

Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего
профессионального образования
«Магнитогорский государственный
технический университет
им. Г.И. Носова»

ISSN 2306-2053

№ 1

Nosov Magnitogorsk
State Technical
University

*Математическое и программное
обеспечение систем
в промышленной и социальной
сферах*

Software of systems in the
industrial and social fields

2013

**Редакционный совет журнала
«Математическое и программное обеспечение систем
в промышленной и социальной сферах»:**

Главный редактор

Вдовин К.Н.

Заместители главного редактора

Ячиков И.М.,
Логунова О.С.

Ответственный секретарь

Ильина Е.А.

Публикации журнала «Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах» охватывают следующие тематические рубрики:

Организация информационной деятельности
Технические средства обеспечения информационных процессов
Обыкновенные дифференциальные уравнения
Дифференциальные уравнения с частными производными
Математические модели естественных наук и технических наук.
Уравнения математической физики
Теория систем автоматического управления
Теория моделирования
Теория информации
Искусственный интеллект
Системный анализ
Общие вопросы автоматики и вычислительной техники
Теория автоматического управления
Теоретические основы программирования
Теоретические основы вычислительной техники
Вычислительные центры (ВЦ)
Вычислительные сети
Программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и сетей
Системы автоматического управления, регулирования и контроля
Автоматизированные системы управления технологическими процессами
Автоматизированные системы организационного управления
Автоматизация проектирования
Автоматизация научных исследований

Адрес редакции: 455000, г. Магнитогорск,
пр. Ленина, д.38,
ФГБОУ ВПО «МГТУ»
Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та
им. Г.И. Носова
E-mail: vtp.magtu@gmail.com

Журнал подготовлен к печати Издательским
центром МГТУ им. Г.И. Носова.
Отпечатан на полиграфическом участке
МГТУ.
Подписано к печати 30.12.2013.
Заказ 726. Тираж 100 экз.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИСТЕМ В ПРОМЫШЛЕННОЙ И СОЦИАЛЬНОЙ СФЕРАХ

2013

№1

ISSN 2306-2053

Учредитель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Основной целью издания журнала является создание условий для реализации способностей и таланта каждой личности, независимо от страны проживания, повышение престижа научной деятельности, акцентирование внимания общественности на научном потенциале России и международном сотрудничестве в области науки.

Журнал включен в наукометрическую систему РИНЦ.

Редакционная коллегия журнала:

Дмитриенко Валерий Дмитриевич – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры вычислительной техники и программирования, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, **Украина**;

Каландаров Палван Искандарович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры автоматизации производственных процессов, Ташкентский государственный технический университет, **Узбекистан**;

Alexsander Schwarzkopf – Dr. Sc. Science, RDIIndustriemessgeraeteGmbH, **Германия**;

Boris Levin – Dr. Sc. Science, School of Computer Science, The Academic College of Tel-Aviv-Yaffo, Jaffa, **Израиль**;

Макарычев Петр Петрович – д-р техн. наук, профессор, Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации, заведующий кафедрой математического обеспечения и применения ЭВМ, ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет», г. Пенза, **Россия**;

Спирин Николай Александрович – д-р техн. наук, профессор, Заслуженный работник высшей школы Российской Федерации, заведующий кафедрой теплофизики и информатики в металлургии, ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург, **Россия**;

Юмагулов Марат Гаязович – д-р ф-м. наук, профессор, Заслуженный деятель науки Республики Башкортостан, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений, ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», г. Уфа, **Россия**;

Панферов Владимир Иванович – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции, ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет), г. Челябинск, **Россия**;

Сердюк Анатолий Иванович – д-р техн. наук, профессор, Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации, директор аэрокосмического института, ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет», г. Оренбург, **Россия**.

SOFTWARE OF SYSTEMS

IN THE INDUSTRIAL AND SOCIAL FIELDS

2013

№1

ISSN 2306-2053

Nosov Magnitogorsk State Technical University

The main purpose of the publication is to create conditions for the realization of abilities and talents of each individual, regardless of their country of residence, to increase the prestige of scientific activity, the focus of the public on the scientific potential of Russia and international cooperation in the field of science.

The Journal is included in scientometric RISC system.

Editorial Board:

Dmitrienko V.D. – Dr. Sc. Sciences, Professor of Computer Science and Programming, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkov, **Ukraine**;

Qalandars P.I. – Dr. Sc. Sciences, Professor, Department of Automation of production processes, Tashkent State Technical University, **Uzbekistan**;

A. Schwarzkopf – Dr. Sc. Science, RDI Industriemessgeraete GmbH, **Germany**;

B. Levin – Dr. Sc. Science, School of Computer Science, The Academic College of Tel-Aviv-Yaffo, Jaffa, **Israel**;

Makarychev P.P. – Dr. Sc. Sciences, Professor, Honored Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, Head of the Department of the software and the use of computers, Penza State University, Penza, **Russia**;

Spirin N.A. – Dr. Sc. Sciences, Professor, Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, Head of the Department of Thermal physics and computer science in metallurgy, Ural Federal University named after the first President of Russia BN Yeltsin, Ekaterinburg, **Russia**;

Yumagulov M.G. – Dr f-m. Sciences, Professor, Honored Scientist of the Republic of Bashkortostan, Chair of Differential Equations, Bashkir State University, Ufa, **Russia**;

Panferov V.I. – Dr. Sc. Sciences, Professor, Head of heat and ventilation, South-Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, **Russia**;

Serduk A.I. – Dr. Sc. Sciences, Professor, Honored Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, Director of the Institute of Aerospace, Orenburg State University, Orenburg, **Russia**.

Содержание

Математическое моделирование и алгоритмы	6
Адаптивная идентификация математической модели теплового режима зданий <i>Панферов С.В., Панферов В.И.</i>	6
К вопросу о математической модели восстановления гладких потенциалов в обратной задаче Дирихле для n-мерного случая <i>Смирнова Л.В.</i>	11
Моделирование характеристик частотно-регулируемого электропривода с синус-фильтром <i>Пустоветов М.Ю.</i>	18
Алгоритмы приближенного исследования задач о синхронизации периодических колебаний нелинейных динамических систем <i>Юмагулов М.Г., Суюндукова Э.С.</i>	26
Статистические исследования формирования закалочных структур в низкоуглеродистой легированной стали марки Св-08Г2С <i>Сычков А.Б., Шекшеев М.А., Зайцев Г.С., Малашкин С.О.</i>	33
Математическая модель теплообмена и приближённые методы решения уравнения переноса излучения в ванне плавильной печи <i>Бурлаков А.А., Сабиров Е.Р., Кадникова Д.В., Швыдкий В.С.</i>	41
Моделирование поведения магнитного поля и положения тела во взвешенном состоянии в высокочастотном индукторе с обратным витком <i>Ячиков И.М., Вдовин К.Н., Шмелев М.О.</i>	47
Адаптивная модель для задач упорядоченного разбиения с ограничениями <i>Файнштейн С.И.</i>	53
Системный анализ, проектирование и разработка программного обеспечения....	57
Feedback Loops in Software Development <i>Levin S., Levin B.</i>	57
Вопросы проектирование емкостных первичных измерительных преобразователей влажности <i>Каландаров П.И., Машарипов Ш.М., Искандаров Б.П., Хаитов Б.М.</i>	62
Использование метода циклограмм в предпроектных исследованиях гибких производственных систем <i>Сердюк А.И., Рахматуллин Р.Р., Кузнецова Е.В.</i>	68
Выбор рациональной схемы расстановки форсунок в зоне вторичного охлаждения МНЛЗ <i>Тутарова В.Д., Сафонов Д.С.</i>	76
Технология клиент-серверного взаимодействия модуля импорта файлов дидактических материалов с LMS Moodle <i>Афанасьев А.В., Ильина Е.А.</i>	82

Contents

Mathematical modeling and algorithms.....	6
Adaptive identification of mathematical models thermal buildings <i>Panferov S.V., Panferov V.I.</i>	6
To a question on mathematical model recovery smooth potential in reverse Dirichlet problem for N-dimensional case11 <i>Smirnova L.V.</i>	11
Modeling the characteristics of VVVF-drive with a sine-wave filter <i>Pustovetov M. Yu.</i>	18
Algorithms of approximate study problems of synchronization periodic oscillations of nonlinear dynamical systems <i>Yumagulov M.G., Suyundukova E.S.</i>	26
Statistical studies of the formation of hardening structures low-carbon alloy steel Sv-08G2S <i>Sychkov A.B., Sheksheev M.A., Zaitsev G.S., Malashkin S.O.</i>	33
The mathematical model of heat transfer and approximation technique of solution of radiative transfer equation in a hearth of a smelter <i>Burlakov A.A., Sabirov E.R., Kadnikova D.V., Shwidkiy V.S.</i>	41
Modeling of behavior of a magnetic field and position of a body in a suspension in the high- frequency inductor with the return round <i>Vdovin K.N., Yachikov I.M., Shmelev M.O.</i>	48
An adaptive model for ordered partition with restrictions problems <i>Fainshtein S.I.</i>	53
Systems analysis, design and software development	57
Feedback Loops in Software Development <i>Levin S., Levin B.</i>	57
Design considerations of capacitive transducers humidity <i>Qalandarov P.I., Masharipov S.H., Iskandarov B.P., Xaitov B.M.</i>	63
The use of sequence diagrams in the pre- study flexible manufacturing systems <i>Serdjuk A.I., Rahmatullin R.R., Kuznetsova E.V.</i>	68
A rational scheme of nozzles placement in the secondary cooling zone of continuous casting machine <i>Tutarova V.D., Safonov D.S.</i>	76
Client-server communication technology with software module to import files of didactic materials in LMS Moodle <i>Afanasev A.V., Ilina E.A.</i>	82

От редакции



Ячиков
Игорь Михайлович



Вдовин
Константин Николаевич



Логунова
Оксана Сергеевна

Уважаемые коллеги!

Редакционная коллегия рада приветствовать Вас на страницах третьего выпуска журнала «Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах».

Журнал является логическим продолжением работы заведующего кафедрой вычислительной техники и прикладной математики, доктора технических наук, профессора Девятова Диляура Хасановича, по инициативе которого в 2003 и 2004 годах был подготовлен и издан первый сборник трудов «Новые программные средства для предприятий Урала», а затем 2005 и 2007 годах – «Создание и внедрение корпоративных информационных систем (КИС) на промышленных предприятиях Российской Федерации»; в 2006 – «Разработка новых программных средств для предприятий Урала», в 2011 – «Математическое и программное обеспечение в промышленной и социальной сферах».

Статический анализ поступивших материалов продемонстрировал, что предлагаемая тематика вызвала большой интерес различных групп научных сотрудников практически на всей территории России и за ее пределами. Опыт подготовки сборников показал их востребованность в научном общении и обмене опытом по тематическим рубрикам журнала. В текущем номере журнала представлены статьи по двум основным разделам:

- моделирование процессов и алгоритмы;
- системный анализ, проектирование и разработка программного обеспечения.

Творческое сотрудничество в составе научных коллективов позволяет изменить традиционные подходы к решению задач, принятых в рассматриваемой области, и создать новые технологии, методы и методики для их реализации.

Научные редакторы отмечают широкую территориальную распределенность авторов журнала. Особую благодарность мы выносим зарубежным участникам проекта, проявившим высокую активность в подготовке и редактировании журнала: д.т.н. П.И. Каландарову, С.Ю. Леонову, В.Д. Дмитриенко и др. Привлечение зарубежных специалистов в области моделирования сложных систем и разработки программного обеспечения позволяет развивать работы в новых перспективных направлениях.

В текущем номере журнала представлено 13 работ из 8 городов России и зарубежья. Общее количество авторов составило 31 человек.

Мы надеемся на дальнейшее плодотворное сотрудничество со всеми членами редакционной коллегии и авторами. Приглашаем к участию в следующем выпуске журнала.

Благодарим всех принявших участие в подготовке сборника.

Желаем эффективной работы и достижения новых творческих успехов!

Вдовин К.Н., Логунова О.С., Ячиков И.М.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АЛГОРИТМЫ

MATHEMATICAL MODELING AND ALGORITHMS

УДК 681.52.01

АДАПТИВНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ЗДАНИЙ

Панферов С.В., Панферов В.И.

Аннотация. Рассматривается адаптивный алгоритм идентификации параметров математической модели теплового режима отапливаемых зданий. Используются процедуры фильтрации и помехоустойчивого дифференцирования сигналов температуры внутреннего и наружного воздуха. Приведены результаты апробации алгоритма идентификации.

Ключевые слова: алгоритм идентификации, математическая модель, тепловой режим зданий, фильтрация, помехоустойчивое дифференцирование информационных сигналов.

ADAPTIVE IDENTIFICATION OF MATHEMATICAL MODELS THERMAL BUILDINGS

Panferov S.V., Panferov V.I.

Abstract. We consider an adaptive algorithm for parameter identification of a mathematical model of the thermal regime of heated buildings. Filtration procedure used and the temperature noiseimmune signal differentiation of internal and external air. The results of testing the identification algorithm is given.

Keywords: identification algorithm, a mathematical model, the thermal regime of the buildings, filtering, noise immune differentiation of information signals.

Введение

В нашей стране на теплоснабжение зданий расходуется более одной третьей всего добываемого топлива, причем основными при этом являются затраты на отопление. В связи с этим даже относительно небольшой успех в решении проблемы энергосбережения при отоплении зданий, в силу масштабности энергозатрат, приводит к ощутимым эффектам в абсолютном выражении. Известно, что наибольшая экономия тепловой энергии в системах теплоснабжения достигается за счет их автоматизации. Поэтому исследование проблем, связанных с автоматизацией систем отопления и их совершенствованием, является вполне актуальным. При этом следует иметь в виду, что первоочередной задачей, которую необходимо решать при разработке высококачественных систем управления, является создание соответствующего математического и программного обеспечения, в частности, динамической математической модели температурного режима зданий и алгоритмов ее параметрической идентификации. Объясняется это тем, что как сама структура системы управления, так и параметры ее настройки определяются, прежде всего, свойствами и характеристиками объекта управления, которые, в частности, и представляются математической моделью. Вместе с тем, свойства и характеристики заметно изменяются, например, из-за старения здания, при накоплении влаги в ограждающих конструкциях и т.п. Поэтому вполне понятно, что необходимо своевременно отслеживать изменение этих характеристик, т.е. решать задачу идентификации математической модели, причем лучше всего это делать с помощью адаптивного алгоритма, отличающегося достаточной оперативностью.

Задача параметрической идентификации математической модели

Известно [1, 2 и др.], что тепловой режим зданий удовлетворительно может быть описан следующим дифференциальным уравнением

$$T_B \frac{dt_B(\tau)}{d\tau} + t_B(\tau) = T_H \frac{dt_H(\tau)}{d\tau} + t_H(\tau) + k_{II} W_{CO}(\tau), \quad (1)$$

где $t_B(\tau)$, $t_H(\tau)$ – соответственно температура внутреннего и наружного воздуха; T_B, T_H – соответственно постоянные времени для внутреннего и наружного воздуха; $W_{CO}(\tau)$ – мощ-

ность системы отопления; τ – время, k_{II} – коэффициент передачи, причем $k_{II} = 1/(q_V V)$. Здесь q_V – удельная тепловая характеристика здания; V – его объем.

Адекватность данной математической модели достаточно скрупулезно установлена в работах [1, 2 и др.], вместе с тем, представляет интерес разработка и других (не только представленных в [1, 2]) вариантов процедуры параметрической идентификации модели. Здесь могут быть найдены некоторые предпочтительные для различных условий решения. В частности, как это уже отмечалось, интересны адаптивные алгоритмы параметрической идентификации, так как они позволяют оперативно отслеживать изменение характеристик объекта. Кроме того, из соотношения $k_{II} = 1/(q_V V)$ следует, что, сконструировав адаптивный алгоритм оценки коэффициента передачи k_{II} , мы тем самым решим и проблему определения и удельной тепловой характеристики q_V , являющейся важнейшим интегральным показателем качества теплозащитных свойств зданий, указываемым в их энергетическом паспорте. Поэтому рассмотрим адаптивный алгоритм оценки всех параметров модели (1), в том числе и параметра k_{II} .

Задача адаптивной идентификации формулируется следующим образом. Пусть известны оценки параметров в i -тый момент времени – T_{Bi}, T_{Hi}, k_{IIi} , пусть, кроме того, для $(i+1)$ -го момента времени получена новая информация с объекта управления – $\frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau}$, $t_B(\tau_{i+1})$, $\frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau}$, $t_H(\tau_{i+1})$, $W_{CO}(\tau_{i+1})$. Ставится вопрос: как, зная оценки параметров для i -го момента времени, по новой информации с объекта управления найти новые улучшенные оценки этих же параметров – $T_{B(i+1)}, T_{H(i+1)}, k_{II(i+1)}$? При этом, понятно, что критерий идентификации должен иметь следующий вид:

$$I_{(i+1)} = [T_{Bi} \frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau} + t_B(\tau_{i+1}) - T_{Hi} \frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau} - t_H(\tau_{i+1}) - k_{IIi} W_{CO}(\tau_{i+1})]^2. \quad (2)$$

Алгоритм решения задачи

Решая задачу методом наискорейшего спуска, найдем, что

$$T_{B(i+1)} = T_{Bi} - 2h \cdot [\cdot] \frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau}, T_{H(i+1)} = T_{Hi} + 2h \cdot [\cdot] \frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau}, k_{II(i+1)} = k_{IIi} + 2h \cdot [\cdot] W_{CO}(\tau_{i+1}), \quad (3)$$

где под $[\cdot]$ понимаются квадратные скобки из (2) со всем своим содержимым, а шаг h определяется из условия достижения минимума критерия (2) при движении в антиградиентном направлении:

$$h = \frac{1}{2 \left\{ \left[\frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau} \right]^2 + \left[\frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau} \right]^2 + [W_{CO}(\tau_{i+1})]^2 \right\}}. \quad (4)$$

Соотношения (3) и (4) содержат производные сигналов температуры внутреннего и наружного воздуха по времени, как известно, проблема помехоустойчивого дифференцирования сигналов не является простой, здесь, очевидно, необходима определенная проработка конкретного способа реализации процедуры дифференцирования.

