

УДК 519.688

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ
КАТОДНОЙ ЗАЩИТЫ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ**

Болотнов А.М., Хисаметдинов Ф.З.

Аннотация. Коррозия металла представляет собой электрохимическое явление окисления металла, вызываемое коррозионным электрическим током, обусловленным естественным потенциалом металла и наличием свободных ионов в окружающей почве или воде. Принцип катодной защиты заключается в предотвращении этого путем создания защитного электрического тока, противоположного по направлению коррозионному току. Процесс коррозии будет остановлен, если защитный электрический ток имеет достаточную величину и правильным образом распределен на защищаемой конструкции. Ток катодной защиты обычно обеспечивается специальными электрическими станциями катодной защиты. Интенсивность коррозии подземных металлических конструкций в основном зависит от состава грунта, его удельного электрического сопротивления, наличия в грунте воды, кислорода и т.д. Наиболее агрессивными типами грунтов являются глины, суглинки, пески с высокой соленостью. Очень серьезные последствия коррозии могут иметь место по трубе, проходящей через грунты различного состава. В системах катодной защиты подземных трубопроводов, электрический ток, создаваемый станциями катодной защиты, течет от анодов через грунт к защищаемой конструкции. В результате происходит смещение электрического потенциала защищаемой конструкции в отрицательную сторону, что обеспечивает катодную защиту. Тип, количество и расположение анодов должны быть выбраны так, чтобы обеспечить лучшую защиту для конструкции или трубопровода в конкретной среде. В данной работе на основе метода фиктивных источников предложен алгоритм решения краевой задачи для потенциала электрического поля катодной защиты подземного трубопровода глубинным анодом. Разработана программа на языке программирования C++ для проведения численных расчетов электрических полей в системах катодной защиты подземных трубопроводов. Компьютерная модель дает возможность проведения серий вычислительных экспериментов для выбора геометрических и электрохимических параметров проектируемых систем катодной защиты с целью повышения надежности подземных сооружений и увеличения срока их службы. Анализ результатов подтверждает эффективность, устойчивость и универсальность разработанного алгоритма.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, электрическое поле, катодная защита, математическое моделирование, краевая задача, численные методы, метод фиктивных источников.

**COMPUTER SIMULATION OF THE ELECTRIC FIELDS
IN CATHODIC PROTECTION OF UNDERGROUND PIPELINES**

Bolotnov A.M., Khisametdinov F.Z.

Abstract. Corrosion is an electrochemical phenomenon where a metal returns to its native oxide state. An electric current flows from the metal through ions in the surrounding soil or water. The cathodic protection principle prevents this by passing direct current, opposite to the corrosion current, continuously from anodes which are installed in the soil or water surrounding the structure to be protected. Corrosion is prevented when the protection current is of sufficient magnitude and is properly distributed. This protection current requires an external power source. Corrosion of buried metal structures is mainly dependent on the soil composition, resistivity, pH, water and oxygen content, etc. The most aggressive soil types are clays, mixed clays, muds and sands with high salinity. Very severe corrosion effects can occur on a pipe that passes through soils of different compositions. In cathodic protection systems, anodes transmit protective current from the power supply to the structure to be protected. The electrochemical potential of the structure becomes more negative, eventually reaching a value that provides the cathodic protection. The type, amount and location of anodes are selected to give the best protection for the structure or pipeline in the particular environment. In this work based on the method of fictitious sources an algorithm for solution of boundary-value problem for the capacity of the electric field of cathodic protection of underground pipeline vertical deep anode is proposed. C++ computing code is developed for numerical calculations of electric fields in the systems of cathodic protection of underground pipelines. The computer model allows conducting a set of numerical experiments for selection of geometric and electrochemical parameters of designed cathodic protection system, with the aim of improving the reliability of cathodic protection for underground structures and increasing the duration of their service life. Analysis of the results confirms the effectiveness, stability and versatility of the developed algorithm.

Keywords: computer simulation, electric field, cathodic protection, mathematical modeling, boundary value problem, numerical methods, the method of fictitious sources.

