

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛО ВЫДЕЛЕНИЯ В ПОДШИПНИКЕ КАЧЕНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ И ЭЛАСТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

*Ячиков И.М., Востриков А.В.*

**Аннотация.** Проведено сравнение тепловыделения в подшипнике качения при эластогидродинамическом и эмпирическом методах расчета. Проведено моделирование тепловыделения в подшипнике качения SKF NNCF5040CV и смазочном материале Mobilgear 600 XP320, используемых на стане 2000 холодной прокатки ОАО «ММК» с использованием среды MathCAD 14 и пакета прикладных программ для технических вычислений MATLAB. При решении дифференциального уравнения использовался стандартный метод Рунге – Кутты. Кроме этого в пакете прикладных программ для технических вычислений MATLAB R2010a была создана компьютерная программа, основанная на эмпирической модели и позволяющая проводить расчет теплового состояния подшипникового узла при его заданных геометрических параметрах, условиях смазывания и силового нагружения. Решение, полученное при помощи эластогидродинамического метода расчета является более детерминированным, обладает большей универсальностью, его применение на практике при решении задач жидкостного трения сильно затруднено из-за отсутствия надежных, устойчивых алгоритмов решения и проблемах, возникающих в процессе расчета. Описаны проблемы, связанные с применением эластогидродинамической теории, препятствующие её широкому практическому применению.

**Ключевые слова:** подшипник качения, эластогидродинамический расчет подшипника, момент сопротивления, сила трения качения, математическая модель, тепловая схема замещения, коэффициент трения, тепловая мощность.

### SIMULATION OF HEAT DISSIPATION IN THE ROLLING BEARING USING EMPIRICAL FORMULAS AND ELASTOHYDRODYNAMIC THEORY

*Yachikov I.M., Vostrikov A.V.*

**Abstract.** In paper the heat dissipation in rolling bearing with elastohydrodynamic and empirical calculation methods were compared. Also the heat dissipation modeling in the rolling bearing SKF NNCF 5040CV and the lubricant Mobil gear 600 XP320 used in cold-rolling mill 2000 JSC «ММК» with MathCAD 14 and software for technical computing MATLAB was prosecuted. In the process of solving a differential equation the standard method of Runge – Kutta was used. In addition to the application package for technical computing MATLAB R2010a a computer program, based on an empirical model and allowed to make the calculation of the thermal state of the bearing assembly in its set of geometric parameters, conditions of lubrication and power loading, was created. The solution, which was obtained using elastohydrodynamic calculation method, is more deterministic, has more versatility, its practical application in solving fluid friction greatly hampered by the lack of reliable, stable and algorithms for solving problems arising in the process of calculation. The problems related to use elastohydrodynamic theory impeding it widespread practical usage was described.

**Keywords:** rolling bearing, elastohydrodynamic bearing calculation, the moment of resistance, the force of rolling friction, mathematical model, thermal equivalent circuit, the coefficient of friction, heat dissipation.

### Введение

Для предотвращения перегрева и быстрого износа поверхностей трения в подшипниках эти поверхности должны быть эффективно разделены посредством смазочного материала (СМ) [1, 2]. Для увеличения срока службы трущихся деталей следует учитывать влияние смазочного материала на их работу. При этом в большинстве случаев при расчёте подшипников учитываются только контактные напряжения.

В настоящее время, при расчете тепловыделения в подшипнике качения чаще всего используются эмпирические зависимости [8-11]. Такие методы не универсальны, обладают рядом недостатков, их применение для конкретного подшипника и смазочного материала возможно с некоторой степенью условности. Основной недостаток заключается в необходимости определения эмпирических коэффициентов, зависящих от геометрических параметров подшипника, условий эксплуатации и свойств используемого смазочного материала. Примером применения таких методов может служить математическая модель теплового состояния подшипникового узла тянущих роликов стана 2000 ОАО «ММК» холодной прокатки [1, 3].

Для более точного и универсального расчета тепловыделения в подшипнике с учетом явлений, возникающих в смазочном слое, разделяющем упругодеформирующиеся поверхности взаимодействующих в процессе трения тел, была создана эластогидродинамическая теория смазки [4-5]. Ее применение при расчете подшипника позволяет определить поведение нового смазочного материала, установить коэффициенты и силы трения, а также тепловые мощности, выделяемые в СМ. Это позволяет для подшипника качения подобрать наиболее

подходящий смазочный материал в широком диапазоне рабочих нагрузок и увеличить срок эксплуатации подшипника.

Однако применение этой теории крайне ограничено из-за ряда сложностей, возникающих при ее практической реализации.