Конечно, можно применить самый распространенный и один из самых простых способов уменьшения влияния помех при дифференцировании – использование низкочастотный фильтр в виде инерционного звена первого порядка. Однако, предпочтительнее использовать алгоритм, приведенный практически без пояснений в [3]. По нашему мнению, обоснованность данного алгоритма следующая.

Пусть средняя величина сигнала в $(i+1)$ -тый момент времени определена по четырем точкам, т.е.

$$\bar{x} = (x_{i+1} + x_i + x_{i-1} + x_{i-2})/4, \quad (5)$$

Отнесем $\bar{x}$ к середине временного интервала, на котором располагаются рассматриваемые точки, т.е. картина расположения точек будет такой, как это представлено на рис. 1.

Очевидно, что в этом случае можно пользоваться следующими четырьмя оценками производной:

$$\frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} \approx \frac{x_{i+1} - \bar{x}}{1,5\Delta\tau}, \quad \frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} \approx \frac{x_i - \bar{x}}{0,5\Delta\tau}, \quad \frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} \approx \frac{\bar{x} - x_{i-1}}{0,5\Delta\tau}, \quad \frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} \approx \frac{\bar{x} - x_{i-2}}{1,5\Delta\tau}. \quad (6)$$

Здесь $\Delta\tau$ – промежуток времени между моментами считывания сигналов $\Delta\tau = \tau_{i+1} - \tau_i$, $i=0,1,2$.

Понятно, что лучшей оценкой будет среднее арифметическое найденных величин, т.е.

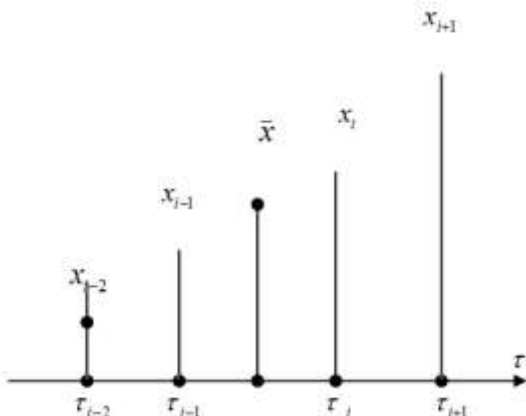
$$\begin{aligned} \frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} &= \left[\frac{x_{i+1} - \bar{x}}{1,5\Delta\tau} + \frac{x_i - \bar{x}}{0,5\Delta\tau} + \frac{\bar{x} - x_{i-1}}{0,5\Delta\tau} + \frac{\bar{x} - x_{i-2}}{1,5\Delta\tau} \right] / 4 = \\ &= \frac{1}{\Delta\tau} \left[\frac{2}{3}(x_{i+1} - \bar{x}) + 2(x_i - \bar{x}) + 2(\bar{x} - x_{i-1}) + \frac{2}{3}(\bar{x} - x_{i-2}) \right] / 4 = \\ &= \frac{1}{\Delta\tau} \left[\frac{1}{6}(x_{i+1} - \bar{x}) + \frac{1}{2}(x_i - \bar{x}) + \frac{1}{2}(\bar{x} - x_{i-1}) + \frac{1}{6}(\bar{x} - x_{i-2}) \right] = \\ &= \frac{1}{6\Delta\tau} [(x_{i+1} - \bar{x}) + 3(x_i - \bar{x}) + 3(\bar{x} - x_{i-1}) + (\bar{x} - x_{i-2})] = \frac{1}{6\Delta\tau} [x_{i+1} + 3x_i - 3x_{i-1} - x_{i-2}]. \end{aligned} \quad (7)$$

Данная формула для вычисления производных приводится в [3, с. 161].

Апробация алгоритма

Апробация алгоритма проводилась следующим образом. Для конкретного здания с конкретной системой отопления отыскивалось решение дифференциального уравнения (1) для некоторой заданной функции $t_H(\tau)$. Далее на полученное решение накладывалась помеха, генерируемая с помощью датчика случайных чисел. Затем этот зашумленный сигнал $t_B(\tau)$ использовался для отработки приведенного адаптивного алгоритма идентификации параметров, при этом исходные численные значения идентифицируемых параметров задавались существенно отличными от тех их значений, которые содержались в решении дифференциального уравнения (1). Производные $\frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau}$, $\frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau}$ вычислялись по формуле (12). Анализ полученных результатов показал следующее. Алгоритм идентификации в виде соотношений (3) – (6) удовлетворительно отслеживает изменение численного значения параметра k_H , численные значения постоянных времени T_B, T_H восстанавливаются значительно хуже. Вероятнее всего, причиной этого является то, что скорость восстановления различных параметров (величина коррекции параметров за один шаг), заложенная в соотношениях (3) – (6), совсем разная: для T_B, T_H она прямо пропорциональна $2h \cdot [\cdot] \frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau}$ и $2h \cdot [\cdot] \frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau}$, а для k_H величине

Рис.1. Расположение точек, используемых при дифференцировании



венно отличными от тех их значений, которые содержались в решении дифференциального уравнения (1). Производные $\frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau}$, $\frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau}$ вычислялись по формуле (12). Анализ полученных результатов показал следующее. Алгоритм идентификации в виде соотношений (3) – (6) удовлетворительно отслеживает изменение численного значения параметра k_H , численные значения постоянных времени T_B, T_H восстанавливаются значительно хуже. Вероятнее всего, причиной этого является то, что скорость восстановления различных параметров (величина коррекции параметров за один шаг), заложенная в соотношениях (3) – (6), совсем разная: для T_B, T_H она прямо пропорциональна $2h \cdot [\cdot] \frac{dt_B(\tau_{i+1})}{d\tau}$ и $2h \cdot [\cdot] \frac{dt_H(\tau_{i+1})}{d\tau}$, а для k_H величине

$2h \cdot [\cdot] W_{CO}(\tau_{i+1})$. Очевидно, что $W_{CO} \gg \frac{dt_B}{d\tau}, \frac{dt_H}{d\tau}$. Поэтому и имеет место данный факт. Вместе с тем, необходимо иметь в виду, что для реализации концепции построения адаптивной системы необходимо оперативно отслеживать только численное значение параметра k_H , что позволит корректировать величину удельной тепловой характеристики здания q_V . Для примера

на рис.2 приведены кривые, иллюстрирующие процедуру отслеживания параметра k_{II} как при отсутствии, так и при наличии помех в исходных данных. При этом истинное значение коэффициента передачи k_{II} , содержащееся неявно в решении дифференциального уравнения (1), составляло $3,103 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Вт}$. Начальные значения параметра k_{II} , как это видно из рис.2, составляли $2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Вт}$ и $4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Вт}$, причем начальное значение $k_{II} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Вт}$ исправлялось как по данным без помех, так и по данным с помехами.

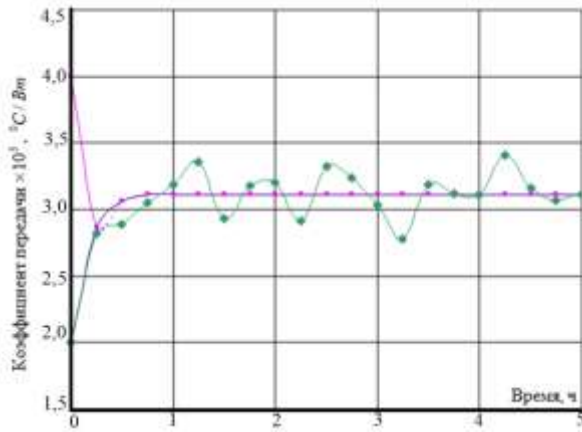


Рис. 2. Отслеживание численного значения параметра k_{II}

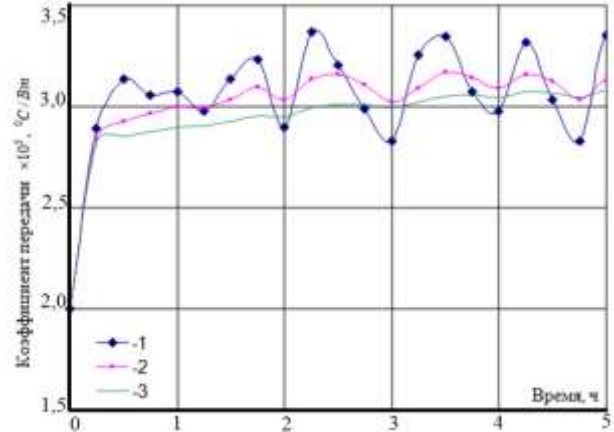


Рис. 3. Отслеживание численного значения параметра k_{II}

Как видно из рис. 2, коэффициент передачи k_{II} исправляется с помощью адаптивного алгоритма в целом достаточно быстро, только при наличии помех в экспериментальных данных наблюдается некоторое колебание его текущего значения вблизи истинного значения $k_{II} = 3,103 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Вт}$.

Если считать допустимым отклонение температуры внутреннего воздуха от своего заданного значения в $0,5 \text{ } ^\circ\text{C}$, то погрешность определения параметра k_{II} не должна превышать при мощности системы отопления $W_{CO} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ Вт}$ значения $0,0287 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Вт}$, если же допустимо отклонение в $1 \text{ } ^\circ\text{C}$, то погрешность оценки параметра k_{II} может быть увеличена до $0,0574 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Вт}$. Конечно, все это еще зависит и от уровня помех, действующих на объекте. Поэтому для большей точности оценки параметра k_{II} в схему обработки экспериментальных данных помимо помехоустойчивого алгоритма дифференцирования (7) включили еще и предварительный алгоритм фильтрации сигнала о температуре внутреннего воздуха.

Задача фильтрации сводилась к следующей задаче оптимизации:

$$\psi_1(x_i - x_i^\phi)^2 + \psi_2(x_i^\phi - x_{i-1}^\phi)^2 \rightarrow \min_{x_i^\phi}, \quad (8)$$

где x_i – фактическое значение сигнала в i -тый момент (отсчет); x_i^ϕ – оценка полезного сигнала для i -того момента времени; ψ_1 и ψ_2 – весовые коэффициенты.

Решая данную задачу оптимизации, нашли, что оптимальная оценка полезного сигнала должна определяться по следующей формуле:

$$x_i^\phi = \frac{\psi_1 x_i + \psi_2 x_{i-1}^\phi}{\psi_1 + \psi_2}. \quad (14)$$

Удобно данное соотношение записать в следующем виде:

$$x_i^\phi = x_{i-1}^\phi + \frac{\psi_1}{\psi_1 + \psi_2} (x_i - x_{i-1}^\phi). \quad (15)$$

Данный алгоритм позволяет отслеживать изменение полезного сигнала во времени. Как видно из последнего уравнения, если сигнал не изменился за промежуток времени между i -тым и $(i-1)$ -ым моментами, то оценки x_i^ϕ и x_{i-1}^ϕ будут совпадать.

В условиях действия случайных помех, как известно [4], численные значения весовых коэффициентов ψ_1 и ψ_2 следует выбирать так, чтобы $\psi_1 < \psi_2$, так как при наличии помех невязка $x_i - x_i^\phi$ обуславливается в основном помехами, накладываемыми на результаты измерения. Таким образом, необходимо достаточно осторожно относиться к новой информации x_i , больший вес следует придавать прежней информации x_{i-1}^ϕ , конкретные значения ψ_1 и ψ_2 , естественно, должны учитывать реальную статистическую ситуацию на объекте. Опыт применения данного алгоритма показал его пригодность для фильтрации сигналов. Для примера на рис. 3 приведены кривые, иллюстрирующие работу алгоритма: кривая 1 – это оценка параметра k_{II} при отключенном алгоритме фильтрации (15), кривые 2 и 3 – оценки, найденные по формуле (5) с включенным алгоритмом фильтрации соответственно для $\psi_1 = 0,3; \psi_2 = 0,7$ и для $\psi_1 = 0,1; \psi_2 = 0,9$. Кривую 1 можно рассматривать как оценку, найденную для $\psi_2 = 0$.

Как видно из рис. 3, алгоритм (10) обладает заметными фильтрующими свойствами, по временному признаку его следует отнести к алгоритму запаздывающего оценивания [5], что вполне объяснимо, поскольку алгоритм по характеристикам близок к инерционному звену первого порядка (экспоненциальному сглаживанию первого порядка) [5, 6]. При этом, как и следовало ожидать, уменьшение ψ_1 и увеличение ψ_2 приводит к усилению как фильтрующих, так и запаздывающих свойств алгоритма. Отклонение получаемых оценок от истинного значения k_{II} заметно уменьшается. В наших расчетах это отклонение всегда удавалось за счет настроек алгоритма фильтрации (за счет выбора ψ_1 и ψ_2) довести до допустимого значения. Таким образом, дополнительное использование алгоритма фильтрации позволяет получить вполне работоспособную процедуру оценивания коэффициента передачи, а равно и удельной тепловой характеристики зданий.

Выводы

Разработан адаптивный алгоритм параметрической идентификации математической модели теплового режима отапливаемых зданий. Настроенная на «реальный процесс» математическая модель может быть использована как для исследования особенностей теплового режима, так и для разработки высококачественных управляющих устройств, в частности, для настройки погодного регулятора в системах отопления [7]. Кроме того, найденное по экспериментальным данным значение удельной тепловой характеристики позволит оценить реальные теплозащитные свойства здания, что имеет весьма важное значение при оценке энергетической эффективности здания и разработке энергосберегающих мероприятий.

Список используемых источников

1. Панферов, В.И. Моделирование и управление тепловым режимом зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Материалы Междунар. научно-практич. конф. «Теоретические основы теплогазоснабжения и вентиляции» – М.: МГСУ, 2005. – С. 94 – 98.
2. Панферов, В.И. Идентификация и управление тепловым режимом зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Вестник ГОУ ВПО УГТУ-УПИ «Строительство и образование». – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. – № 14(66). – С. 351 – 353.
3. Медведев, Р.Б. АСУ ТП в металлургии / Р.Б. Медведев, Ю.Д. Бондарь, В.Д. Романенко – М.: Металлургия, 1987. – 255 с.
4. Растринин, Л.А. Современные принципы управления сложными объектами / Л.А. Растринин – М.: Сов. радио, 1980. – 232 с.
5. Авдеев, В.П. Фильтрация сигналов при наличии их частичных моделей / В.П. Авдеев, А.А. Ершов, Л.П. Мышляев // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1982. – № 4. – С. 121 – 126.
6. Теория автоматического управления. Теория линейных систем автоматического управления / под ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. школа, 1977. – Ч.1. – 304 с.
7. Панферов, В.И. Адаптация погодного графика регулирования отопления / В.И. Панферов, С.В. Панферов // Вестник МГСУ. – М.: МГСУ, 2011. – № 7. – С. 257 – 261.

Панферов Сергей Владимирович, к.т.н., доцент кафедры «Теплогазоснабжение и вентиляция» Южно-Уральского государственного университета (ЮУрГУ). E-mail: tgsiv@mail.ru.

Панферов Владимир Иванович – д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Теплогазоснабжение и вентиляция» Южно-Уральского государственного университета (ЮУрГУ). E-mail: tgsiv@mail.ru.

Панферов С.В., Панферов В.И. Адаптивная идентификация математической модели теплового режима зданий // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 6-11.

Panferov S.V., Panferov V.I. Adaptive identification of mathematical models thermal buildings // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 6-11.

УДК 517.956.224; 517.982.26

К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГЛАДКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ N -МЕРНОГО СЛУЧАЯ

Смирнова Л.В.

Аннотация. В статье представлены свойства бесконечных подпоследовательностей собственных значений краевой задачи Дирихле, не влияющих на единственность восстановления потенциала в N -мерном случае. Полученные результаты могут быть использованы при решении обратных задач спектрального анализа, а также в разработке методик их численных решений.

Ключевые слова: обратная задача, математическая модель, задача Дирихле, восстановление потенциала, лакунарные последовательности.

TO A QUESTION ON MATHEMATICAL MODEL RECOVERY SMOOTH POTENTIAL IN REVERSE DIRICHLET PROBLEM FOR N -DIMENSIONAL CASE

Smirnova L.V.

Abstract. The article contains properties of the infinite subsequences of Dirichlet's boundary value problem's eigen values which have no affect on the uniqueness of the potential renewal. The results that we got can be used while doing inversing problems of spectrum analysis and also in elaboration of their numerical calculation.

Keywords: reverse Dirichlet problem, mathematical model, recovery potential, lacunary sequence.

