лукьянов. – Новосибирск : Издательский Дом «Историческое наследие Сибири», 2009. – 752 с.
4. Эйгелес, Р.М. Расчет и оптимизация процессов бурения скважин / Р.М. Эйгелес, Р.В. Стрекалова. – М. : Недра, 1977. – 198 с.
5. Лукьянов, Э.Е. Исследование скважин в процессе бурения / Э.Е. Лукьянов. – М. : Недра, – 1979.
6. Мавлютов, М.Р. Разрушение горных пород при бурении скважин / М.Р. Мавлютов. – М. : Недра, 1978. – 213 с.
7. Марьяновский, Д.И. Регулирование подачи инструмента при бурении скважин забойными двигателями / Д.И. Марьяновский // Автоматика и телемеханика. – 1956. – Т. XVII, № 10. – С. 637-649.
8. Ситников, Н.Б. Экспериментальное определение математической модели процесса бурения геологоразведочных скважин / Н.Б. Ситников, О.В. Климарев, В.А. Троп // Изв. вузов. Горный журнал. – 1990. – №12. – С. 53-56.
9. Ситников, Н.Б. Анализ математической модели процесса бескернового бурения скважин / Н.Б. Ситников // Изв. вузов. Горный журнал. – 1992. – №9. – С. 23-28.
10. Galle, E.M. How to calculate bit weight and rotary speed for lowest cost drilling / E.M. Galle, H.B. Woods // O.G.Y. 1960. – v.58. – № 46-47; 1963. – v.61. – № 41.
11. Analysis of the stick-slip phenomenon using downhole drillstring rotation data / E.W. Robnett [et al.] // SPE/IADC : Drilling Conference held in Amsterdam. – Holland, 9-11 March 1999.

Александров Станислав Сергеевич – канд. техн. наук, доцент горно-нефтяного факультета ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет». E-mail: alexandrov-ss@mail.ru.

Юмагулов Марат Гаязович – д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет». E-mail: yum_mg@mail.ru.

Александров С.С., Юмагулов М.Г. Математическая модель и алгоритмы исследования системы «долото-забой» // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2016. – Т.4. – №1. – С. 2-7.

Alexandrov, S.S. and Yumagulov M.G. (2016). Development of mathematical models and algorithms for the study of the "bit-slaughter". Software of systems in the industrial and social fields, 4 (1): 2-7.