Целью данной работы является анализ методик расчета тепловыделения в подшипнике качения при использовании известных эмпирических формул и эластогидродинамической теории.

**Эмпирический метод расчета тепловыделения в подшипнике**

При эмпирическом методе расчета выделяемая тепловая мощность в подшипнике качения чаще всего определяется по формуле (Вт)

$$Q_{mp} = 1,047 \cdot 10^{-4} \cdot M \cdot n,$$

где  $M=M_0+M_1$  – общий момент сопротивления в подшипнике качения, Н·мм;  $M_0$  – момент сопротивления от смазочного материала, Н·мм;  $M_1$  – момент качения, зависящий от нагрузки на подшипник, Н·мм;  $n$  – скорость вращения внутреннего кольца подшипника, с<sup>-1</sup>.

Момент сопротивления от смазочного материала определяется как (Н·мм)

$$\begin{aligned} \text{при } v \cdot n \geq 2000 \quad M_0 &= 10^{-7} \cdot f_0 \cdot (v \cdot n)^{\frac{2}{3}} \cdot d_0^3, \\ \text{при } v \cdot n < 2000 \quad M_0 &= 160 \cdot 10^{-7} \cdot f_0 \cdot d_0^3, \end{aligned}$$

где  $v$  – кинематическая вязкость смазочного материала, используемого для смазывания и охлаждения подшипника, мм<sup>2</sup>/с;  $f_0$  – коэффициент, зависящий от типа подшипника и условий смазки ( $f_0=4-6$ );  $d_0$  – средний диаметр подшипника, мм.

Момент качения зависит от приложенной внешней нагрузки, Н·мм

$$M_1 = \frac{P \cdot f_{np} \cdot d}{2},$$

где  $P = \sqrt{F_r^2 + F_a^2}$  – результирующая нагрузка на подшипник, Н;  $F_r$ ,  $F_a$  – радиальная и осевая нагрузки на подшипник соответственно, Н;  $f_{np} \approx 0,001-0,004$  – приведенный коэффициент трения;  $d$  – внутренний диаметр подшипника, мм.

При всей простоте данного метода расчета тепловыделения в подшипнике, его недостатком является необходимость определения эмпирических коэффициентов  $f_0$ ,  $f_{np}$ , которые зависят от геометрических параметров подшипника, нагрузки, температуры и свойств смазочного материала.

**Эластогидродинамический метод расчета тепловыделения в подшипнике**

Тепловая мощность в подшипнике качения при использовании эластогидродинамического метода расчета находится путём суммирования мощностей, выделяющихся при контакте роликов подшипника с его внутренним и внешним кольцами.

Рассмотрим данный метод для случая контакта ролика подшипника с его вращающимся внутренним кольцом. Схема контакта изображена на рис. 1. При расчете используются

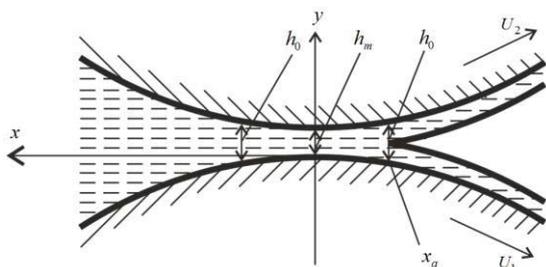


Рис. 1. Схема контакта ролика подшипника с внутренним кольцом

допущения, что система работает в установившемся режиме, процесс трения является изотермическим, смазочный материал имеет свойства ньютоновской жидкости, а прогибы трущихся поверхностей пропорциональны давлению, оказываемым на них. Зависимость динамической вязкости от температуры определялась по формуле Прокофьева  $\mu_0(t) = \mu_3(t_3/t)^n$ , где  $\mu_0(t)$  – динамическая вязкость СМ при атмосферном давлении и рабочей температуре  $t$ ;

$\mu_0$  – эталонная динамическая вязкость СМ при атмосферном давлении при температуре  $t_0$ ;  $n$  – коэффициент, определяющий зависимость вязкости СМ от температуры. Также будем считать, что вязкость смазочного материала зависит от давления согласно формуле Баруса

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{\alpha p}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – пьезокоэффициент вязкости смазочного материала, Па<sup>-1</sup>;  $p$  – гидродинамическое давление в смазочном слое, Па.