В многомерной обратной задаче спектрального анализа больше вопросов, чем строго доказанных результатов. В работе Н. Isozaki [1] было сделано существенное продвижение в этой тематике: доказано, что в многомерной обратной задаче Борга-Левинсона

$$\begin{cases} -\Delta u + q(x)u = \lambda u, x \in \Omega, \\ u|_S = 0, \end{cases}$$

где Ω – ограниченная область в R^N , $N \geq 2$, с границей S класса C^∞ , а q – действительная функция из $C^2(\overline{\Omega})$, можно отбросить любое *конечное* число спектральных данных без ущерба в восстановлении потенциала. Автор статьи [1] существенно опирался на результаты, опубликованные в [2]. В статье показано, что можно опустить *бесконечное* число спектральных объектов, обладающих некоторыми свойствами, получены условия, налагаемые на бесконечное число точек спектра, не влияющих на восстановление потенциала.

Будем считать, что размерность N пространства R^N . Пусть Ω – ограниченная область в R^N , с границей S класса C^∞ . Рассмотрим краевую задачу Дирихле с действительной функцией $q \in C^\infty(\overline{\Omega})$ со спектральным параметром λ :

$$\begin{cases} -(\Delta u)(x) + q(x)u(x) = \lambda u(x), x \in \Omega, \\ u(x)|_S = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Решением задачи (1) является функция из $C^\infty(\overline{\Omega})$, удовлетворяющая (1) всюду на $\overline{\Omega}$. Решение данной задачи будем рассматривать в пространстве $L_2(\Omega)$ со скалярным произведением

$$(f, g) = \int_{\Omega} f(x) \overline{g(x)} dx.$$

Известно [3], что задача (1) имеет не более счетного числа собственных значений, каждое из которых действительно и имеет конечную кратность.

Пусть собственные значения $\mu_1, \mu_2, \dots$ задачи (1) занумерованы с учетом возрастания и $m_t = m_t(q)$ – кратность собственного значения $\mu_t(q)$. Через u_{jt} , $1 \leq j \leq m_t$, обозначим собственные ортонормированные функции, соответствующие μ_t . Эти наборы функций определяются неоднозначно. Полагаем

$$E_t(q) = \left\{ \left(\frac{\partial u_{1t}}{\partial \nu}(q), \frac{\partial u_{2t}}{\partial \nu}(q), \dots, \frac{\partial u_{m_t}}{\partial \nu}(q) \right) \right\}_S,$$

где ν – внешняя нормаль к поверхности S . Считаем две системы собственных функций

$$\{u_{1t}, u_{2t}, \dots, u_{m_t}\}, \{v_{1t}, v_{2t}, \dots, v_{m_t}\}$$

эквивалентными, если существует ортогональная матрица T , для которой

$$\left(\frac{\partial u_{1t}}{\partial \nu}, \dots, \frac{\partial u_{m_t}}{\partial \nu} \right) \Big|_S = \left(\frac{\partial v_{1t}}{\partial \nu}, \dots, \frac{\partial v_{m_t}}{\partial \nu} \right) \Big|_S \cdot T.$$

Полученные классы эквивалентности обозначим через W_t . В дальнейшем нами будет использована следующая лемма.

Лемма 1. Существует подпоследовательность $\{\mu_{t_k}\}_{k=1}^{\infty}$ собственных значений задачи (1), что для некоторого $C_1 = \text{const}$, $C_1 > 0$ выполняется неравенство:

$$[\mu_{t_k+1}]^2 - \mu_{t_k} \geq C_1 \cdot t_k, \text{ здесь } [x] - \text{целая часть числа } x.$$

Доказательство проведём от противного. Предположим, что такой подпоследовательности не существует. Это означает, что для любого $\varepsilon > 0$ существует номер T_0 такой, что при всех $k \geq T_0$ выполняется неравенство

$$[\mu_{k+1}]^2 - \mu_k < \varepsilon \cdot k.$$

Покажем, что $[\mu_s]^2 - \mu_s \geq 0$, начиная с некоторого s_0 .

Действительно, так как $\mu_s - 1 \leq [\mu_s] \leq \mu_s$, то

$$[\mu_s]^2 - \mu_s \geq \mu_s^2 - 3\mu_s + 1 > 0 \text{ при } \mu_s \in \left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right).$$

Но $\mu_s \rightarrow \infty$ при $s \rightarrow \infty$, поэтому вне этого интервала находится лишь конечное число собственных значений, и мы всегда можем выбрать такое s_0 , что для любого $s > s_0$ выполняется неравенство

$$[\mu_s]^2 - \mu_s \geq 0.$$

Пусть $T = \max\{T_0, s_0\}$. Тогда для любого натурального r справедливы неравенства:

$$[\mu_{T+1}]^2 - \mu_T < \varepsilon \cdot T,$$

$$[\mu_{T+2}]^2 - \mu_{T+1} < \varepsilon \cdot (T+1),$$

.....

$$[\mu_{T+r}]^2 - \mu_{T+r-1} < \varepsilon \cdot (T+r-1).$$

Сложив почленно эти неравенства, учитывая неравенство, доказанное выше, получаем:

$$\begin{aligned} [\mu_{T+r}]^2 - \mu_T &\leq [\mu_{T+1}]^2 - \mu_{T+1} + [\mu_{T+2}]^2 - \mu_{T+2} + \dots + \\ &+ [\mu_{T+r-1}]^2 - \mu_{T+r-1} + [\mu_{T+r}]^2 - \mu_T < \frac{\varepsilon r}{2} (2T + r - 1). \end{aligned}$$

Поэтому

$$[\mu_{T+r}]^2 < \mu_T + \frac{\varepsilon \cdot r}{2} (T + r) + \varepsilon \cdot r \frac{T-1}{2}.$$

Следовательно, для фиксированного T и любого $l > T$ имеем неравенство

$$[\mu_l]^2 < \mu_T + \frac{\varepsilon \cdot r}{2} l + \frac{\varepsilon \cdot r}{2} (T-1),$$

где $l = T + r$.

Так как $\mu_l < [\mu_l]^2$, то, усиливая данное неравенство, получим:

$$\mu_l < \mu_T + \frac{\varepsilon \cdot r}{2} l + \frac{\varepsilon \cdot r}{2} (T-1).$$

В силу произвольности ε имеем: $\mu_l \sim C_2 \cdot l$, $l \rightarrow \infty$.

Но при $N \geq 3$ это противоречит теореме Хёрмандера [4], из которой следует, что существует положительная постоянная C_3 такая, что справедливо асимптотическое представление собственных значений оператора $-\Delta + q$:

$$\mu_t = C_3 \cdot t^{\frac{2}{N}} + o\left(t^{\frac{1}{N} + \gamma}\right), t \rightarrow \infty,$$

где γ – любое положительное число, удовлетворяющее неравенству $\gamma < \frac{1}{N}$. Это противоречие доказывает истинность утверждения леммы.

Так как для любого фиксированного натурального l справедливо неравенство

$$[\mu_{t_k+l}]^2 - \mu_{t_k} \geq [\mu_{t_k+1}]^2 - \mu_{t_k},$$

то становится ясным следующее утверждение:

Следствие. Для любого натурального l существует подпоследовательность $\{\mu_{t_k}\}_{k=1}^{\infty}$ собственных значений задачи (1), что для некоторого $C_1 = \text{const}$, $C_1 > 0$ справедливо неравенство:

$$|[\mu_{t_k+l}]^2 - \mu_{t_k}| \geq C_1 \cdot t_k.$$

Пусть функция $V \in C^2(\overline{\Omega})$, рассматриваемая как элемент из $L_2(\overline{\Omega})$, является решением задачи Дирихле

$$\begin{cases} -(\Delta V)(x) + q(x)V(x) = \lambda V(x), x \in \Omega, \\ V(x)|_S = f, \end{cases}$$

где $f \in C^2(\overline{\Omega})$ рассматривается как элемент из $L_2(\overline{\Omega})$, а $\lambda \neq \mu_t(q)$, $t = 1, \infty$.

Введем оператор Неймана $N : L_2(\overline{\Omega}) \rightarrow L_2(S)$ с помощью равенства

$$N(\lambda, q)f = \frac{\partial V}{\partial \nu} \Big|_S.$$

Рассмотрим задачу (1) с потенциалами $q_1, q_2 \in C^2(\overline{\Omega})$.

Определим функции рассеяния

$$F(\lambda, \omega, \theta; q_j) = \int_S (N(\lambda, q_j) \varphi_{\lambda, \omega}(x) \overline{\varphi_{\lambda, -\theta}(x)}) dS_x,$$

где S_x – элемент площади поверхности,

$$\varphi_{\lambda, \omega}(x) = \exp(i\sqrt{\lambda} \cdot \omega \cdot x), \lambda \in C/(-\infty; 0), \omega, \theta \in S^{N-1}, \omega \cdot x = \sum_{r=1}^N \omega_r x_r, j = 1, 2.$$

В работе [1] показано, что

$$\begin{aligned} F(\lambda, \omega, \theta; q_j) &= -\frac{\lambda}{2} (\theta - \omega)^2 \int_{\Omega} \exp(-i\sqrt{\lambda}(\theta - \omega)x) dx + \int_{\Omega} \exp(-i\sqrt{\lambda}(\theta - \omega)x) q_j(x) dx - \\ &= \int_S (-\Delta_D + q_j - \lambda)^{-1} (q_j \varphi_{\lambda, \omega}(x) \cdot \overline{\varphi_{\lambda, -\theta}(x)}) dS_x. \end{aligned}$$

Пусть $\xi \in R^N$, $\xi \neq 0$ – произвольный фиксированный вектор. Выберем $\eta \in R^N$, $|\eta| = 1$, так, чтобы η был ортогонален ξ . Зададим для достаточно большого натурального параметра следующие последовательности:

$$c_n = \left(1 - \frac{|\xi|^2}{4n^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \theta_n = c_n \eta + \frac{\xi}{2n}, \quad \omega_n = c_n \eta - \frac{\xi}{2n}, \quad l_n = (n + i)^2. \quad (2)$$

Здесь и везде ниже i – мнимая единица.

В работе [1] доказано, что при таком выборе переменных $l_n, \theta_n, \omega_n, c_n$ выполняется равенство:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(l_n, \theta_n, \omega_n; q_j) = -\frac{|\xi|^2}{2} \int_{\Omega} \exp(-ix \cdot \xi) dx + \int_{\Omega} \exp(-ix \cdot \xi) q_j(x) dx \quad (3)$$

Некоторая степень оператора Неймана является интегральным оператором. Ядро оператора Неймана формально задаётся равенством

$${}^k N(\lambda, q_j)(x, y) = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\partial u_t(q_j)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_j)}{\partial v}(y)} \cdot (\mu_t(q_j) - \lambda)^{-1}, \quad x, y \in S.$$

В работе [2] доказано, что разность

$${}^k N(\lambda, q_1) - {}^k N(\lambda, q_2)$$

является ядром некоторого оператора в $L_2(S \times S)$. Тогда из определения функции рассеяния следует

$$|F(\lambda, \theta, \omega; q_1) - F(\lambda, \theta, \omega; q_2)| \leq \|N(\lambda, q_1) - N(\lambda, q_2)\| \cdot \|\varphi_{\lambda, \omega}\|$$

Показав, что

$$\|{}^k N(l_n, q_1) - {}^k N(l_n, q_2)\| \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \quad (4)$$

мы можем утверждать, используя равенство (3), что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |F(l_n, \theta_n, \omega_n; q_1) - F(l_n, \theta_n, \omega_n; q_2)| = 0. \quad (5)$$

И, следовательно, $q_1(x) = q_2(x)$ для любого $x \in \bar{\Omega}$. Действительно, в этом случае

$$\int_{\Omega} \exp(-ix \cdot \xi) q_1(x) dx = \int_{\Omega} \exp(-ix \cdot \xi) q_2(x) dx,$$

то есть коэффициенты Фурье функций $q_1(x)$ и $q_2(x)$ совпадают для любого $x \in \bar{\Omega}$.

Пусть для достаточно большого натурального T при $t \geq T$ выполнено условие

$$W_t(q_1) = W_t(q_2).$$

Преобразуем разность ${}^k N(\lambda, q_1) - {}^k N(\lambda, q_2)$, прибавив к ней и отняв сумму:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(y)} \cdot (\mu_t(q_1) - l_n)^{-1} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\partial u_t(q_2)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_2)}{\partial v}(y)} \cdot (\mu_t(q_2) - l_n)^{-1}.$$

Получим, что

$$\begin{aligned} {}^k N(l_n, q_1) - {}^k N(l_n, q_2) &= \sum_{t=1}^T \frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(y)} \cdot (\mu_t(q_1) - l_n)^{-1} - \\ &- \sum_{t=1}^T \frac{\partial u_t(q_2)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_2)}{\partial v}(y)} \cdot (\mu_t(q_2) - l_n)^{-1} + \sum_{t=T+1}^{\infty} \frac{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(y)} (\mu_t(q_2) - \mu_t(q_1))}{(\mu_t(q_1) - l_n)(\mu_t(q_2) - l_n)}. \end{aligned}$$

Оценивая норму оператора ${}^k N(l_n, q_1) - {}^k N(l_n, q_2)$ через норму Гильберта – Шмидта, приходим к неравенству:

$$\left\| {}^k N(l_n, q_1) - {}^k N(l_n, q_2) \right\| \leq \left\| \sum_{t=1}^T - \sum_{t=1}^T \right\|_{L_2(S \times S)} + \left\| \sum_{t=T+1}^{\infty} \frac{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(y)} (\mu_t(q_2) - \mu_t(q_1))}{(\mu_t(q_1) - l_n)(\mu_t(q_2) - l_n)} \right\|_{L_2(S \times S)}. \quad (6)$$

Академиком В.А. Ильиным и И.А. Шишмарёвым [5] было показано, что

$$\left\| \frac{\partial u_t}{\partial v}(q_j) \right\|_{L_2(S)} = O\left(\left[\mu_t(q_j)\right]^{1/4}\right), \quad j = 1, 2.$$

По теореме Хёрмандера имеем :

$$\mu_t \sim C_3 \cdot t^{\frac{2}{N}} \text{ при } t \rightarrow \infty,$$

Поэтому мы можем утверждать, что

$$\left\| \frac{\partial u_t}{\partial v}(q_j) \right\|_{L_2(S)} = O\left(t^{1/2}\right), \quad j = 1, 2. \quad (7)$$

Так как $l_n = n^2 - 1 + 2ni$, то учитывая асимптотику $\mu_t(q_j)$, а также (7), получаем, что

$$\left\| \sum_{t=1}^N - \sum_{t=1}^N \right\|_{L_2(S \times S)} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Таким образом, условие (4) и, следовательно, (5) выполняются, если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \sum_{t=T+1}^{\infty} \frac{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(y)} (\mu_t(q_2) - \mu_t(q_1))}{(\mu_t(q_1) - l_n)(\mu_t(q_2) - l_n)} \right\|_{L_2(S \times S)} = 0. \quad (8)$$

Рассмотрим ряд случаев, когда выполняется равенство (8), что позволит нам сделать выводы о совпадении q_1 и q_2 . Произвольно зафиксируем t_0 , для которого $\mu_{t_0}(q_1) = \mu_{t_0}(q_2)$.

Определение. Будем говорить, что подпоследовательности $\{\mu_{t_k}(q_j)\}_{k=1}^{\infty}$ последовательностей $\{\mu_t(q_j)\}_{t=1}^{\infty}$ обладают свойством А, если существует $c \in R, c > 0$ такое, что

$$\left| \mu_{t_k}(q_j) - [\mu_{t_0}(q_1)]^2 \right| \geq c \cdot t_k, \quad (9)$$

где $[x]$ – обозначает целую часть числа.

Существование таких подпоследовательностей вытекает из следствия леммы 1.

Теорема 1. Пусть Ω – ограниченная область в R^N , $N \geq 2$, с границей S класса C^2 за исключением, быть может, конечного числа точек, $\{\mu_{t_k}(q_j)\}_{k=1}^{\infty}$, $j = 1, 2$, – подпоследовательности собственных чисел задач (1) с потенциалами q_j , обладающие свойством А. Если q_1 и q_2 таковы, что для собственных ортонормированных функций задач Дирихле (1) с соответствующими потенциалами выполняются следующие условия:

1. Существует достаточно большое натуральное T такое, что при $t \geq T$ выполняется равенство $W_t(q_1) = W_t(q_2)$.

2. $\mu_t(q_1) = \mu_t(q_2)$ при $t \neq t_{k_p}$, где $\{t_{k_p}\}_{p=1}^{\infty}$ – подпоследовательность $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ такая, что $t_{k_p} \geq p^{1+\varepsilon}$ (ε – некоторое сколь угодно малое положительное число).

То для любого из $\overline{\Omega}$ выполняется равенство $q_1(x) = q_2(x)$.

Доказательство. Пусть $\{\mu_{t_k}(q_j)\}_{k=1}^{\infty}$, $j = 1, 2$, – подпоследовательности собственных чисел задач (1) с потенциалами q_j , обладающие свойством А.