Введение

В настоящее время одним из способов продления срока эксплуатации подземных трубопроводов является применение катодной защиты. Основной принцип катодной защиты заключается в смещении потенциала металла трубы в отрицательную сторону относительно

потенциала окружающего грунта. Технически катодная защита обеспечивается с использованием системы станций катодной защиты (катодных станций), размещенных вдоль трубопровода. Каждая катодная станция, по сути, обеспечивает работу электрохимической системы, при этом защищаемая труба выступает в роли катода, анодом является специальный заглубленный в землю электрод, расположенный на некотором расстоянии от трубы, проводящей средой выступает грунт [1].

Одним из основных параметров, обеспечивающих эффективность катодной защиты, является величина разности электрических потенциалов металла защищаемой трубы и окружающего ее грунта. Важнейшей задачей при проектировании и эксплуатации катодной защиты является выбор таких параметров, как напряжение и сила тока в электрохимической системе «анод-грунт-труба». В процессе длительной эксплуатации трубопровода изменяются характеристики трубы, в частности происходит изменение свойств изоляции трубы, что существенно влияет на происходящие в электрохимической системе катодной защиты процессы, и соответственно, на ее общую эффективность. В связи с этим достоверные данные о состоянии изоляции трубы представляют большую значимость при выборе параметров катодной защиты [2].

В настоящее время на практике применяются технологии контрольных замеров электрических параметров в системах катодной защиты трубопроводов. Полученные данные с определенной степенью достоверности отражают текущее реальное состояние электрохимической системы катодной защиты на конкретном участке трубопровода. При этом возникает задача правильной интерпретации полученных данных контрольных измерений. Для решения данной задачи возможно применение методов математического и компьютерного моделирования.

В данной работе рассматривается подход к компьютерному моделированию параметров катодной защиты трубопровода, позволяющий моделировать состояния изоляции трубопровода на основе данных контрольных измерений.

Постановка задачи и построение математической модели

Рассматривается задача расчета параметров электрического поля, создаваемого точечным анодом и протяженным цилиндрическим катодом (трубой). Центральная ось трубы на защищаемом участке совпадает с координатной осью Ox , и соответствует отрезку $0 \leq x \leq L$. Поверхность земли соответствует плоскости $z = H_t$. Анод считаем точечным источником заданной интенсивности I_0 . Анод защищает участок трубы длиной L и его центр расположен под поверхностью земли в точке $p_0 = p_0(L/2, y_0, z_0)$. Считаем, что катодная станция подключается к трубе в точке с координатой $x = L/2$.

Распределение потенциала электрического поля $u = u(p)$, $p = (x, y, z)$, создаваемого точечным источником тока мощности I_0 , расположенным в точке $p = p_0(x_0, y_0, z_0)$, удовлетворяет уравнению Пуассона [3]

$$\operatorname{div}(\sigma(p)\operatorname{grad} u(p)) = I_0 \cdot \delta(p - p_0), \quad (1)$$

где $\sigma(p)$ – удельная электропроводность среды; $\delta(p)$ – дельта-функция.

На границе S_{gt} «грунт-труба» выполняется граничное условие 3 рода

$$\left(u - c_t \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{S_{gt}} = u_t, \quad (2)$$

где $c_t = c_t(x)$ – удельное сопротивление изоляции трубы; u_t – потенциал металла трубы. Учитывая, что длина трубы значительно превышает ее диаметр, можно считать потенциал металла трубы постоянным в нормальном сечении и зависящим только от продольной координаты x , т.е. $u_t = u_t(x)$.

На границе S_{is} , соответствующей поверхности земли ($z = H_t$), левой и правой границам защищаемого участка трубы в грунте ($x = 0, x = L$) выполняется граничное условие 2 рода

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{S_{is}} = 0. \quad (3)$$

Для тока в металле трубы при отсутствии потерь через боковую поверхность выполняется закон Ома

$$j_t(x) = \sigma_{mt} \frac{du_t}{dx}, \quad (4)$$

где $j_t(x)$ – плотность тока в металле трубы по направлению оси Ox ; σ_{mt} – удельная электропроводность металла трубы. Считаем, что положительное направление для продольного тока в трубе совпадает с направлением оси Ox .