Решение эластогидродинамической задачи сводится к совместному решению уравнения Рейнольдса и уравнения контактной гидродинамики [4-5]. Уравнение Рейнольдса

$$\frac{dp}{dx} = 6 \cdot \mu_0 \cdot U_{\Sigma} \cdot \frac{h_0 - h}{h^3} \cdot e^{\alpha p}, \quad (2)$$

где  $x$  – координата в направлении, противоположном движению поверхностей ролика и внутреннего кольца, м;  $U_{\Sigma} = U_1 + U_2$  – суммарная скорость качения в контакте ролика с внутренним кольцом, м/с;  $U_1$  – окружная скорость ролика, м/с;  $U_2$  – окружная скорость внутреннего кольца, м/с;  $h_0$  – толщина смазочного слоя в точке с градиентом давления равным нулю, м;  $h$  – толщина смазочного слоя в данной точке, м.

Уравнение контактной гидродинамики

$$h = h_{m1} + \frac{x^2}{2 \cdot \rho_{np}} + \frac{A'}{E} \cdot p - \Delta, \quad (3)$$

где  $A' = 2,54 \cdot b_H$  – коэффициент пропорциональности, м;  $b_H = 1,52 \cdot \sqrt{\frac{q_H \cdot \rho_{np}}{E}}$  – полуширина площадки контакта, м;  $h_{m1}$  – минимальная толщина смазочного слоя до деформирования зоны контакта, м;  $\rho_{np}$  – приведенный радиус кривизны поверхностей трения, м;  $E$  – модуль упругости, Па;  $q_H$  – нагрузка на единицу длины линии контакта, Н/м;  $\Delta$  – сближение центров упругодеформирующихся поверхностей трения, м.

Для упрощения расчёта и сокращения независимых параметров уравнения (2) и (3) приводятся к безразмерному виду, как это предлагается в работах [4, 5]. В результате имеем следующие уравнения для нахождения безразмерного давления и безразмерной толщины смазочного слоя

$$\frac{dk}{dz} = \frac{1-H}{H^3} \cdot e^{B\alpha k}, \quad (4)$$

$$H = 1 - z_a^2 + z^2 + C \cdot k, \quad (5)$$

где  $C = \frac{A' \cdot B}{E \cdot h_0}$ ,  $B = 6 \cdot \frac{\mu_0 \cdot U_{\Sigma}}{h_0^2} \cdot B_1$ ,  $B_1 = \sqrt{2 \cdot h_0 \cdot \rho_{np}}$  – независимые параметры;

$k = p/B$  – безразмерное местное давление в смазочном слое;  $z = x/B_1$  – безразмерная координата в направлении, обратном движению поверхностей трения;  $z_a = x_a/B_1$  – безразмерная координата конца области трения;  $H = h/h_0$  – безразмерная толщина смазочного слоя. Граничное условие соответствует месту обрыва смазочного слоя

$$Z=Z_a, k=0, H=1 \text{ при } (x=x_a, p=0, h=h_0). \quad (6)$$

Краевая задача (4-6) довольно сложная и можно получить лишь приближенное численное решение. Методом стрельбы подбирается параметр  $z_a$  так, чтобы  $k(z_b) \approx 0$ , где  $z_b = x_b/B_1$  – безразмерная координата конца области трения, значение которой находится исходя из значения параметра  $B\alpha$  и увеличивается с его ростом. Посредством численного эксперимента было установлено, что для подавляющего большинства случаев расчета можно принять  $z_b = 15-20$ , чтобы охватить всю область трения. В результате численного решения

краевой задачи (4-6) получаем распределение безразмерного давления  $k$  и профиль зазора  $H$  в области трения, которые далее используем при нахождении коэффициента трения и тепловой мощности, выделяющейся в смазочном слое.

При вращении внутреннего кольца подшипника его ролики приводятся в движение под действием сил трения, таким образом, имеет место фрикционное качение. Согласно работе [4] коэффициент трения при фрикционном качении

$$f_{фр.к.} = 2 \cdot \frac{w_k}{q_H}, \quad (7)$$

где  $q_H = \frac{K \cdot F_r}{z \cdot l_w}$  – нагрузка на единицу длины линии контакта, Н/м;  $K \approx 4,6$  – коэффициент нагрузки;  $l_w$  – длина ролика, м;  $z$  – количество роликов;  $w_k$  – сила трения при чистом качении, которая определяется по формуле

$$w_k = \frac{B \cdot h_0}{2} \cdot \int_{z_a}^{z_b} (1-H) \frac{dk}{dz} dz, \quad (8)$$

Тепловая мощность, выделяющаяся в смазочном слое на единицу длины, Вт/м

$$Q = U_{\Sigma} \cdot \left( w_k + \left( \frac{U_s}{U_{\Sigma}} \right)^2 \cdot \frac{B \cdot h_0}{6} \cdot \int_{z_a}^{z_b} \frac{e^{Bak}}{H} dz \right), \quad (9)$$

где  $U_s = U_1 - U_2$  – скорость скольжения в контакте, м/с. Для получения тепловой мощности, выделяющейся в смазочном материале по всей длине контакта роликов с кольцом, следует умножить рассчитанное по формуле (9) значение на длину роликов.