Положим

$$n = [\mu_{t_0}(q_1)]. \quad (10)$$

Тогда, в силу очевидного неравенства

$$\left| \mu_{t_k}(q_j) - [\mu_{t_0}(q_1)]^2 + 1 \right| \geq \left| \mu_{t_k}(q_j) - [\mu_{t_0}(q_1)]^2 \right|,$$

имеет место оценка второго слагаемого правой части неравенства (6):

$$\begin{aligned} & \left\| \sum_{t=T+1}^{\infty} \frac{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_t(q_1)}{\partial v}(y)} (\mu_t(q_2) - \mu_t(q_1))}{(\mu_t(q_1) - l_n)(\mu_t(q_2) - l_n)} \right\|_{L_2(S \times S)} \leq \sum_{t_k \geq T+1}^{\infty} \frac{\left\| \frac{\partial u_{t_k}(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_{t_k}(q_1)}{\partial v}(y)} \right\|_{L_2(S \times S)} |\mu_{t_k}(q_2) - \mu_{t_k}(q_1)|}{|\mu_{t_k}(q_1) - l_n| \cdot |\mu_{t_k}(q_2) - l_n|} \leq \\ & \leq \sum_{t_k \geq T+1}^{\infty} \frac{\left\| \frac{\partial u_{t_k}(q_1)}{\partial v}(x) \overline{\frac{\partial u_{t_k}(q_1)}{\partial v}(y)} \right\|_{L_2(S \times S)} |\mu_{t_k}(q_2) - \mu_{t_k}(q_1)|}{(c \cdot t_k)^2}. \end{aligned}$$

Учитывая условие (7), получаем, что предел этой суммы при $t_k \rightarrow \infty$ не превышает

$$const \cdot \lim_{t_k \rightarrow \infty} \sum_{t_k \geq T+1}^{\infty} \frac{|\mu_{t_k}(q_1) - \mu_{t_k}(q_2)|}{t_k}. \quad (11)$$

Пусть ε – некоторое положительное число. Обозначим через t_{k_p} – такой член подпоследовательности $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$, для которого выполняется неравенство $t_{k_p} \geq p^{1+\varepsilon}$.

Легко показать, что такая подпоследовательность $\{t_{k_p}\}_{p=1}^{\infty}$ всегда существует.

Рассмотрим предел (11) на подпоследовательности $\{t_{k_p}\}_{p=1}^{\infty}$. В силу условия $q_j \in C^2(\bar{\Omega})$, по принципу минимакса имеем:

$$|\mu_{t_k}(q_2) - \mu_{t_k}(q_2)| \leq \|q_2 - q_1\|_{L_{\infty}(\bar{\Omega})} < \infty, \quad t_k \in N \text{ и } \lim_{p \rightarrow \infty} \sum_{\substack{p=1 \\ t_{k_p} \geq T+1}}^{\infty} \frac{|\mu_{t_{k_p}}(q_1) - \mu_{t_{k_p}}(q_2)|}{t_{k_p}} \leq \lim_{p \rightarrow \infty} \sum_{\substack{p=1 \\ t_{k_p} \geq T+1}}^{\infty} \frac{const}{p^{1+\varepsilon}} = 0,$$

как остаточный член сходящегося ряда $\sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p^{1+\varepsilon}}$.

Ясно, что при $p \rightarrow \infty$ имеем $t_{k_p} \rightarrow \infty$. Так как

$$[\mu_{t_0}(q_1)]^2 \geq \mu_{t_k}(q_j) - [\mu_{t_0}(q_1)]^2 \geq c \cdot t_k,$$

то при $t_k \rightarrow \infty$ имеем $[\mu_{t_0}(q_j)] \rightarrow \infty$, а следовательно, в силу (10), $n \rightarrow \infty$, то есть имеет место (8). Этим завершается доказательство теоремы 1.

Теорема 2. Пусть Ω – ограниченная область в R^N , $N \geq 2$, с границей S класса C^2 за исключением, быть может, конечного числа точек, $\{\mu_{t_k}(q_j)\}_{k=1}^{\infty}$, $j=1, 2$, – подпоследовательности собственных чисел задач (1) с потенциалами q_j , обладающие свойством А. Если q_1 и q_2 таковы, что для собственных ортонормированных функций задач Дирихле (1) с соответствующими потенциалами выполняются следующие условия:

1. Существует достаточно большое натуральное T такое, что при $t \geq T$ выполняется равенство

$$W_t(q_1) = W_t(q_2).$$

2. $\lim_{k \rightarrow \infty} |\mu_{t_k}(q_1) - \mu_{t_k}(q_2)| \cdot t_k^{\varepsilon} < \infty$, где ε – некоторое сколь угодно малое положительное число.

3. $\mu_t(q_1) = \mu_t(q_2)$ при $t \neq t_k$.

То для любого x из $\bar{\Omega}$ выполняется равенство $q_1(x) = q_2(x)$.

Доказательство.

Пусть $\{\mu_{t_k}(q_j)\}_{k=1}^{\infty}$, $j=1, 2$, – подпоследовательности собственных чисел задач (1) с потенциалами q_j , обладающие свойством A . Как это было сделано в доказательстве теоремы 1, получим, что предел при $k \rightarrow \infty$ суммы (6) не превышает

$$\text{const} \cdot \lim_{t_k \rightarrow \infty} \sum_{t_k \geq T+1}^{\infty} \frac{|\mu_{t_k}(q_1) - \mu_{t_k}(q_2)|}{t_k}.$$

Тогда, используя условие

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |\mu_{t_k}(q_1) - \mu_{t_k}(q_2)| \cdot t_k^{\varepsilon} < \infty,$$

где ε – некоторое сколь угодно малое положительное число, имеем

$$\lim_{t_k \rightarrow \infty} \sum_{t_k \geq T+1}^{\infty} \frac{|\mu_{t_k}(q_1) - \mu_{t_k}(q_2)|}{t_k} \leq \lim_{t_k \rightarrow \infty} \sum_{t_k \geq T+1}^{\infty} \frac{\text{const}}{t_k^{1+\varepsilon}} = 0.$$

Рассуждая аналогично тому, как это было сделано в доказательстве теоремы 1 получаем выполнение требования (8), что завершает доказательство теоремы.

1. Полученный результат является некоторым обобщением теорем, сформулированных в работе [6] для 2- и 3-мерного случаев. Выделенные последовательности также обладают свойством лакуарности.

2. В работах [7 – 9] представлены подпоследовательности собственных значений, не влияющих на единственность восстановления потенциала, в задачах с краевыми условиями Неймана и Робена.

Заключение

Полученные результаты могут быть использованы при решении обратных задач спектрального анализа, а также в разработке методик их численных решений.

Список используемых источников

1. Isozaki, H. Some remarks on the multidimensional Borg – Levinson theorem / H.Isozaki // J. Math. Kyoto Univ. (JMK YAZ). – 1991. – V.31, № 3. – Pp. 743 – 753.
2. Nachman A., Sylvester J., Uhlman G. // Commun. Math. Phys. – 1988. – V.115. – Pp. 595–605.
3. Ладыженская, О.А. Метод Фурье для гиперболических уравнений // ДАН СССР, 1950. – Т. 73. – №3.
4. Hörmander, L. The spectral function of elliptic operator // Acta math. – 1968. – 121. – Pp. 193 – 218.
5. Ильин, В.А. Равномерные в замкнутой области оценки для собственных функций эллиптического оператора и их производных. / В.А. Ильин, И.А. Шишмарев // Изв. АН СССР, сер. Матем. – 1960. – Т. 24. – С. 883 – 896.
6. Смирнова, Л.В. К вопросу о математической модели восстановления гладких потенциалов в обратной задаче Дирихле для 2-мерного и 3-мерного случаев // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2012. – №2. – С.57 – 66.
7. Садовничий, В.А. О единственности решения обратных задач спектрального анализа. / В.А. Садовничий, В.В. Дубровский, Л.В. Смирнова // ДАН, 2000. – Т. 370. – № 3. – С.319–32.
8. Дубровский, В.В. К единственности решения обратных задач спектрального анализа для уравнений математической физики. / В.В. Дубровский, Л.В. Смирнова // Фундаментальная и прикладная математика. – 1999. – Т. 5. – №2. – С.411–416.
9. Смирнова, Л.В. К вопросу о восстановлении потенциала в обратной задаче Робена // Известия высших учебных заведений. Математика, 2002. – №7 (482). – С. 8 –13.

Смирнова Лариса Викторовна – канд. физ.-мат. наук, ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный университет», доц. каф. алгебры и геометрии. E-mail: smirnova20@bk.ru

Смирнова Л.В. К вопросу о математической модели восстановления гладких потенциалов в обратной задаче Дирихле для n-мерного случая // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 11-17.

Smirnova L.V. To a question on mathematical model recovery smooth potential in reverse Dirichlet problem for n-dimensional case // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 11-17.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С СИНУС-ФИЛЬТРОМ

Пустоветов М.Ю.

Аннотация. Рассмотрена имитационная компьютерная модель частотно-регулируемого электропривода в составе: понижающий трансформатор – преобразователь частоты – синус-фильтр – повышающий трансформатор – высоковольтный асинхронный двигатель – водяной насос. Особое внимание уделено рассмотрению модели преобразователя частоты, управлению транзисторными ключами. Представлены основные соотношения для параметров синус-фильтра. Показаны расчётные графики токов электропривода и суммарного коэффициента гармонических составляющих сетевого тока и токов синус-фильтра для различных условий работы. Сформулированы рекомендации для разработчиков синус-фильтров, позволяющие избежать перегрузки конденсаторов и инвертора по току.

Ключевые слова: синус-фильтр, частотно-регулируемый электропривод, асинхронный двигатель, ёмкость, ток, широтно-импульсная модуляция, суммарный коэффициент гармонических составляющих, имитационная модель.

MODELING THE CHARACTERISTICS OF VVVF-DRIVE WITH A SINE-WAVE FILTER

Pustovetov M. Yu.

Abstract. We consider the simulation computer model of variable voltage – variable frequency electric drive comprising: a step-down transformer – rectifier – inverter – sine-wave filter – up transformer – high-voltage induction motor – water pump. Particular attention is paid to the model of the frequency converter, transistor switches control. The basic relations for the parameters of the sine filter are recorded. Graphics show the calculated electric currents and total harmonic components of power network current and sine-wave filter currents for different duty modes of the electric drive. Recommendations for the sine-wave filters developers are formulated to avoid current overloading capacitors and inverter.

Keywords: sine-wave filter, variable voltage – variable frequency drive, induction motor, capacitance, current, pulse-width modulation, total harmonic components, simulation model.

Введение

В 2011 году автору была поставлена задача рассчитать характеристики и провести компьютерное моделирование режимов работы синус-фильтров (СФ) для нескольких частотно-регулируемых электроприводов (ЧРЭП) водяных насосов с высоковольтными асинхронными двигателями (АД), используя в качестве индуктивной части СФ уже имеющиеся в схеме ЧРЭП реакторы. На основании выполненных расчётов были изготовлены СФ для двух ЧРЭП, один из которых в целом успешно эксплуатируется, а второй, пройдя несколько стадий доработки, так и не был принят в эксплуатацию. Результаты работы автора над выяснением причин неудовлетворительной работы ЧРЭП с СФ, анализ характеристик, проведённый путём имитационного компьютерного моделирования режимов работы, ранее не публиковавшиеся подробности построения имитационной модели преобразователя частоты (ПЧ) изложены в настоящей статье.

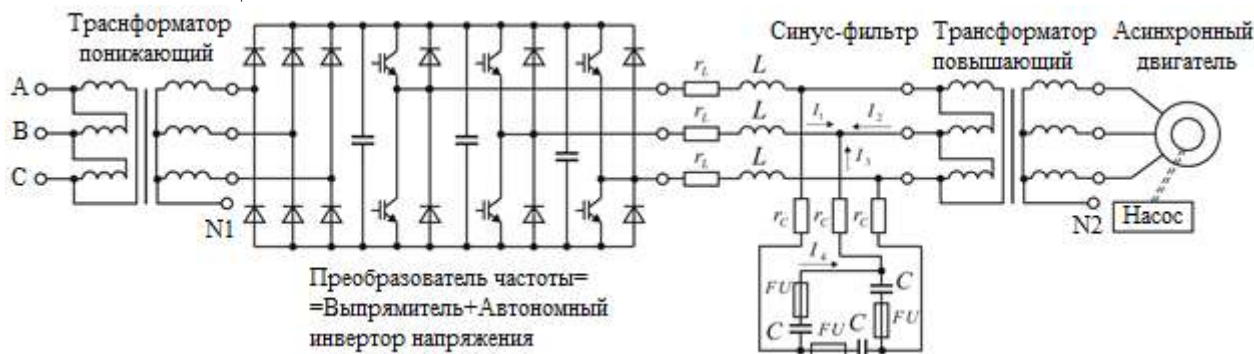


Рис. 1. Двух трансформаторная схема ЧРЭП с высоковольтным АД

Электрическая принципиальная схема силовой части ЧРЭП, выполненного с использованием понижающего и повышающего трансформаторов, ПЧ на линейное напряжение 0,4кВ (на входе и выходе) и АД на линейное напряжение 6 кВ (как и питающая сеть), приведена на

рис. 1 (двух трансформаторная схема [1]). Имитационная модель ЧРЭП составлена в САПР OrCAD 9.2 [2] из компьютерных моделей отдельных устройств. Так имитационная модель трёхфазного трансформатора описана в [3, 4], трёхфазного асинхронного двигателя в [3, 5], насоса в [3, 6]. Остановимся более подробно на имитационной модели ПЧ.

Имитационная компьютерная модель ПЧ

Имитационная модель ПЧ составлена из четырёх частей: диодный мост, силовая часть автономного инвертора напряжения (АИН), система распределения импульсов управления

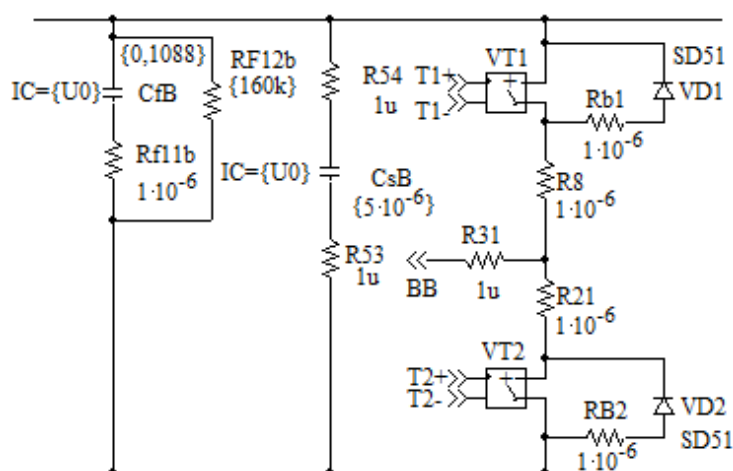


Рис. 2. Одна фаза компьютерной модели силовой части АИН

по ключам силовой части АИН, схема формирования синусоидального сигнала переменной амплитуды и частоты. На рис. 2 показана одна фаза имитационной модели силовой части двухуровневого АИН, выполненного по трёхфазной мостовой схеме. На рис. 2 параллельные цепи слева – направо: C_{FB} – часть ёмкости фильтра звена постоянного напряжения, приходящаяся на фазу; C_{sB} – снабберная ёмкость; VT1 и VT2 – имитация транзисторных ключей фазы АИН посредством идеализированных ключей,

управляемых напряжением. Встречно-параллельно транзисторным ключам подключены диоды VD1 и VD2.

Использование идеализированных ключей, управляемых напряжением, вместо более совершенных моделей транзисторов из библиотек OrCAD позволяет достичь разумного компромисса между степенью детализации моделирования электромагнитных процессов в ПЧ и временем моделирования. Такой подход вполне допустим, если не требуется, например, рассмотрение процессов в ЧРЭП с «длинным кабелем» между ПЧ и АД или подробностей работы каждого транзистора.

На рис. 3 показана модель системы распределения импульсов управления по ключам силовой части АИН для ключей VT1 и VT2 одной фазы.