В сечении трубы в точке подключения к ней катодной станции выполняется граничное условие 2 рода

$$\frac{du}{dx} \Big|_{x=x_0-0} - \frac{du}{dx} \Big|_{x=x_0+0} = \frac{I_0}{\sigma_{mt} S_{ms}}, \quad k = 1..N, \quad (5)$$

где $x = x_0$ соответствует точке подключения катодной станции; I_0 – ток, втекающий в точку подключения катодной станции; σ_{mt} удельная электропроводность металла трубы; S_{ms} – площадь «металлического» сечения трубы.

Построение дискретной модели

Для численного исследования рассматриваемой задачи использован подход, основанный на методе фиктивных источников [4-6].

Разобьем интервал $0 \leq x \leq L$ на M равных участков. Будем считать, что на каждом из этих участков рассматриваемые электрические параметры постоянны, и равны некоторому среднему для каждого параметра значению.

Каждый полученный участок рассматриваем как фиктивный точечный источник (сток), имеющий такие же электрические параметры, как и соответствующий ему участок трубы. Координатой каждого фиктивного источника будем считать геометрический центр соответствующего участка трубы. Введем нумерацию фиктивных источников $i = 1..M$, начиная от начала координат в направлении оси Ox .

Координата фиктивного источника с номером i определяется как

$$p_{ti} = p_{ti} \left(\left(i - \frac{1}{2} \right) l_t, 0, 0 \right), \quad i = 1..M,$$

где $l_t = \frac{L}{M}$ – длина участка трубы, соответствующего одному фиктивному источнику.

Точечный анод рассматривается как один фиктивный источник с координатой $p_0 = p_0(x_0, y_0, z_0)$ и величиной стекающего с него тока I_0 .

При построении математической модели было принято, что подключение катодной станции к трубе произведено в точках $x = x_0$, в дискретной модели будем считать, что подключение катодной станции к трубе произведено в центре фиктивного источника с номером i_{ks} , численно равным целой части выражения $\left(\frac{x_0}{l_t} + 1 \right)$.

Таким образом, для каждого фиктивного источника с номером i , $i = 1..M$, будем рассматривать следующие усредненные значения неизвестных величин: $U_{tm,i}$ – потенциал металла трубы; $U_{tg,i}$ – потенциал на границе «грунт-труба»; $I_{tg,i}$ – величина тока через боковую поверхность трубы; $I_{tx,i}$ – продольный ток в металле трубы между соседними фиктивными источниками.

Для полученной дискретной постановки задачи можно записать законы Кирхгофа для каждого фиктивного источника, связывающие величины втекающего и вытекающего из него тока:

$$I_{tg,1} - I_{tx,1} = 0, \quad (6)$$

$$I_{tg,i} + I_{tx,i-1} - I_{tx,i} = 0, \quad i = 2..(M-1), i \neq i_{ks}, \quad (7)$$

$$I_{tg,M} + I_{tx,M-1} = 0. \quad (8)$$

Для фиктивного источника, к центру которого считаем подключенным контакт катодной станции, при записи закона Кирхгофа учтем стекающий ток катодной станции

$$I_{tg,i_{ks}} + I_{tx,i_{ks}-1} - I_{tx,i_{ks}} - I_0 = 0, \quad (9)$$

где I_0 – ток, вытекающий от фиктивного источника с номером i_{kS} к катодной станции. Положительным направлением тока вдоль трубы считаем направление оси Ox .

Для тока, текущего вдоль трубы, запишем дискретные аналоги закона Ома между всеми парами соседних фиктивных источников

$$U_{tm,i+1} - U_{tm,i} = -R_m I_{tx,i}, \quad i = 1..(M - 1), \quad (10)$$

где $R_m = \rho_t \frac{l_t}{S_{ms}}$ – продольное сопротивление металла трубы между соседними фиктивными источниками; ρ_t – удельное сопротивление металла трубы; l_t – длина участка трубы, соответствующего одному фиктивному источнику; S_{ms} – площадь «металлического» сечения трубы.