### Результаты моделирования

Было проведено моделирование мощности тепловыделения для подшипника качения SKF NNCF5040CV, использующегося на стане 2000 холодной прокатки ОАО «ММК» [6, 7]. В качестве смазочного материала применяется Mobilgear 600 XP320. Геометрические характеристики подшипника приведены в работе [1]. СМ имеет следующие свойства:  $\mu_3 = 0,281$  Па·с;  $t_3 = 40$  °С;  $n = 2,93$ ;  $\alpha$  в диапазоне температур от 30 °С до 150 °С изменяется в пределах от  $1,6 \cdot 10^{-8}$  до  $0,65 \cdot 10^{-8}$ .

Моделирование производилось в среде разработки *Mathcad 14*. При решении дифференциального уравнения использовался стандартный метод Рунге – Кутты. Кроме этого в пакете прикладных программ для технических вычислений MATLAB R2010a была создана компьютерная программа «*Определение теплового состояния узлов трения на станах холодной прокатки*», основанная на эмпирической модели и позволяющая проводить расчет теплового состояния подшипникового узла при его заданных геометрических параметрах, условиях смазывания и силового нагружения.

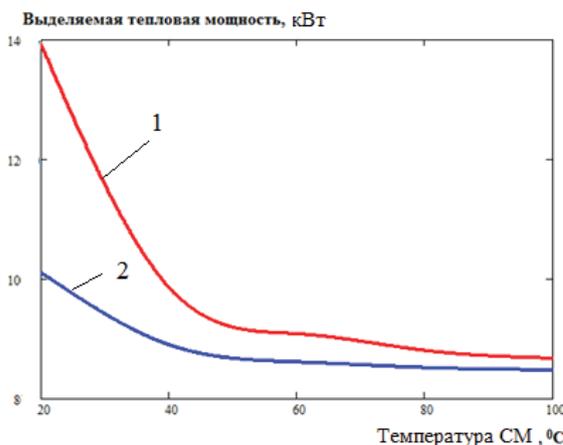


Рис. 2. Зависимость выделяемой тепловой мощности в подшипнике качения от температуры СМ при:  
1 – эмпирическом методе расчета;  
2 – эластогидродинамическом методе расчета

На рис. 2 представлены результаты моделирования тепловыделения в подшипнике при разной температуре смазочного материала. При этом скорость вращения внутреннего кольца подшипника составляла 537 об/мин, радиальная нагрузка  $F_r = 500$  кН и эмпирические параметры:  $f_0 = 5$ ,  $f_{пр} = 0,003$ . При

температуре подшипника  $20^{\circ}\text{C}$  расхождение в результатах расчета тепловыделения, полученных с применением рассмотренных методов, довольно существенно и составляет порядка 33%. С ростом температуры подшипника эта разница начинает уменьшаться и составляет при  $50^{\circ}\text{C}$  менее 6%, а  $100^{\circ}\text{C}$  - менее 3%. С учетом того, что эластогидродинамический метод расчета обладает большей точностью, полученный результат свидетельствует о необходимости корректировки эмпирической модели для большего соответствия результатам расчета, полученным при помощи данного метода, при температурах подшипника до  $50^{\circ}\text{C}$ . Меняя эмпирические параметры  $f_0, f_{\text{пр}}$  и даже делая их переменными, можно добиться существенно-го снижения этого расхождения.

При проведении численного расчета с использованием эластогидродинамической теории было выявлено несколько проблем. Прежде всего следует отметить, что не для всех значений параметров  $B, \alpha$  и  $C$  удаётся получить численное решение краевой задачи (4-6). Путём численного эксперимента установлено, что в некоторых случаях решение уравнения удаётся получить при значительном уменьшении шага сетки (с  $10^{-3}$  до  $1 \cdot 10^{-6}$  и менее). Если же решение не удаётся получить при уменьшении шага сетки, то опытным путём было обнаружено, что данную краевую задачу можно решить путём ограничения максимального значения произведения параметров  $B \cdot \alpha \cdot k < 7$ , что вносит погрешность в решение в пределах 5% по сравнению с табулированными результатами решения этой краевой задачи, представленными в работах [4-5]. По всей видимости в них использовался другой численный метод решения дифференциальных уравнений, к сожалению, не указанный авторами. Также было выявлено, что при нахождении силы трения при чистом качении значение интеграла, входящего в формулу (8), вычисляется некорректно при  $C < 1$ , по сравнению с результатами, приведенными в [4]. Другой проблемой является ограниченность использования данного метода при вычислении значения  $h_0$  по формуле Ратнера [4], которую можно применять только в диапазоне  $0,6 \leq C \leq 40$  и  $4,5 \leq B\alpha \leq 12$ .