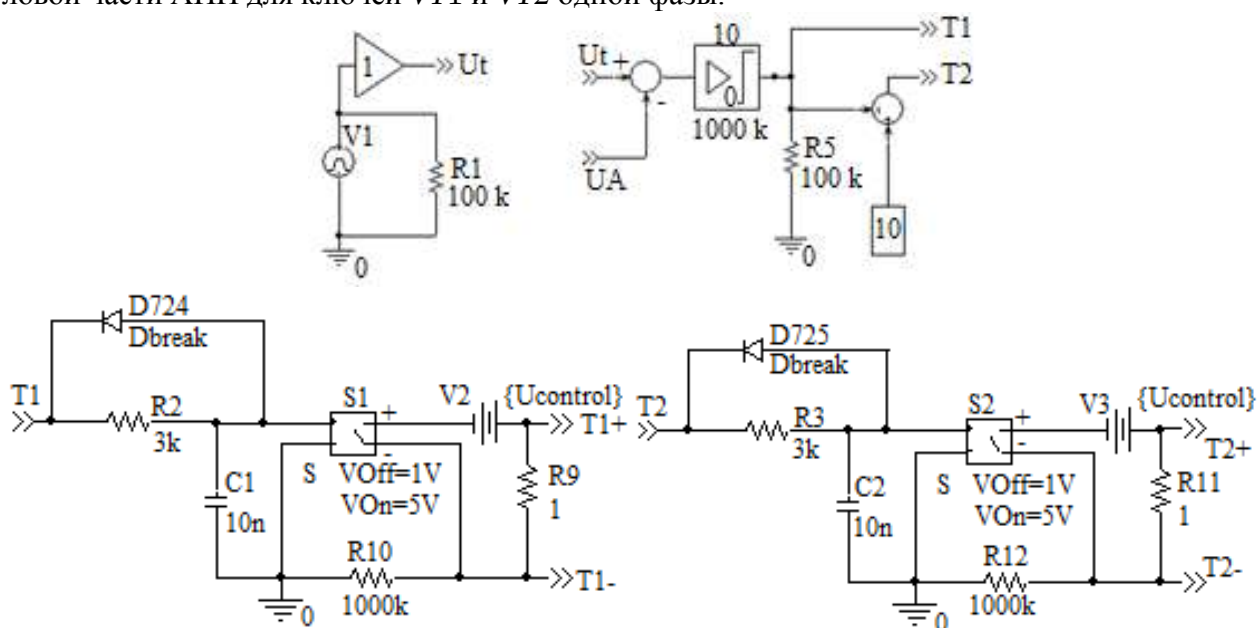


Рис. 3. Компьютерная модель системы распределения импульсов управления по ключам силовой части АИН для ключей VT1 и VT2 одной фазы: $V1=-1$; $V2=1$; $TD=0$; $TR=\{1/2*f*Ni-0,000005\}$; $TR=\{1/2*f*Ni-0,000005\}$; $PW=0,00001$; $PER=\{1/f/Ni\}$

Входными сигналами для формирования импульсов напряжения для открытия или закрытия $VT1$ и $VT2$ являются напряжения U_t – разворачивающий (несущий) двуполярный сигнал треугольной формы и U_A – модулирующий сигнал синусоидальной формы. Напряжения на выводах $T1$ и $T2$ на рис. 3 формируются таким образом, чтобы исключить возможность одновременного нахождения в открытом состоянии ключей $VT1$ и $VT2$ во избежание короткого замыкания ПЧ. Дополнительно с целью исключения перекрытия по времени открытого состояния вертикально расположенных ключей фазы АИН формируются задержки передних фронтов сигналов коммутации ключей $VT1$ и $VT2$ посредством $R2$ и $C1$ для ключа $VT1$ и $R3$ и $C2$ для ключа $VT2$. В описываемой имитационной модели ЧРЭП формирование напряжения на выходе ПЧ производится по вертикальному принципу аналоговой синусоидально-треугольной широтно-импульсной модуляции (ШИМ). Блок формирования разворачивающего напряжения U_t как периодического трапецеидального сигнала с очень короткой длительностью импульса при амплитудном значении ($PW=0,000001$ с), то есть квазиреугольной формы, показан слева на рис. 3, где длительности переднего и заднего фронта сигнала, с, рассчитываются как:

$$TR = TF = \frac{1}{2f \cdot N_i} - 0,0000005, \quad (1)$$

где f , Гц – частота модулирующего напряжения, основная гармоника напряжения, формируемого АИН; N_i – количество импульсов разворачивающего напряжения за период модулирующего (число импульсов выходного напряжения АИН за полупериод основной гармоники).

При этом период повторяемости квазиреугольного сигнала составляет, с:

$$PER = \frac{1}{f \cdot N_i}. \quad (2)$$

Таким образом, напряжение U_t имеет частоту переключения АИН или несущую частоту ШИМ $f_{\text{ШИМ}}$.

Пример компьютерного моделирования сигналов коммутации ключей $VT1$ и $VT2$, сформированных посредством схемы, показанной на рис. 3, приведён на рис. 4, где графики: 1 – потенциал точки $T1$; 2 – потенциал точки $T2$; 3 – разность потенциалов между точками $T1+$ и $T1-$; 4 – разность потенциалов между точками $T2+$ и $T2-$.

Для большей наглядности график 3 сдвинут на 2 В вверх, а график 4 – на 2 В вниз.

Возможные принципы формирования потенциалов АИН описаны в [7].

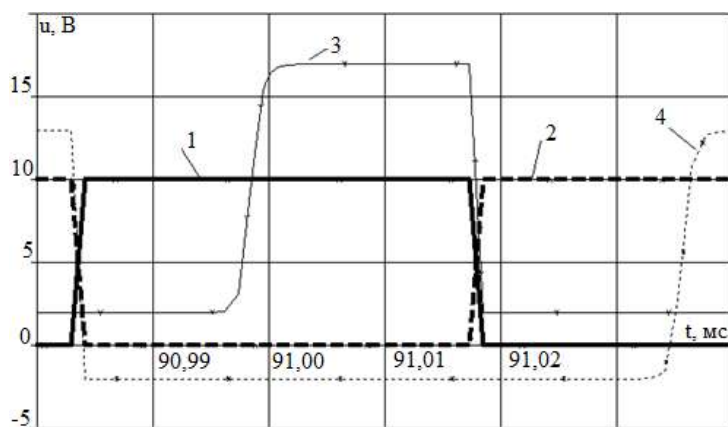


Рис. 4. Результат моделирования сигналов коммутации ключей $VT1$ и $VT2$

Известно, что при классическом алгоритме трёхфазной синусоидально-треугольной ШИМ невозможно получить выходное напряжение первой гармоники АИН выше, чем 0,827 напряжения сети. Нам же необходимо получить при 50 Гц на выходе АИН то же линейное напряжение 400 В, что и на входе выпрямителя. Отсюда вытекает идея предмодуляции: применение несинусоидального закона для модуляции длительности импульсов

потенциалов фаз φ_A , φ_B и φ_C , который обеспечивает увеличение амплитуды основной гармоники, но при этом в спектре ШИМ-последовательностей φ_A , φ_B и φ_C помимо основной гармоники содержатся только гармоники нулевой последовательности, то есть гармоники, крат-

ные трем. Дополнительно для повышения выходного напряжения АИН можно использовать перемодуляцию. Под перемодуляцией в данном случае подразумевается увеличение вектора модулирующего (и выходного) напряжения за пределы реализуемых значений, то есть реализация векторов напряжения больших единицы (в относительных величинах).

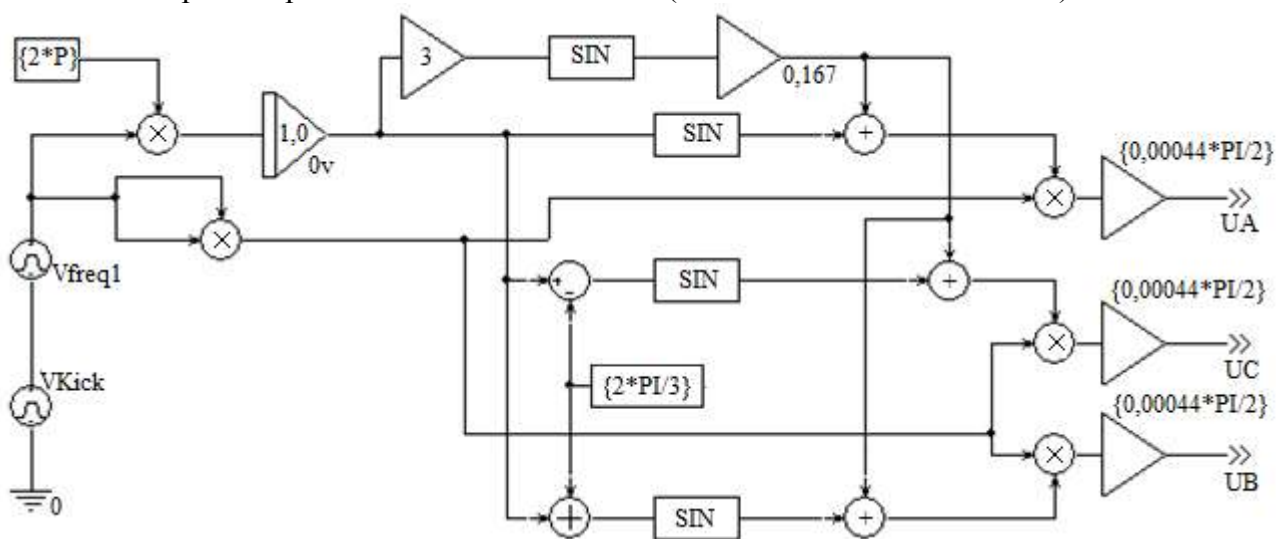


Рис. 5. Компьютерная модель схемы формирования трёхфазного синусоидального сигнала переменной амплитуды и частоты: $V1=\{50\}$; $V2=50$; $TD=10-2$; $TR=10$; $TF=10$; $PW=1,5$; $PER=25$ – для $Vfreq1$; $V1=\{-10\}$; $V2=0$; $TD=10-2$; $TR=10-3$; $TF=10-3$; $PW=90$; $PER=100$ – для $VKick$

Для моделирования выбран алгоритм синусоидально-треугольной ШИМ с предмодуляцией синфазной с первой третьей гармоникой с амплитудой 0,167 от первой гармоники и перемодуляцией первой гармоники в $\frac{\pi}{2}$ раз [8]. Схема блока формирования модулирующего напряжения переменной амплитуды и частоты (описана в [9]) показана на рис. 5 в варианте для реализации закона частотного регулирования $\frac{U}{f^2} = \text{const}$. Вид синусоидального сигнала с перемодуляцией и предмодуляцией третьей гармоникой показан на рис. 6.

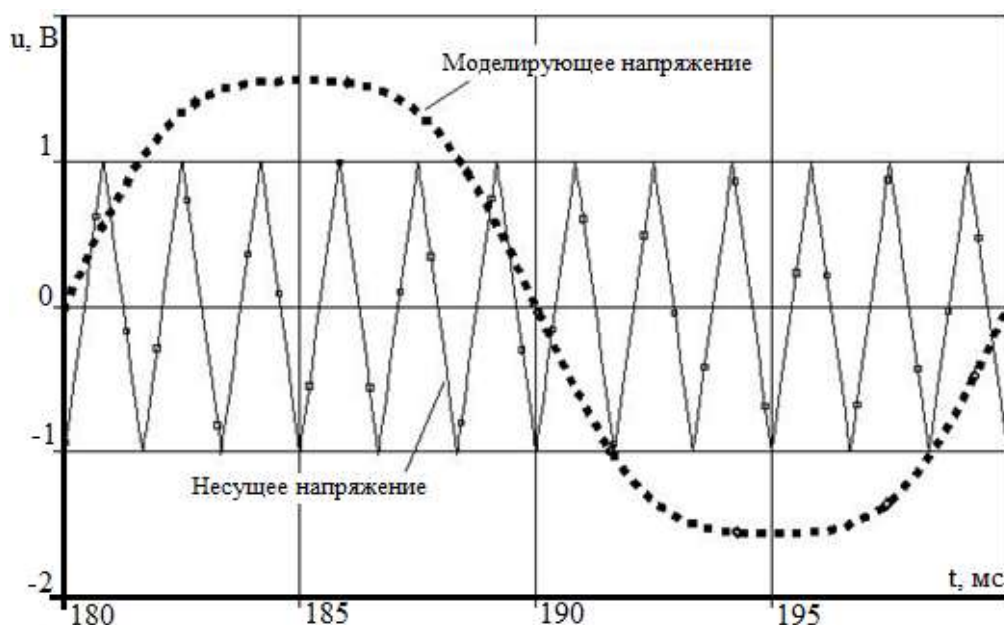


Рис. 6. Вид синусоидального сигнала с перемодуляцией и предмодуляцией третьей гармоникой (случай наибольшего модулирующего напряжения)

Основные сведения о СФ

Форма выходного напряжения ПЧ значительно отличается от синусоиды – это последовательность практически прямоугольных импульсов с очень крутыми фронтами (рис. 7). СФ выполняет максимальное приближение формы выходного напряжения АИН к синусоиде, минимизируя значение суммарного коэффициента гармонических составляющих междофазного напряжения k_U [10]. Это даёт возможность использовать в составе ЧРЭП неспециализированные, рассчитанные на сетевое питание недорогие АД.

Общий принцип расчёта параметров СФ заключается в том, что резонансная частота f_p должна быть гораздо выше f . Одновременно f_p должна быть гораздо ниже $f_{\text{ШИМ}}$ [11, 12]. Для надёжного выполнения функции сглаживания напряжения для СФ рекомендуется [13]

$$f_{\text{ШИМ}} > 2 f_p. \quad (3)$$

У СФ на $f_{\text{ШИМ}}=2\dots3$ кГц производства *Danfoss* $f_{\text{ШИМ}}=(3\dots4)f_p$ [14]. Требуется обеспечить, чтобы падение напряжения основной частоты f_1 на продольной ветви СФ, не было чрезмерно большим, позволяло бы нагрузке работать в допустимом диапазоне отклонения напряжения. Рационально ограничить падение напряжения на f_1 в продольной ветви СФ величиной не более 10%, а если возможно, то не более 5%.

При расчёте СФ от ёмкости конденсатор выбирается из условия компенсации всей реактивной мощности нагрузки на основной частоте $f_1=50$ Гц. Для случая соединения конденсаторов по схеме «звезда» ёмкость фазы СФ

$$C = \frac{S}{3} \cdot \frac{1}{2\pi f_1 U_1^2} \sqrt{1 - (\cos \varphi)^2}. \quad (4)$$

где S – суммарная мощность нагрузки, подключённой после СФ; $\cos \varphi$ – коэффициент мощности нагрузки; U_1 – действующее значение первой гармоники напряжения на ёмкости СФ.

По f_p , выбираемой из условия (3), и C , которая здесь берётся для случая соединения конденсаторов по схеме «звезда», рассчитывается L

$$L \geq \frac{1}{C} \left(\frac{1}{2\pi f_p} \right)^2. \quad (5)$$

Выбор для СФ схемы соединения ёмкостей «звезда» или «треугольник» не оказывает влияния на его характеристики.

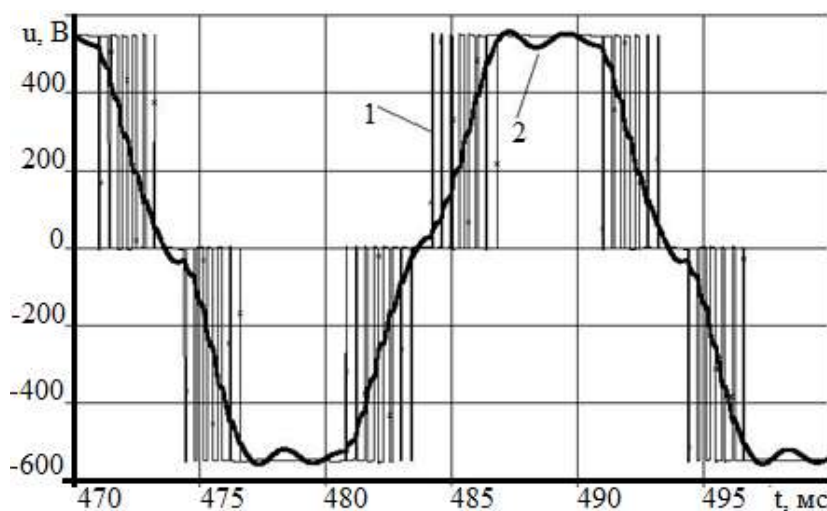


Рис. 7. Результаты компьютерного моделирования напряжений на входе СФ (кривая 1) и на его выходе (кривая 2) при частоте 50 Гц

Исходные данные и результаты компьютерного моделирования ЧРЭП

Объектом моделирования был ЧРЭП насоса 14Д6 водонасосной станции на базе четырёх-полюсного АД с короткозамкнутым ротором на номинальное линейное напряжение 6 кВ и номинальной мощностью на валу $P_{2H}=630$ кВт. Расчетные параметры схемы замещения АД опубликованы в [3, 15] и даны в табл. 1. При номинальном

режиме работы насоса нагрузка АД составляет $0,73P_{2H}$.

Питание АД осуществляется от ПЧ «Веспер EI-7009-1000Н», имеющего диапазон несущих частот ШИМ $f_n=1\dots 2,5$ кГц и наибольший допустимый действующий выходной ток фазы в длительном режиме $I_{\text{предел}}=1600$ А. Суммарная ёмкость конденсаторов звена постоянного напряжения ПЧ составляет 326400 мкФ, дроссель в звене постоянного напряжения отсутствует.

Таблица 1

Расчетные параметры T-образной схемы замещения высоковольтного АД

Обозначение параметра, размерность	Наименование параметра	Значение при рабочей температуре для классов изоляции по нагревостойкости F и H	
r_1 , Ом	Активное сопротивление фазы обмотки статора	0,849089	
r_2' , Ом	Активное сопротивление фазы обмотки ротора, приведённое к обмотке статора	0,5943623	
$L_{\sigma 1}$, Гн	Индуктивность рассеяния фазы обмотки статора	0,01084367	
L_2' , Гн	Индуктивность рассеяния фазы обмотки ротора, приведённая к обмотке статора	0,01518114	
L_μ , Гн	Главная индуктивность	0,277214	При параллельном соединении
r_μ , Ом	Активное сопротивление ветви намагничивания	2500	

Индуктивная ветвь СФ в каждой фазе представлена парой параллельно соединенных токоограничивающих реакторов РТСТ-820-0,0505 УЗ. Активное сопротивление одного реактора составляет 1,65 мОм. В тех случаях, где не оговорено отсутствие, подразумевается наличие в схеме согласно рис. 1 в линиях питания емкостной части СФ демпфирующих резисторов r_c номиналом 0,013468 Ом. В соответствии с рис. 1 конденсаторы СФ соединены по схеме «треугольник». Величины емкости СФ далее приводятся также для схемы «треугольник». Понижающий трансформатор: ТСЗГЛ 1000/10 УЗ, схема и группа соединения обмоток Δ/Y_0 -11. Повышающий трансформатор: ТСЗГЛФ 1250/10 УЗ, схема и группа соединения Y_0/Δ -11. Расчетные параметры схемы замещения трансформаторов приведены в табл. 2. Насыщение стали трансформаторов и АД при моделировании не учитывалось.