Взаимосвязь между значениями потенциала на границе «грунт-труба» для каждого фиктивного источника с параметрами источников тока можно записать в виде соотношения [7]

$$4\pi\sigma U_{tg,i} = \frac{I_0}{R(p_{t,i}, p_0)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \frac{I_{tg,j}}{R(p_{t,i}, p_{t,j})} - I_{tg,i} \frac{2}{l_t} \ln \frac{\sqrt{r_t^2 + l_t^2} + l_t}{r_t}, \quad i = 1..M, \quad (11)$$

где $p_{t,i}$ – центр фиктивного источника с номером i , $i = 1..M$; p_0 – точка расположения точечного анода; $R(p, q)$ – расстояние между точками p, q ; r_t – внешний радиус трубы.

Соотношения (11) обусловлены принципом электростатической аналогии применительно к рассматриваемой дискретной модели, при этом последнее слагаемое в (11) необходимо для учета потенциала цилиндрического электрода [7]. Также в (11) может быть учтен эффект «зеркальных отражений» [7], возникающий из-за влияния граничных условий (3).

Для каждого участка S_i границы «грунт-труба», соответствующего фиктивному источнику с номером $i = 1..M$, учитывая, что

$$\left. \frac{du}{dn} \right|_{S_i} = \frac{I_{tg,i}}{\sigma_t S_t},$$

запишем соотношения, являющиеся дискретными аналогами граничных условий третьего рода на границе «грунт-труба»

$$U_{tg,i} - c_{t,i} \frac{I_{tg,i}}{S_t} = U_{tm,i}, \quad i = 1..M, \quad (12)$$

где $c_{t,i}$ – усредненное значение удельного сопротивления изоляции на участке трубы, соответствующем фиктивному источнику с номером i , $i = 1..M$; S_t – площадь внешней поверхности участка трубы, соответствующего одному фиктивному источнику.

Полученная система (6)-(12) представляет собой дискретную модель, позволяющую исследовать величину защитного потенциала $U_{tg,i} - U_{tm,i}$, $i = 1..M$, при заданных электрических параметрах грунта, изоляции трубы и др. [4-6]. При этом в число заданных параметров входит удельное сопротивление изоляции трубы ($c_{t,i}$, Ом·м²), в числе искомым неизвестных величин – потенциалы $U_{tm,i}$ металла трубы и потенциалы $U_{tg,i}$ на границе «грунт-труба» для каждого фиктивного источника $i = 1..M$.

В данной работе рассматривается ситуация, при которой значения величин защитного потенциала $U_{tg,i} - U_{tm,i}$ заданы для каждого фиктивного источника $i = 1..M$ (например, в результате контрольных замеров). При заданных прочих параметрах требуется найти значения удельного сопротивления изоляции трубы $c_{t,i}$ для каждого фиктивного источника с номером $i = 1..M$. При этом значение разности $U_{tg,i} - U_{tm,i}$ заданно константой, а величины $c_{t,i}$ войдут в число неизвестных. В такой постановке система (6)-(12) становится нелинейной из-за слагаемого $c_{t,i} \frac{I_{tg,i}}{S_t}$ в уравнении (12).

В уравнениях (12) сделаем замену

$$U_{tg,i} - U_{tm,i} = U_{pr,i}, \quad i = 1..M, \quad (13)$$

тогда из (12) получим

$$U_{pr,i} = c_{t,i} \frac{I_{tg,i}}{S_t}, \quad i = 1..M. \quad (14)$$

Преобразовывая (14) к виду

$$\frac{1}{c_{t,i}} U_{pr,i} - \frac{I_{tg,i}}{S_t} = 0, i = 1..M, \quad (15)$$

и вводя обозначение для удельной «поверхностной проводимости» изоляции трубы

$$\sigma_{gt,i} = \frac{1}{c_{t,i}}, i = 1..M, \quad (16)$$

получим

$$U_{pr,i} \cdot \sigma_{gt,i} - \frac{I_{tg,i}}{S_t} = 0, i = 1..M. \quad (17)$$

Система (6)-(11), (13), (17) состоит из $5M$ линейных уравнений с $5M$ неизвестными, и представляет собой дискретную модель рассматриваемой задачи, где заданы величины защитного потенциала (14), а в список искомым неизвестных входит усредненная удельная поверхностная проводимость (16) по каждому фиктивному источнику.