### Заключение

Таким образом, были проанализированы математические модели эмпирического и эластогидродинамического методов расчёта тепловой мощности в подшипнике качения, и проведено сравнение мощности тепловыделения при применении этих методов на примере подшипника качения *SKF NNCF5040CV* и смазочного материала *Mobilgear 600 XP320*.

Несмотря на то, что решение, полученное при помощи эластогидродинамического метода расчета является более детерминированным, то есть обладает большей универсальностью, его применение на практике при решении задач жидкостного трения сильно затруднено из-за отсутствия надежных, устойчивых алгоритмов решения и проблемах, возникающих в процессе расчета.

В тех случаях, когда решение получить можно, данные эластогидродинамического метода расчета могут быть использованы при настройке и уточнении эмпирической модели расчёта подшипникового узла, например в трёхмассовой тепловой модели.

### Список используемых источников

1. Ячиков, И.М. Математическое моделирование теплового состояния подшипникового узла тянущих роликов стана 2000 ОАО «ММК» холодной прокатки / И.М. Ячиков, Ю.В. Жиркин, Е.И. Мироненков, Н.Л. Султанов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах, 2014. – № 1 (4). – С. 29-36.
2. Востриков, А. В. К вопросу о математическом и компьютерном моделировании теплового состояния узлов трения на станах холодной прокатки / А. В. Востриков, И. М. Ячиков // Научное сообщество студентов : материалы III междунар. студенч. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 11 нояб. 2014 г.) / редкол.: О. Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 65-66.
3. Востриков, А.В. Математическая и компьютерная модель теплового состояния узлов трения на станах холодной прокатки [Текст] / А.В. Востриков // Ab ovo... (С самого начала...). – 2014. – №1. – С. 25-31.
4. Коднир, Д.С. Эластогидродинамический расчет деталей машин [Текст] / Д.С. Коднир, Е.П. Жильников, Ю.И. Байбородов. – М.: Машиностроение, 1988. – 160 с.
5. Коднир, Д.С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин [Текст] / Коднир Д.С. – М.: Машиностроение, 1976. – 304 с.

6. Жиркин, Ю. В. Повышение эффективности подачи смазочного материала в подшипники качения тянущих роликов стана 2000 х/п ОАО "ММК" / Ю. В. Жиркин, Е. И. Мироненков, Н. Л. Султанов, Р. Р. и др. // Труды Межрегиональной 71-й научно-технической конференции. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорского гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2013 - С.157-159.
7. Надежность, эксплуатация и ремонт металлургических машин [Текст]: учебник / Ю.В. Жиркин. – Магнитогорск: МГТУ, 2002. - 330 с.
8. Перель, Л.Я. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор [Текст] / Л.Я. Перель - М.: Машиностроение, 1983. - С. 543.
9. Детали машин [Текст]: учеб. для вузов / Д.Н. Решетов. - М.: Машиностроение, 1989. - 496 с.
10. Уонг, Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров / Х. Уонг: Пер. с англ. Справочник. – М.: Атомиздат, 1979. – 216 с.
11. Белоусов, М.Д. Метод самодиагностики термопреобразователя сопротивлений в процессе работы [Текст] / Белоусов М.Д., Шестаков А.Л. // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника, 2009. – № 3 (136). – С. 17-19.

**Ячиков Игорь Михайлович** – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: [jachikov@mail.ru](mailto:jachikov@mail.ru).

**Востриков Андрей Вадимович** – магистрант 2 курса направления информатика и вычислительная техника ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: [avostrikov92@gmail.com](mailto:avostrikov92@gmail.com).

---

*Ячиков И.М., Востриков А.В.* Моделирование тепловыделения в подшипнике качения при использовании эмпирических формул и эластогидродинамической теории // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2015. – №1. – С. 27-32.

Yachikov, I.M. and Vostrikov A.V. (2015). Simulation of heat dissipation in the rolling bearing using empirical formulas and elastohydrodynamic theory. Software of systems in the industrial and social fields, 5 (1): 27-32.

---