Таблица 2

Расчетные параметры T-образной схемы замещения трансформаторов

Обозначение параметра, размерность	Наименование параметра	Значение при рабочей температуре для ТСЗГЛ 1000/10 УЗ (для ТСЗГЛ 1250/10 УЗ)	
$r_1 = r_2'$, Ом	Активное сопротивление фазы обмотки статора и активное сопротивление фазы обмотки ротора, приведённое к обмотке статора	0,4529 (0,1221)	
$L_{\sigma 1} = L_{\sigma 2}'$, Гн	Индуктивность рассеяния фазы обмотки статора и индуктивность рассеяния фазы обмотки ротора, приведённая к обмотке статора	0,009 (0,0036)	
L_m , Гн	Главная индуктивность	22,9183 (9,1673)	При последовательном соединении
r_m , Ом	Активное сопротивление ветви намагничивания	336,0 (518,4)	

На рис. 8 показаны результаты расчётов токов ЧРЭП при $f=50$ Гц. Согласно рис. 1: I_1 – ток фазы на выходе ПЧ; I_2 – ток фазы на выходе СФ (ток фазы нагрузки); I_3 – линейный ток ёмкостной части СФ; I_4 – фазный ток ёмкостной части СФ.

Расчетом получено, что для полной компенсации реактивной мощности нагрузки при работе АД в номинальном режиме достаточно ёмкость СФ 2564 мкФ. То есть, как следует из рис. 8, «перекомпенсация» реактивной мощности нагрузки посредством завышения емкости СФ приводит к заметному возрастанию I_1 .

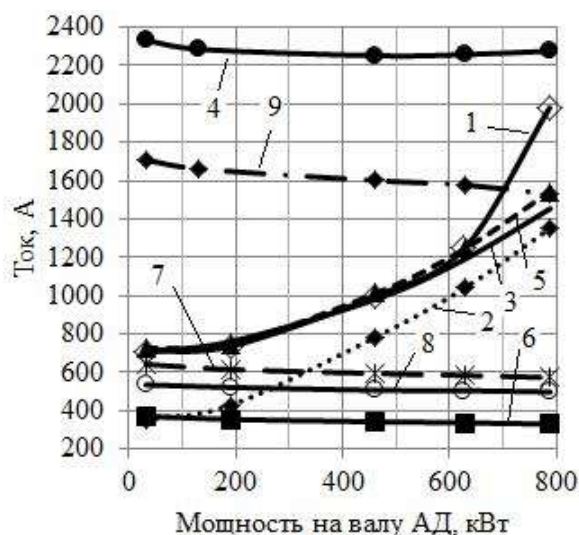


Рис. 8. Расчётные токи СФ: 1 – $I_1=I_2$ без емкостей при $f_n=2,5$ кГц; 2 – I_1 при емкости СФ 2200 мкФ на фазу, $f_n=2,5$ кГц; 3 – I_1 при 2200 мкФ, $f_n=1$ кГц; 4 – I_1 при 8360 мкФ, $f_n=2,5$ кГц и отсутствии r_C ; 5 – I_2 при 2200 мкФ, $f_n=2,5$ кГц (кривые I_2 для остальных случаев весьма близки показанной); 6 – I_4 при 2200 мкФ, $f_n=2,5$ кГц; 7 – I_3 при 2200 мкФ, $f_n=2,5$ кГц; 8 – I_4 при 2200 мкФ, $f_n=1$ кГц; 9 – I_4 при 8360 мкФ, $f_n=2,5$ кГц и отсутствии r_C

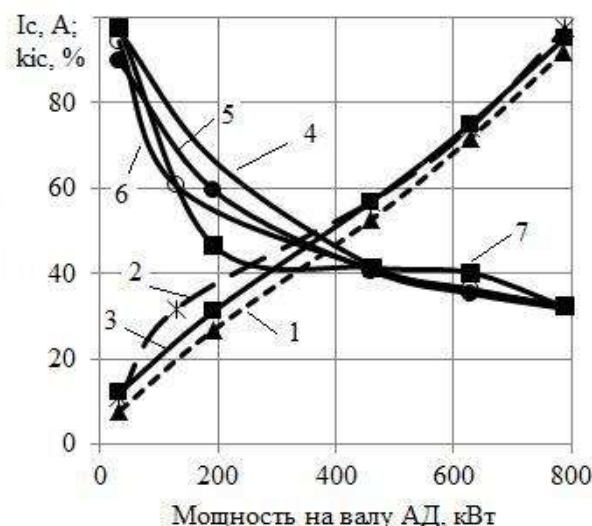


Рис. 9. Сетевой ток электропривода при $f=50$ Гц: 1 – I_C при $f_n=2,5$ кГц, отсутствии СФ или при емкости 2200 мкФ на фазу и включенных r_C ; 2 – I_C при $f_n=2,5$ кГц, емкости 8360 мкФ на фазу СФ без r_C ; 3 – I_C при $f_n=1$ кГц, емкости 2200 мкФ на фазу СФ и включенных; 4 – k_{IC} при $f_n=2,5$ кГц и отсутствии СФ; 5 – k_{IC} при $f_n=1$ кГц, емкости 2200 мкФ на фазу и включенных r_C ; 6 – k_{IC} при $f_n=2,5$ кГц, емкости 8360 мкФ на фазу без r_C ; 7 – k_{IC} при $f_n=2,5$ кГц, емкости 2200 мкФ на фазу и включенных r_C

Ввиду односторонней проводимости диодов входного выпрямителя ПЧ при «перекомпенсации» избыточная реактивная мощность циркулирует между конденсаторами фильтра звена постоянного напряжения ПЧ и емкостями СФ.

Как видно из рис. 9, действующий ток установившегося режима I_C , потребляемый ЧРЭП из сети (ток обмотки высокого напряжения понижающего трансформатора) слабо зависит от наличия и параметров СФ. Следует констатировать некоторое возрастание I_C при наличии СФ по сравнению с его отсутствием (на 1 – 41 %, большие значения соответствуют меньшей нагрузке АД). Суммарный коэффициент гармонических составляющих сетевого тока k_{IC} [15] также несколько меняется от емкости СФ:

$$k_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1}, \quad (6)$$

здесь нижний индекс при токе означает номер гармоники.

Рис. 10 свидетельствует об эффективности воздействия СФ на гармонический состав тока, а не только напряжения. Характеристики на рис. 8 – 10 получены компьютерным моделированием установившихся режимов работы ЧРЭП.

Заключение

Совокупность полученных при моделировании данных с учётом результатов испытаний на реальном ЧРЭП позволяет сформулировать следующие рекомендации для использования при разработке СФ.

При использовании емкостей СФ, составленных из параллельно соединенных конденсаторов с различными характеристиками, следует принимать в качестве ограничения по току наименьшее из возможных для различных конденсаторов значение удельного тока через емкость.

Целесообразно рассматривать возможность использования у потребителя разных сочетаний номиналов конденсаторов, позволяющих производить настройку ёмкости СФ под кон-

клетные условия эксплуатации. Следует предусматривать возможность эксплуатации СФ как без, так и с демпфирующими резисторами в емкостной части.

Конденсаторы СФ наиболее нагружены током в режиме холостого хода нагрузки. СФ должен обеспечивать возможность работы в длительном режиме при реальном холостом ходе нагрузки, например, АД, во всем диапазоне значений выходного напряжения и частоты ПЧ. Это важно для проведения пусконаладочных работ.

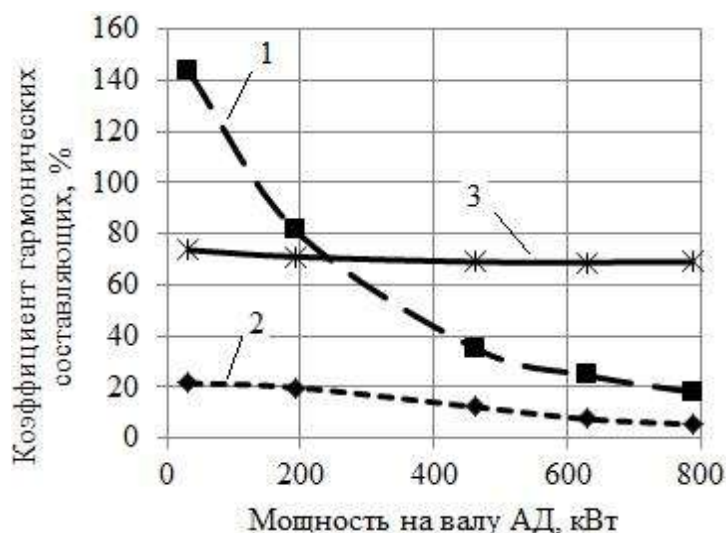


Рис. 10. Расчётные суммарные коэффициенты гармонических составляющих для токов СФ при $f=50$ Гц, $f_n=2,5$ кГц, емкости 2200 мкФ на фазу СФ и включенных гС: 1 – k_{I1} ; 2 – k_{I2} ; 3 – $k_{I3}=k_{I4}$

В СФ не следует использовать емкость большую, чем пригодная для обеспечения полной компенсации реактивной мощности нагрузки. Нарушение этого правила ведет к неоправданному увеличению выходного тока ПЧ и тока через емкости СФ.

Метод расчета действующего значения тока через емкость СФ должен обеспечивать корректный учет вклада широкого спектра высших временных гармоник. Целесообразно для расчета действующего значения тока через емкость проводить компьютерное моделирование установившихся режимов рабо-

ты привода, а для выявления максимальных мгновенных величин тока – динамических режимов.

Снижать удельный ток через емкость СФ за счет увеличения сопротивления демпфирующих резисторов нецелесообразно. Например, двукратное увеличение сопротивления приводит к возрастанию на нем потерь на 83% при снижении удельного тока через емкость СФ лишь на 4%.

Список используемых источников

1. Белоусенко, И.В. Новые технологии и современное оборудование в электроэнергетике газовой промышленности / И.В. Белоусенко, Г.Р. Шварц, С.Н. Великий, М.С. Ершов, А.Д. Яризов. – М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2002. – 300 с.
2. Болотовский, Ю.И. OrCAD 9.x. OrCAD 10.x. Практика моделирования / Ю.И. Болотовский, Г.И. Таназлы. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. – 208 с.
3. Пустоветов, М.Ю. Компьютерное моделирование асинхронных двигателей и трансформаторов. Примеры взаимодействия с силовыми электронными преобразователями / Пустоветов М.Ю., Солтус К.П., Синявский И.В. – Saarbrücken, Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 209 с.
4. Пустоветов, М.Ю. Имитационные модели трехфазного трансформатора / М.Ю. Пустоветов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2011. – № 1-2. – С. 125 – 131.
5. Пустоветов, М.Ю. Математическая и компьютерная модели асинхронного двигателя в трёхфазной системе координат / М.Ю. Пустоветов // Электричество, 2013. – №7 – С. 41 – 45.
6. Озерский, А.И. Компьютерное моделирование асинхронного электропривода с гидромфтой / А.И. Озерский, М.Ю. Пустоветов, В.С. Минаков // Вестник ДГТУ, 2012. – №1 (62). – Т.12. – Вып. 2. – С. 83 – 95.
7. Пустоветов, М.Ю. Теоретическое исследование потенциала нейтральной точки нагрузки и токов утечки в тяговом асинхронном электроприводе электровоза постоянного тока / М.Ю. Пустоветов // Известия Транссиба, 2012. – №4 (12) – С. 116 – 122.
8. Курочка, А.А. Выбор алгоритма широтно-импульсной модуляции в автономном инверторе напряжения промышленного электровоза НРМ2 / А.А. Курочка, Д.А. Кабанов, Л.Д. Лушникова // Вестник ВЭЛНИИ, 2004. – №1. – С. 156 – 163.
9. Пустоветов, М.Ю. Имитационное моделирование частотного пуска и торможения асинхронного электропривода с разомкнутой системой управления/ М.Ю. Пустоветов, И.В. Синявский, А.В. Чубукин // Труды всероссийской научно-практической конференции «Транспорт-2009». – Ростов-на-Дону: РГУПС, 2009. – Ч. 3. – С. 371 – 373.

10. ГОСТ Р 54149-2010. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Стандартинформ, 2012.
11. Kascak, S. Design and analysis for two-stage converter system with AC interlink and sinusoidal output / S. Kascak, T. Kapusta // Conference proceedings. XI Workshop of all branches of electrical engineering, biomedical engineering and applied computer science. XLIV Sesit katedry elektrotechniky / Technical University of Ostrava, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, Department of Electrical Engineering, Ostrava, 2011.
12. Пустоветов, М.Ю. О параметрах фильтров для частотно-регулируемого электропривода с асинхронными двигателями / М.Ю. Пустоветов // Электричество, 2013. - №5 – С. 41 – 44.
13. URL: www.danfoss.com/NR/rdonlyres/27F81E1-3779-4406-8EA0-849044873F59/0/Output_Filters_Design_Guide.pdf (дата обращения: 28.08.2013).
14. Пустоветов, М.Ю. Приближённое определение параметров асинхронных двигателей/ Технологія-2013 : матеріали міжнар.наук.-техн. конф., 26-27 квіт. 2013 р., м. Северодонецьк. Ч. II / [укл. : Тарасов В.Ю.]. – Северодонецьк : [Технол. ін-т Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля (м. Северодонецьк)], 2013. – С. 84 - 86.
15. Черный, А.П. Анализ динамических характеристик частотно-регулируемого электропривода с фильтром на выходе инвертора / А.П. Черный, П.И. Полищук, О.С. Воробейчик // Електротехнічні і енергозберігаючі системи, 2007. – Вип. 2. – С. 5 – 11.

Пустоветов Михаил Юрьевич – канд. техн. наук, доцент, директор НИИЦ «Криотрансэнерго» ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный университет путей сообщения». E-mail: mgsn2006@rambler.ru.

Пустоветов М.Ю. Моделирование характеристик частотно-регулируемого электропривода с синус-фильтром // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 18-26.

Pustovetov M. Yu. Modeling the characteristics of VVVF-drive with a sine-wave filter // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 18-26.

УДК 517.925

АЛГОРИТМЫ ПРИБЛИЖЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ О СИНХРОНИЗАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Юмагулов М.Г., Суюндукова Э.С.

Аннотация. Статья посвящена изучению седло-узловых бифуркаций в нелинейных динамических системах, происходящих вследствие малых периодических внешних воздействий и приводящих к синхронизации периодических колебаний. В основу предлагаемой схемы исследования положен метод функционализации параметра. Предложены и обоснованы алгоритмы конструирования соответствующих функционалов, а также алгоритмы приближенного построения возникающих решений.

Ключевые слова: синхронизация, периодические колебания, бифуркация, динамическая система, седло-узловая бифуркация, функционализация параметра.

ALGORITHMS OF APPROXIMATE STUDY PROBLEMS OF SYNCHRONIZATION PERIODIC OSCILLATIONS OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS

Yumagulov M.G., Suyundukova E.S.

Abstract. The article is devoted to the study of saddle-node bifurcations in nonlinear dynamical systems, which occur as a result of small periodic external influences and lead to the synchronization of periodic oscillations. The basis of the proposed scheme, the study on the method of parameter functionalization. Proposed and justified algorithms construct appropriate functional. We present algorithms for the construction of emerging solutions.

Keywords: synchronization, periodic oscillations, bifurcation, a dynamic system, the saddle-node bifurcation, the functionalization of the parameter

Задачи о синхронизации [1-5] периодических колебаний в нелинейных динамических системах, подверженных периодическому внешнему воздействию, приводят к седло-узловым бифуркациям. Одним из эффективных методов исследования задач о бифуркации является метод функционализации параметра [6], показавший свои достоинства при исследовании транскритических бифуркаций, бифуркаций типа вилки и бифуркации Андронова-Хопфа [7-9]. В то же время, до настоящего времени указанный метод практически не применялся для исследования седло-узловых бифуркаций. В настоящей работе предлагается обоснование метода функционализации параметра для таких бифуркаций в ситуации одно-

мерного и двумерного вырождения линеаризованных уравнений. Приводятся приложения этого метода для задач о синхронизации периодических колебаний.

Рассматривается операторное уравнение

$$x = B(\mu)x + b(x, \mu) + u(\mu), \quad x \in R^N, \quad \mu \in R^m, \quad (1)$$

в котором элементы матрицы $B(\mu)$, функции $u(\mu)$ и $b(x, \mu)$ дважды непрерывно дифференцируемо зависит от параметра μ , нелинейность $b(x, \mu)$ начинается с квадратичных по x слагаемых. Пусть при некотором $\mu = \mu_0$ выполнено равенство $u(\mu_0) = 0$. Тогда уравнение (1) при $\mu = \mu_0$ имеет нулевое решение. Изучается задача о решениях уравнения (1), близких к нулевому, при значениях μ близких к μ_0 .