Вычислительный эксперимент

На основе предложенной модели были разработаны программы на языке C++ в свободной среде разработки *Code::Blocks*.

Для анализа возможностей предложенного подхода с использованием разработанных программ было проведено исследование модельной задачи, состоящее из следующих этапов:

Этап 1. На основе дискретной модели, определяемой системой (6)-(13) решена задача расчета величины защитного потенциала, при этом удельное сопротивление изоляции трубы на всем защищаемом участке было принято равным значению $c_t = 5000 \text{ Ом} \cdot \text{м}^2$. Остальные параметры приведены в табл.

Таблица

Принятые значения параметров модельной задачи

Параметр	Значение
Длина защищаемого участка трубы, м	15000
Координата точки x подключения СКЗ к трубе, м	7500
Расстояние от анода до трубы, м	200
Глубина до центра анода, м	2,5
Величина тока катодной станции I_0 , А	3
Внешний диаметр трубы, м	0,557
Толщина стенки трубы, мм	8
Глубина залегания трубы, м	1,5
Удельное сопротивление грунта, Ом·м	35
Удельное сопротивление стали, Ом·м	$2,45 \cdot 10^{-7}$
Количество принятых фиктивных источников по трубе	45

Этап 2. На основе модели (6)-(11), (13), (17) проведены расчеты, в которых полученные на первом этапе значения защитного потенциала приняты в качестве исходных данных, а значения удельного сопротивления изоляции трубы входили в число искомым неизвестных. Целью этапа являлось сравнение полученных значений удельного сопротивления изоляции трубы со значениями, принятыми на первом этапе в качестве исходных данных.

Этап 3. Проведены расчеты, аналогичные первому этапу, при этом для отдельных участков трубы искусственно задано «повреждение» изоляции трубы так, что значение удельного сопротивления изоляции трубы, усредненное по участку трубы, соответствующему одному фиктивному источнику, приняло значение $c_t^* = 500 \text{ Ом} \cdot \text{м}^2$. На основе полученных результатов была проанализирована общая картина токораспределения.

Этап 4. Проведены расчеты, аналогичные проведенным на втором этапе, при этом в качестве входных данных о распределении защитного потенциала приняты результаты третьего этапа. По результатам данного этапа так же был проведен сравнительный анализ вычисленных значений удельного сопротивления изоляции трубы со значениями, принятыми на третьем этапе в качестве исходных данных.

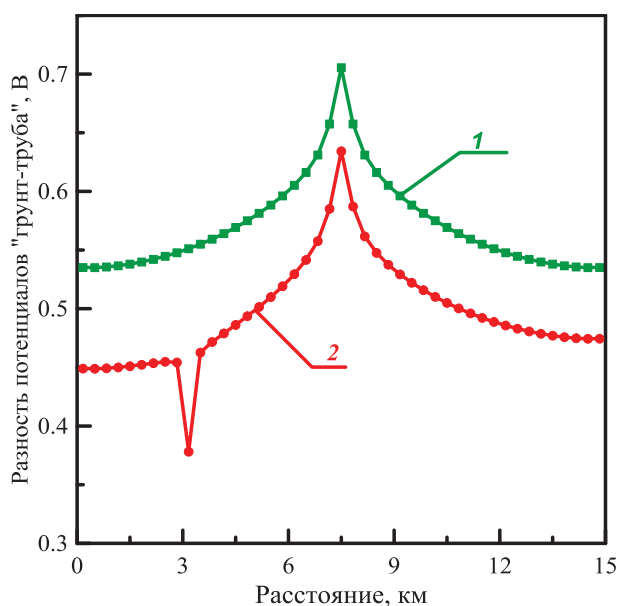


Рис. 1. Полученное распределение защитного потенциала (1 – на 1 этапе, 2 – на 3 этапе)