Возможны следующие 2 случая.

1. Матрица $B(\mu_0)$ не имеет собственное значение 1. Тогда по теореме о неявной функции [1], уравнение (1) имеет единственную непрерывную ветвь решений $x = x^*(\mu)$, определенную при малых $\|\mu - \mu_0\|$ и такую, что $x^*(\mu_0) = 0$.
2. Матрица $B(\mu_0)$ имеет собственное значение. Тогда ситуация сильно усложняется. В этом случае уравнение (1) может вовсе не иметь ненулевых решений при μ близких к μ_0 и $\mu \neq \mu_0$; оно может иметь несколько непрерывных ветвей решений $x^*(\mu)$ таких, что $x^*(\mu_0) = 0$ и т.д.

Значение μ_0 будем называть [1-3, 6] точкой бифуркации уравнения (1), если матрица $B(\mu_0)$ имеет собственное значение 1. Если μ_0 точка бифуркации, то возможны различные сценарии бифуркационного поведения системы (1). Типичным является следующий сценарий: при переходе μ через μ_0 возникают две или более непрерывные ветви ненулевых решений, например, могут возникнуть две ветви $x = x_1^*(\mu)$ и $x = x_2^*(\mu)$, такие, что $x_1^*(\mu_0) = x_2^*(\mu_0) = 0$; такой сценарий называют седло-узловой бифуркацией [2].

Одним из эффективных методов исследования бифуркаций является метод функционализации параметра, предложенный М.А. Красносельским [6]. Этот метод получил свое обоснование для исследования бифуркаций в уравнении (1) при дополнительном предположении, что $u(\mu) \equiv 0$. В этом случае основными сценариями бифуркации являются транскритическая бифуркация, бифуркация типа вилки и бифуркация Андронова-Хопфа.

В настоящей работе дается обоснование метода функционализации параметра для исследования бифуркации типа седло-узел. Этот метод позволяет получать новые признаки бифуркаций и асимптотические формулы для возникающих решений. Приводятся также некоторые приложения в теории нелинейных колебаний.

Случай простого собственного значения

Пусть сначала $B(\mu_0)$ имеет простое собственное значение 1. Коразмерность такой бифуркации равна 1, и поэтому можно считать μ скалярным параметром.

Пусть e и g – собственные векторы матрицы $B(\mu_0)$ и транспонированной матрицы $B^*(\mu_0)$, соответствующие собственному значению 1. Эти векторы выбираются в соответствии с равенствами $\|e\| = 1, (e, g) = 1$. Через $B'(\mu_0)$ обозначим производную матрицы $B(\mu)$ по параметру μ .

Суть метода функционализации параметра состоит в том, чтобы заменить параметр μ некоторым непрерывным функционалом $\mu = \mu(x)$. Правильное конструирование функционала $\mu(x)$ позволяет обнаружить все бифуркационные решения уравнения (1).

Бифуркационные решения $x = x(\mu)$ уравнения (1) обычно возникают вблизи собственного вектора e , при этом ветвь $x = x(\mu)$ касается вектора e в начале координат, т.е. при $\mu = \mu_0$. Поэтому естественно искать эту ветвь решений в окрестности вектора $x_0 = \varepsilon e$, ε – малый параметр. Пусть $\mu = \mu(x)$ – некоторый непрерывный функционал такой, что $\mu(\varepsilon e) = \mu_0$.

Определим множество $M_0 = \{x: \mu(x) = \mu_0\}$. Множество M_0 будет описывать некоторую гиперплоскость, проходящую через точку $x_0 = \varepsilon e$. Гиперплоскость M_0 будет пересекать кривую $x(\mu)$ при μ близких к μ_0 , если выполняется условие $(\mu'(x_0), e) \neq 0$, которое означает, что множество M_0 трансверсально пересекает собственное подпространство E_0 , где E_0 – од-

номерное собственное подпространство матрицы $B(\mu_0)$, отвечающее собственному значению 1. Поэтому функционал $\mu = \mu(x)$ можно выбирать исходя из следующих условий:

- 1) $\mu(x_0) = \mu_0$;
- 2) $(\mu'(x_0), e) \neq 0$.

Ниже для простоты будем считать, что $\mu_0 = 0$. В этом случае в качестве $\mu(x)$ предполагается использовать функционал

$$\mu(x) = (x, g) - \varepsilon,$$

где $\varepsilon \geq 0$ – вспомогательный малый параметр.

Матрицу $B(\mu)$ и функцию $u(\mu)$ представим в виде

$$\begin{aligned} B(\mu) &= B(0) + \mu B'(0) + \mu^2 B''(0) + \tilde{B}(\mu), \\ u(\mu) &= u(0) + \mu u'(0) + \mu^2 u''(0) + \tilde{u}(\mu), \end{aligned}$$

где $\tilde{B}(\mu) = O(\mu^3)$ и $\tilde{u}(\mu) = O(\mu^3)$.

Подставляя $\mu(x)$ в уравнение (1) получим функционализированное уравнение

$$G(x) + W(x) = 0, \quad (2)$$

где

$$G(x) = x - B(0)x - \mu(x)u'(0)$$

$$W(x) = \mu(x)B'(0)x - \mu^2(x)B''(0)x - \tilde{B}(\mu)x - \mu^2(x)u''(0) - \tilde{u}(\mu) - b(x, \mu(x)).$$

Очевидна

Лемма 1. Пусть x^* – решение уравнения (2) при некотором ε . Тогда x^* является решением уравнения (1) при $\mu = (x^*, g) - \varepsilon$.

Уравнение (2) будем изучать на основе метода Ньютона-Канторовича [6, 10]. С этой целью вычислим производную

$$G'(x_0)h = (I - B(0))h - (h, g)u'(0) \quad (3)$$

Лемма 2. Для того, чтобы оператор $G'(x_0): R^N \rightarrow R^N$ был обратим необходимо и достаточно, чтобы выполнялось соотношение

$$(u'(0), g) \neq 0. \quad (4)$$

Пусть выполнено условие (4). Положим $\Gamma = (G'(x_0))^{-1}$. Определим итерации метода Ньютона-Канторовича с возмущениями в виде

$$x_{n+1} = x_n - \Gamma(G(x_n) + W(x_n)), n = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $x_0 = \varepsilon e$.

Можно считать, что нелинейность $b(x, \mu)$ представима в виде

$$b(x, \mu) = b_2(x, \mu) + b_3(x, \mu) + \tilde{b}_4(x, \mu),$$

где $b_2(x, \mu)$ – содержит квадратичные по x слагаемые, $b_3(x, \mu)$ – кубические слагаемые, $\tilde{b}_4(x, \mu) = O(\|x\|^4)$ при $\|x\| \rightarrow 0$.

Теорема 1. Пусть выполнено условие (4). Тогда при всех малых $\varepsilon > 0$ уравнение (2) имеет решение $x^*(\varepsilon)$, к которому сходятся итерации (5) и которые представимы в виде:

$$x^*(\varepsilon) = \varepsilon e + \varepsilon^2 \Gamma b_2(e, 0) + O(\varepsilon^3) \quad (6)$$

При этом уравнение (1) имеет решение $x^*(\varepsilon)$ при $\mu = \mu(\varepsilon)$, где

$$\mu(\varepsilon) = \varepsilon^2 \mu_2 + O(\varepsilon^3); \quad (7)$$

здесь $\mu_2 = -\frac{(b_2(x_0, 0), g)}{(u'(0), g)}$.

Следствие 1. Пусть $(b_2(x_0, 0), g) \neq 0$. Тогда $\mu_2 \neq 0$ и, следовательно, если $\mu_2 > 0$ ($\mu_2 < 0$) то при $\mu > 0$ ($\mu < 0$) вблизи точки равновесия $x = 0$ существует два ненулевых решения (6) уравнения (1), а при $\mu < 0$ ($\mu > 0$) – оно не имеет ненулевых решений вблизи точки $x = 0$.

Случай полупростого собственного значения

Рассмотрим теперь случай, когда $B(\mu_0)$ имеет полупростое собственное значение 1, кратности 2. Коразмерность такой бифуркации равна 2, и поэтому параметр μ в этом случае

естественно считать двумерным $\mu \in R^2$, а именно пусть $\mu = (\alpha, \beta)$, где α и β – скалярные параметры. Тогда уравнение (1) примет вид:

$$x = B(\alpha, \beta)x + b(x, \alpha, \beta) + u(\alpha, \beta), \quad x \in R^N. \quad (8)$$

Обозначим $\mu_0 = (\alpha_0, \beta_0)$. Ниже для простоты будем считать, что $\alpha_0 = 0, \beta_0 = 0$. Как и выше, можно считать, что нелинейность $b(x, \alpha, \beta)$ представляется в виде

$$b(x, \alpha, \beta) = b_2(x, \alpha, \beta) + b_3(x, \alpha, \beta) + \tilde{b}_4(x, \alpha, \beta).$$

Пусть e, g – собственные векторы матрицы $B(0,0)$, а e^*, g^* – собственные векторы транспонированной матрицы $B^*(0,0)$, соответствующие собственному значению 1. Эти векторы можно выбрать исходя из соотношений:

$$(e, e^*) = (g, g^*) = 1, (e, g^*) = (g, e^*) = 0.$$

Для простоты будем предполагать, что $N = 2$, т.е. $B(0,0) = I$, где I – единичная матрица второго порядка. Случай $N > 2$ может быть сведен к случаю $N = 2$ с помощью соответствующих операторов проектирования и использования теорем об инвариантных многообразиях [1, 3].

Для исследования уравнения (8) также используется метод функционализации параметра. Параметры α, β – заменим непрерывными функционалами $\alpha = \alpha(x)$ и $\beta = \beta(x)$. Выбор этих функционалов зависит от функции $u(\alpha, \beta)$. А именно, будем рассматривать случаи:

S1) $u'_\alpha(\alpha_0, \beta_0) \neq 0$ и $u'_\beta(\alpha_0, \beta_0) \neq 0$;

S2) $u'_\alpha(\alpha_0, \beta_0) = 0, u'_\beta(\alpha_0, \beta_0) \neq 0$ или $u'_\alpha(\alpha_0, \beta_0) \neq 0, u'_\beta(\alpha_0, \beta_0) = 0$.

Случай S1

В этом случае функционалы выбираем исходя из следующих условий:

1) $\alpha(x_0) = \alpha_0, \beta(x_0) = \beta_0$;

2) $(\alpha'(x_0), e) \neq 0, (\beta'(x_0), e) \neq 0$.

Предполагается следующие функционалы $\alpha(x) = (x, g) - \varepsilon$ и $\beta(x) = (x, g^*)$; здесь ε – вспомогательный малый параметр. Тогда $\alpha(\varepsilon e) = 0$ и $\beta(\varepsilon e) = 0$. Подставляя их в (8) после несложных преобразований получим уравнение вида (2), в котором

$$G(x) = -u_\alpha(0,0)\alpha(x) - u_\beta(0,0)\beta(x),$$

$$W(x) = -B'_\alpha(0,0)\alpha(x)x - B'_\beta(0,0)\beta(x)x - \tilde{B}(\alpha, \beta)x - \frac{u''_{\alpha\alpha}(0,0)}{2}\alpha^2(x) -$$

$$-\frac{u''_{\beta\beta}(0,0)}{2}\beta^2(x) - \tilde{u}(\alpha, \beta) - b(x, \alpha(x), \beta(x))$$

$\tilde{B}(\alpha, \beta)$ и $\tilde{u}(\alpha, \beta)$ начинаются с кубических по α и β слагаемых. Очевидно, что если x^* – решение уравнения (2), то x^* – решение уравнения (8) при $\alpha = \alpha(x^*)$ и $\beta = \beta(x^*)$.

Лемма 3. Оператор $G(x)$ дифференцируем при $x = x_0 = \varepsilon e$ и его производная Фреше имеет вид

$$G'(x_0)h = -u'_\alpha(h, e^*) - u'_\beta(h, g^*). \quad (9)$$

Отметим, что оператор (9) не зависит от ε .

Лемма 4. Оператор (9) непрерывно обратим тогда и только тогда, когда

$$\gamma = (u'_\alpha, e^*)(u'_\beta, g^*) - (u'_\alpha, g^*)(u'_\beta, e^*) \neq 0. \quad (10)$$

Положим $\Gamma = (G'(x_0))^{-1}$.

Теорема 2. Пусть выполнено условие (10). Тогда при всех малых $\varepsilon > 0$ уравнение (8) имеет решение $x^*(\varepsilon)$, которое представимо в виде

$$x^*(\varepsilon) = \varepsilon e + \varepsilon^2 \Gamma b_2 + O(\varepsilon^3), \quad (11)$$

а соответствующие значения параметров α и β в виде

$$\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^2 \alpha_2 + O(\varepsilon^3), \quad \beta(\varepsilon) = \varepsilon^2 \beta_2 + O(\varepsilon^3) \quad (12)$$

где $\alpha_2 = (\Gamma b_2, e^*)$, $\beta_2 = (\Gamma b_2, g^*)$, $b_2 = b_2(e, 0, 0)$.

В теореме 2 говорится о существовании бифуркационных решений уравнения (2) по направлению вектора e . Для различных векторов e получим различные бифуркационные решения. При этом каждому e отвечает гладкая ветвь $\alpha = \alpha(\varepsilon), \beta = \beta(\varepsilon)$ в плоскости пара-

метров начинающиеся в точке (α_0, β_0) . Таким образом, условие (10) является достаточным признаком седло-узловой бифуркации уравнения (8) при $\alpha = 0$ и $\beta = 0$.

Случай S2

Пусть для простоты $u'_\alpha(\alpha_0, \beta_0) = 0, u'_\beta(\alpha_0, \beta_0) \neq 0$. В этом случае естественно требовать выполнения условий:

- 1) $\alpha(x_0) = \alpha_0, \beta(x_0) = \beta_0$;
- 2) $(\alpha'(x_0), e) \neq 0, (\beta'(x_0), e) \neq 0$;
- 3) $|\alpha'(x)| \gg 1$.

Аналогично в уравнении (8) параметры α, β заменим непрерывными функционалами

$$\alpha(x) = \frac{1}{\varepsilon}(x, e^*) - 1, \quad \beta(x) = (x, g^*).$$

Подставляя функционалы $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ в (8), получим уравнение вида (2), где

$$G(x) = -B'_\alpha(0,0)\alpha(x)x - u'_\beta(0,0)\beta(x),$$

$$W(x) = -B'_\beta(0,0)\beta(x)x - \tilde{B}(\alpha, \beta)x - \frac{u''_{\beta\beta}(0,0)}{2}\beta^2(x) - \tilde{u}(\alpha, \beta) - b(x, \alpha(x), \beta(x)).$$

Лемма 5. Оператор $G(x)$ дифференцируем при $x = x_0 = \varepsilon e$ и его производная Фреше имеет вид

$$G'(x_0)h = -B'_\alpha(h, e^*) - u'_\beta(h, g^*). \quad (13)$$

Лемма 6. Оператор (13) непрерывно обратим тогда и только тогда, когда

$$\gamma = (B'_\alpha, e^*)(u'_\beta, g^*) - (B'_\alpha, g^*)(u'_\beta, e^*) \neq 0. \quad (14)$$

Положим $\Gamma = (G'(x_0))^{-1}$.

Теорема 3. Пусть выполнено условие (14). Тогда при всех малых $\varepsilon > 0$ уравнение (2) имеет решение $x^*(\varepsilon)$, которое представимо в виде

$$x^*(\varepsilon) = \varepsilon e + \varepsilon^2 \Gamma b_2((e, 0) + O(\varepsilon^3)), \quad (15)$$

а соответствующие значения параметров α и β в виде

$$\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^2 \alpha_2 + O(\varepsilon^3), \quad \beta(\varepsilon) = \varepsilon^2 \beta_2 + O(\varepsilon^3), \quad (16)$$

где $\alpha_2 = (\Gamma b_2, e^*)$ и $\beta_2 = (\Gamma b_2, g^*)$.

Седло-узловая бифуркация в периодической задаче для динамических систем

Рассмотрим теперь зависящую от скалярного или векторного параметра μ динамическую систему, описываемую дифференциальным уравнением

$$x' = A(\mu)x + a(x, \mu, t) + f(\mu, t), \quad x \in R^N, \quad (17)$$

в котором $a(x, \mu, t)$ и $f(\mu, t)$ – это гладкие по совокупности переменных функции, являющиеся T -периодическими по t : $a(x, \mu, t+T) \equiv a(x, \mu, t)$ и $f(\mu, t+T) \equiv f(\mu, t)$. Функция $a(x, \mu, t)$ начинается с квадратичных по x слагаемых. Также предполагается, что при некотором $\mu = \mu_0$ функция $f(\mu, t)$ удовлетворяет условию $f(\mu_0, t) \equiv 0$, а матрица $A(\mu_0)$ имеет собственное значение $\pm \frac{2\pi ki}{qT}$.

Изучается задача о периодических решениях уравнения (17) с периодом кратным T , т.е. с периодом qT , где $q \geq 1$. Для исследования этой задачи перейдем к операторному уравнению

$$x_0 = e^{qTA(\mu)}x_0 + e^{qTA(\mu)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\mu)} (a(x(s), \mu, s) + f(\mu, s))ds, \quad (18)$$

где $x_0 \in R^N$, $x(t)$ – решение задачи Коши для уравнения (17) с начальным условием $x(0) = x_0$.