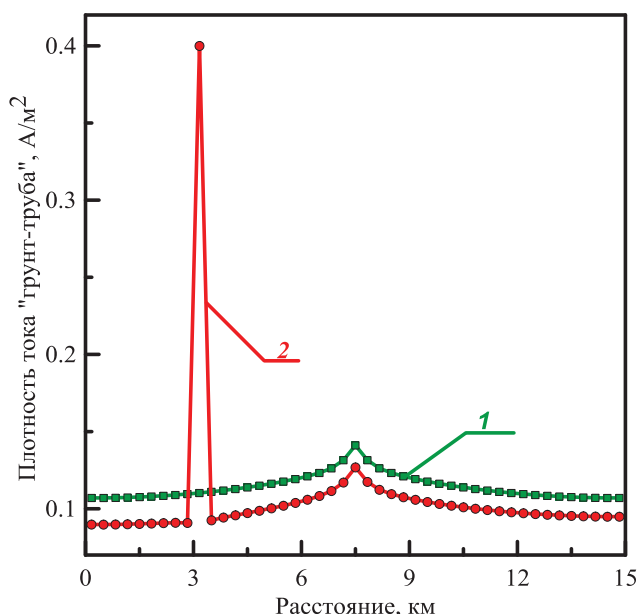


Рис. 2. Полученное распределение плотности тока (1 – на 1 этапе, 2 – на 3 этапе)

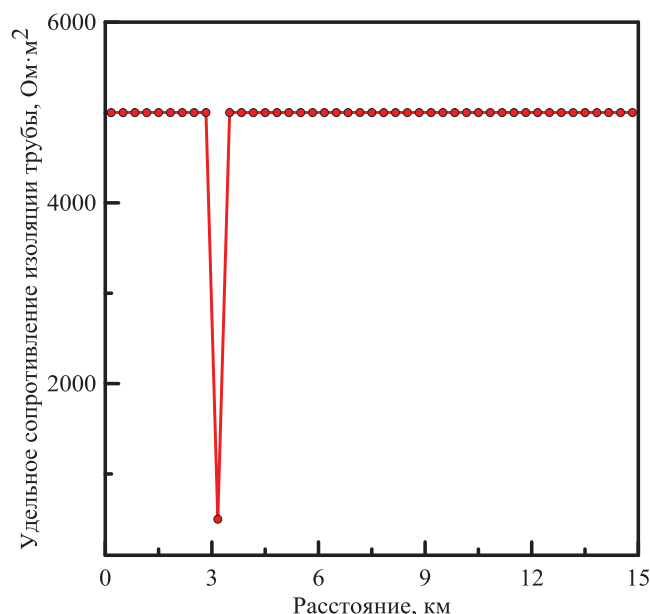


Рис. 3. Полученное распределение удельного сопротивления изоляции трубы (на 4 этапе)

Распределение основных расчетных величин, полученное при исследовании модельной задачи, приведено на рис. 1-3. Результаты расчетов показывают, что величина защитного потенциала на границе «грунт-труба» в точке «повреждения» изоляции трубы уменьшается, при этом изменяется и общая картина распределения защитного потенциала (рис. 1). Для величины плотности тока в точке «повреждения» изоляции наблюдается существенное увеличение, на остальных участках наоборот, имеет место уменьшение (рис. 2). Полученные на четвертом этапе исследования модельной задачи результаты совпадают с исходными данными третьего этапа (рис. 3).

Заключение

В работе на основе метода фиктивных источников построена математическая модель, позволяющая исследовать параметры электрохимической системы катодной защиты подземного трубопровода, в частности определять на основе известных значений разности потенциалов на границе «грунт-труба» значения удельного сопротивления изоляции трубы. На основе предложенной модели разработана программа на языке C++ для компилятора GNU GCC в интегрированной среде разработки Code::Blocks и проведены вычислительные эксперименты. Полученные результаты позволяют сделать выводы о возможности применения данного подхода для решения практических задач, связанных с интерпретацией данных контрольных измерений для систем катодной защиты подземных трубопроводов.

Список используемых источников

1. Глазов, Н.П. Подземная коррозия трубопроводов, ее прогнозирование и диагностика / Н.П. Глазов. – М.: Газпром, 1994. – 92 с.

2. Ткаченко, В.Н. Анализ поля токов катодной защиты трубопроводной сети / В.Н. Ткаченко. // Защита металлов. – 2006 – Т.42. – №5. – С. 132-135.
3. Ильин, В.П. Численные методы решения задач электрофизики / В.П. Ильин. – М.: Наука, 1985. – 336 с.
4. Болотнов, А.М. Математическое моделирование и численное исследование электрических полей в системах с протяженными электродами / А.М. Болотнов, Н.П. Глазов, В.Д. Киселев, Ф.З. Хисаметдинов // Вестник Башкирского университета. – 2006. – № 2. – С. 17-21.
5. Болотнов, А.М. Математическая модель и алгоритм расчета электрического поля катодной защиты трубопровода протяженными анодами / А.М. Болотнов, Н.Н. Глазов, Н.П. Глазов, К.Л. Шамшетдинов, В.Д. Киселев // Физикохимия поверхности и защита материалов. – 2008. – Т. 44. – № 4. – С. 438-441.
6. Болотнов, А.М. Компьютерное моделирование электрических полей в системах катодной защиты трубопроводов / А.М. Болотнов, С.Р. Гарифуллина, Н.Н. Глазов, Н.П. Глазов, М.А. Башаев // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2009. – №5. – С. 27-32.
7. Шимони, К. Теоретическая электротехника / К. Шимони – М.: Мир, 1964. – 773 с.
8. Болотнов, А.М. Математическое моделирование тепловых и электрических полей в цилиндрических областях / А.М. Болотнов, М.М. Махмутов, Ф.З. Хисаметдинов // Вестник Башкирского университета. – 2005. – Т.10. – № 3. – С. 18-22.
9. Махмутов, М.М. Совместное математическое моделирование физических полей в электролитах / М.М. Махмутов, Ф.З. Хисаметдинов, Я.Я. Мансуров // Мат. моделирование и краевые задачи: Тр. Второй Всерос. научн. конф. – Самара: СамГТУ. – 2005. – С. 173-176.
10. Махмутов, М.М. Расчет параметров электрического поля на поверхности цилиндрического электрода в неоднородной среде [Текст] / М.М. Махмутов, Ф.З. Хисаметдинов, Я.Я. Мансуров // Сб. тр. регион. науч.-техн. конф. – Магнитогорск: МаГТУ, 2004. – С. 182-185.
11. Кухта, Ю.Б. Описание сложных технологических процессов с использованием аппарата прикладной математики и средств вычислительной техники / Кухта Ю.Б., Ильина Е.А. // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2011. – №1-2. – С. 142-147.
12. Zamani, N.G. Numerical simulation of electrodeposition problems / N.G. Zamani, J.M. Chuang, C.C. Hsiung // Int. J. Numer. Meth. Eng., – 1987. 24, № 8. P. 1479–1497.

Болотнов Анатолий Миронович – д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры информационных технологий ФГОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Уфа, Республика Башкортостан. E-mail: BolotnovAM@mail.ru.

Хисаметдинов Фиргат Зайнуллович – ст. преп. кафедры прикладной математики и информационных технологий Сибайского института (филиала) ФГОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Сибай, Республика Башкортостан. E-mail: KhisametdinovFZ@mail.ru.

Болотнов А.М., Хисаметдинов Ф.З. Компьютерное моделирование электрических полей катодной защиты подземных трубопроводов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2015. – №1. – С. 2-8.

Bolotnov, A.M. and Khisametdinov F.Z. (2015). Computer simulation of the electric fields in cathodic protection of underground pipelines. Software of systems in the industrial and social fields, 5 (1): 2-8.