Уравнение (18) – это уравнение вида

$$y = B(\mu)y + b(y, \mu) + u(\mu), \quad (19)$$

где $y \in R^N$, $B(\mu) = e^{qTA(\mu)}$, $u(\mu) = e^{qTA(\mu)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\mu)} f(\mu, s)ds$, нелинейность $b(y, \mu) = e^{qTA(\mu)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\mu)} a(x(s), \mu, s)ds$, здесь $x(t)$ – решение задачи Коши для уравнения (17) с начальным условием $x(0) = y$.

Матрица $B(\mu_0)$ имеет полупростое собственное значение 1 кратности 2. Пусть e, g – соответствующие собственные векторы матрицы $B(\mu_0)$, а e^*, g^* – собственные векторы

транспонированной матрицы $B^*(\mu_0)$, соответствующие собственному значению 1. Эти векторы можно выбрать исходя из соотношений: $(e, e^*) = (g, g^*) = 1, (e, g^*) = (g, e^*) = 0$.

Для простоты будем предполагать, что $N = 2$, т.е. $B(\mu_0) = I$, где I – единичная матрица второго порядка. Пусть, далее, параметр μ является двумерным, т.е. $\mu = (\alpha, \beta)$, где α и β – скалярные параметры. Тогда получим уравнение (19) является уравнением вида (8). Поэтому здесь верен аналог теоремы 2. При этом в аналоге условия (10) значения u'_α и u'_β равны:

$$\begin{aligned} u'_\alpha(\alpha_0, \beta_0) &= e^{qTA(\alpha_0, \beta_0)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\alpha_0, \beta_0)} f'_\alpha(\alpha_0, \beta_0, s) ds, \\ u'_\beta(\alpha_0, \beta_0) &= e^{qTA(\alpha_0, \beta_0)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\alpha_0, \beta_0)} f'_\beta(\alpha_0, \beta_0, s) ds. \end{aligned}$$

Таким образом, условие (10) приводит к следующему сценарию бифуркации уравнения (19): для малых $\varepsilon > 0$ существует непрерывная ветвь $y = y^*(\varepsilon)$ ненулевых решений уравнения (19) при $\alpha = \alpha(y^*(\varepsilon))$ и $\beta = \beta(y^*(\varepsilon))$. При этом $\alpha(y^*(\varepsilon)) \rightarrow \alpha_0$ и $\beta(y^*(\varepsilon)) \rightarrow \beta_0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Уравнение Ван-дер-Поля

Рассмотрим уравнение Ван-дер-Поля вида

$$x'' - \mu(1 - x^2)x' + \nu^2 x = f(t, \mu), \quad (20)$$

зависящее от параметров μ и ν , в котором $f(t, \mu)$ – некоторая периодическая функция, удовлетворяющая условию $f(t, 0) \equiv 0$. Уравнение (20) при $\mu = 0$ является уравнением гармонического осциллятора $x'' + \nu^2 x = 0$, собственные колебания которого имеют частоту ν . Частота вынуждающей силы $f(t, \mu)$ равна $\omega = \frac{2\pi}{T}$. При значениях μ и ν , близких к $\mu_0 = 0$ и $\nu_0 = \frac{\omega}{q}$ (здесь $\omega = \frac{2\pi}{T}$.) соответственно, возможно возникновение малых периодических колебаний периода qT уравнения (20); в этом случае говорят [3, 4] о субгармоническом резонансе, а возникающие решения – субгармоническими колебаниями.

Задача о синхронизации на субгармониках приводит к задаче о седло-узловой бифуркации соответствующего операторного уравнения. Переход к операторному уравнению может быть осуществлен по следующей схеме. Уравнение (20) представляется в виде:

$$y' = A(\mu, \nu)y + u(\mu, y) + g(\mu, t), \quad (21)$$

где

$$A(\mu, \nu) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\nu^2 & \mu \end{bmatrix}, u(\mu, y) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\mu y_1^2 y_2 \end{bmatrix}, g(\mu, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ f(\mu, t) \end{bmatrix}.$$

Периодические решения периода qT системы (21) определяются из уравнения

$$y = e^{qTA(\mu, \nu)} y + e^{qTA(\mu, \nu)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\mu, \nu)} (u(y(s)) + g(\mu, s)) ds,$$

где $y(t)$ – это решение задачи Коши для дифференциального уравнения (21) при начальном условии $y(0) = y$. А именно, если вектор $y \in R^2$ является решением указанного уравнения, то он является начальным вектором qT -периодического решения $y(t)$ уравнения (21) и наоборот.

Полагая

$$\begin{aligned} B(\mu, \nu) &= e^{qTA(\mu, \nu)}, b(y, \mu, \nu) = e^{qTA(\mu, \nu)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\mu, \nu)} u(y(s)) ds, \\ a(\mu, \nu) &= e^{qTA(\mu, \nu)} \int_0^{qT} e^{-qsA(\mu, \nu)} g(\mu, s) ds, \end{aligned}$$

придем к следующему операторному уравнению

$$y = B(\mu, \nu)y + b(y, \mu, \nu) + a(\mu, \nu). \quad (22)$$

Из теоремы 2 получим, что верна

Теорема 4. Пусть выполнено условие

$$\rho = (B'_\nu, e^*)(a'_\mu, g^*) - (B'_\nu, g^*)(a'_\mu, e^*) \neq 0. \quad (23)$$

Тогда пара чисел (μ_0, ν_0) является точкой синхронизации на субгармониках периода qT уравнения Ван-дер-Поля (20). А именно, существуют определенные при малых $\varepsilon \geq 0$ непрерывные функции $\mu = \mu(\varepsilon)$ и $\nu = \nu(\varepsilon)$ такие, что $\mu(0) = 0$ и $\nu(0) = \nu_0$, и уравнение (20) при $\mu = \mu(\varepsilon)$ и $\nu = \nu(\varepsilon)$ имеет нестационарные qT -периодические решения $x(t, \varepsilon)$ такие, что $\max_t |x(t, \varepsilon)| \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Для функций $\mu(\varepsilon)$, $\nu(\varepsilon)$ и $x(t, \varepsilon)$ могут быть получены приближенные формулы. Число ρ , определенное равенством (23), для конкретных правых частей уравнения (20) может быть эффективно вычислено. Например, если $f(t, \mu) = \mu \sin \omega t$, то $\rho = \frac{4\pi q^2}{\omega^2}$ и, следовательно, в этом случае пара чисел (μ_0, ν_0) является точкой синхронизации на субгармониках периода qT уравнения Ван-дер-Поля (20).

Заключение

В статье предложено обоснование метода функционализации параметра для изучения седло-узловых бифуркаций как в общей операторной постановке, так и применительно к нелинейным динамическим системам. Предложены и обоснованы алгоритмы конструирования соответствующих функционалов. Получены новые признаки таких бифуркаций, предложены приближенные аналитические формулы для бифуркационных решений. В качестве приложения рассмотрены задачи о синхронизации малых периодических колебаний, происходящих в нелинейной динамической системе вследствие периодических внешних воздействий. Приводятся алгоритмы приближенного построения возникающих периодических решений. Получены новые признаки синхронизации периодических колебаний в уравнении Ван-дер-Поля.

Список используемых источников

1. Гукенхеймер, Дж. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Дж. Гукенхеймер, Ф. Холмс. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 559 с.
2. Каток, А.Б. Введение в теорию динамических систем / А.Б. Каток, Б. Хасселблат. – М.: МЦНМО, 2005. – 464 с.
3. Шильников, Л.П. Методы качественной теории в нелинейной динамике. / Л.П. Шильников, А.Л. Шильников, Д.В. Тураев, Л. Чуа. – М.- Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2009. – Ч. 2. – 548 с.
4. Магницкий, Н.А. Теория динамического хаоса / Н.А. Магницкий. – М.: ЛЕНАНД, 2011. – 320 с.
5. Luo, A.C.J. Regularity and Complexity in Dynamical Systems / A.C.J. Luo. – New York: Springer, 2011.
6. Красносельский, М.А. Геометрические методы нелинейного анализа / М.А. Красносельский, П.П. Забрейко. – М.: Наука, 1975. – 511 с.
7. Вышинский, А.А. Операторный метод приближенного исследования бифуркации о многопараметрических динамических системах / А.А. Вышинский, Л.С. Ибрагимова, С.А. Муртазина, М.Г. Юмагулов. // Уфимский математический журнал. – 2010. – Т. 2, № 4. – С. 3-26.
8. Guckenheimer, J. Periodic orbit continuation in multiple time scale systems / J. Guckenheimer, M. D. Lamar. // "Numerical Continuation Methods for Dynamical Systems: Path Following and Boundary Value Problems" (eds B. Krauskopf, H.M. Osinga and J. Galan-Vioque) – Berlin: Springer, 2007. – Pp. 253 – 268.
9. Appelbe, B. Hopf bifurcation in a van der Pol type oscillator with magnetic hysteresis / B. Appelbe, D. Rachinskii, A. Zhezherun. // Physica B. – 2008. – 40 2-3. – Pp. 301 – 304.
10. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 570 с.

Юмагулов Марат Гаязович – д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедры дифференциальных уравнений ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет». E-mail: yum_mg@mail.ru.

Суюндукова Эльвира Сальмановна – аспирант ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет». E-mail: suyundukova89@mail.ru.

Юмагулов М.Г., Суюндукова Э.С. Алгоритмы приближенного исследования задач о синхронизации периодических колебаний нелинейных динамических систем // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 26-32.

Yumagulov M.G., Suyundukova E.S. Algorithms of approximate study problems of synchronization periodic oscillations of nonlinear dynamical systems // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 26-32.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАКАЛОЧНЫХ СТРУКТУР В НИЗКОУГЛЕРОДИСТОЙ ЛЕГИРОВАННОЙ СТАЛИ МАРКИ Св-08Г2С

Сычков А.Б., Шекшеев М.А., Зайцев Г.С., Малашкин С.О.

Аннотация. Проанализированы современные математические методы моделирования технологических процессов, отмечена актуальность применения для моделирования технологических процессов наиболее старого из этих методов – статистического. В настоящей статье использован классический регрессионно-корреляционный анализ для оценки влияния химического состава (углеродного эквивалента – $C_{\text{э}}$, отношения бора к азоту – B/N) низкоуглеродистой легированной стали ферритно-мартенситного класса Св-08Г2С сварочного назначения на формирование в катанке из вышеуказанной стали закалочных структур – бейнитно-мартенситных участков (БМУ). Показано, что умелое применение этого статистического метода с дифференцированием исходного массива данных по определенным диапазонам значений $C_{\text{э}}$ может выявить из хаотической картины полного распределения на координатной сетке значений функции отклика на всем массиве данных наличие статистически значимых зависимостей в отдельных диапазонах значений независимых факторов с достаточно высокой точностью и адекватностью реальным данным технологического процесса. В результате математического моделирования с применением метода наименьших квадратов (МНК) установлен параболический характер зависимости БМУ от параметров ($C_{\text{э}}$ и B/N) химического состава стали Св-08Г2С. На определенных диапазонах значений зависимых переменных такие зависимости линеаризованы и подтверждают физический смысл влияния химического состава стали на образование БМУ и последующую низкую деформируемость катанки при волочении на метизном переделе. Установлен эффективный химический состав ($C_{\text{э}} \leq 0,550, B/N = 0,85 \pm 0,15$), при котором количество БМУ в катанке, а соответственно и обрывность проволоки при волочении, минимизируется. Подтверждено, что правильно применяя методы математической статистики, возможно получить объективную картину процесса и эффективно управлять этим технологическим процессом.

Ключевые слова: математическое моделирование, статистические методы, регрессионно-корреляционный анализ, метод наименьших квадратов, точность, адекватность, бейнитно-мартенситные участки, химический состав, сталь, обрывность, управление, процесс.

STATISTICAL STUDIES OF THE FORMATION OF HARDENING STRUCTURES LOW-CARBON ALLOY STEEL SV-08G2S

Sychkov A.B., Sheksheev M.A., Zaitsev G.S., Malashkin S.O.

Abstract. Analyzed advanced mathematical modeling of technological processes, noted the relevance of the application to simulate the processes of the oldest of these methods - statistical. In this paper, the classical regression used for the correlation analysis to evaluate the influence of the chemical composition (carbon equivalent – C_{qv} , the relationship of boron to nitrogen - B/N) low-carbon doped of ferritic- martensitic steel grade Sv – 08G2S welding appointment to the formation of a wire rod from above- zannoy hardening steel structures-bainitic-martensitic areas. It is shown that the skillful application of this statistical method with the differentiation of the original array of data on certain ranges of Se may reveal a chaotic picture of the full distribution on a grid of values of the response function of the entire data set a statistically significant relationship in some ranges of values of the independent factors with high accuracy and the adequacy of the real data of the process. As a result of mathematical modeling using the method of least squares is set parabolic character of the dependence of the parameters of the bainitic-martensitic areas C_{qv} (and B/N) of the chemical composition of the steel Sv-08G2S. In certain ranges of values of the dependent variables, such relationships linearized and confirm the influence of the physical meaning of the chemical composition of the steel in the bainitic-martensitic areas and the subsequent formation of a low deformability of the rod at drawing on metiz-rated redistribution. The efficiency of chemical composition ($C_{\text{qv}} \leq 0,550, B/N = 0,85 \pm 0,15$), in which the number of bainitic-martensitic areas in the wire rod, and thus the wire breakage during drawing is minimized. It is confirmed that correctly applying statistical methods may get an objective picture of the process and manage this process.

Keywords: mathematical modeling, statistical methods, regression-correlation analysis, least squares method, the accuracy, adequacy, bainitic-martensitic areas, chemical composition, steel, open-ties, management, process.

Введение

В настоящее время широко развиты и применяются методы математического моделирования технологических процессов (сетевые, линейное, динамическое прогнозирование, DEFORM 3D, метод конечных элементов, непараметрическая статистика, оптимизационные методы, методы Тагучи и др.) [1-6]. Однако, до сих пор остается мощным исследовательским методом классическая статистика – вычисление статистических характеристик выборки, отсеивание незначимых факторов, корреляционно-регрессионный анализ и т.п. Наличие элементарных знаний по статистической математике и умение их использовать на практике обуславливает получение четких зависимостей функции отклика (зависимой переменной – Y) от независимых факторов (X -ов – химический состав стали, технологические параметры и т.п.), когда, с первого взгляда, между ними нет никакой зависимости. Особенно это относится к многофакторным статистическим математическим зависимостям как линейным, так и нелинейным [5, 6].

Методы исследования. Технические и технологические разработки

Обычно на первом этапе исследования анализируются несколько однофакторных зависимостей одной зависимой переменной (Y) от одного независимого аргумента (X). При этом может быть выявлено наличие зависимости Y от X -ов – как линейная, так и нелинейная. В этом случае достаточно легко подобрать вид уравнения (прямая, парабола, гипербола и т.п.). Однако, очень часто наблюдается ситуация, когда невозможно установить какую-либо связь по однофакторной зависимости – на плоскости координат $X - Y$ имеются хаотично расположенные точки, которые не могут быть описаны ни функциональной, ни статистической закономерностью. Многие неопытные исследователи делают в этом случае неверный вывод об отсутствии статистически значимой связи между Y и X . Действительно, эта картина представляет собой картинку типа «звездное небо», причем на нем (на таком «звездном небе») отсутствуют зачастую даже какие-либо упорядоченные образования (типа отдельных «со звездий»).

В этом случае стоит рассмотреть влияние на функцию отклика не одного, а нескольких факторов, даже вопреки устоявшемуся у таких исследователей мнению, что следует заставить все факторы на постоянном уровне и изменять только один фактор для изучения его влияния на функцию отклика.

Многофакторное исследование может быть проведено как путем построения методом наименьших квадратов (МНК), например, многофакторной регрессионной зависимости, так и путем разбивания и группирования некоторых независимых факторов на отдельные более узкие интервалы с выявлением зависимости между Y и X в этих интервалах. При более полном математическом исследовании возможно применение сложных методов математической статистики таких, как оптимизационные методы, непараметрическая статистика, методы Тагучи и т.п. [3-6].

Результаты исследований и их обсуждение

Ниже приводится пример статистической обработки данных по сварочной легированной катанке из стали Св-08Г2С на одном металлургическом заводе при исследовании влияния на формирование бейнитно-мартенситных участков (БМУ) в зависимости от параметров химического состава стали – углеродного эквивалента (C_3) и отношения бора к азоту (B/N). Это очень важно для этого класса катанки сварочного назначения из стали ферритно-мартенситного класса, так как излишнее количество БМУ обуславливает обрывность такой катанки, особенно при безотжиговом волочении [7-10].

На рис. 1 представлено распределение зависимостей БМУ от отношения B/N (рис. 1, а) и C_3 (рис. 1, б) на общей выборке объемом $n=432$ для стали как микролегированной бором, так без микролегирования бором.

Анализ данных рис. 1 показывает, что визуально какой-либо зависимости между функцией отклика (БМУ) и независимыми факторами B/N и C_3 на таком «звездном небе» установить затруднительно. Общая характеристика исходного массива данных приведена в табл. 1.

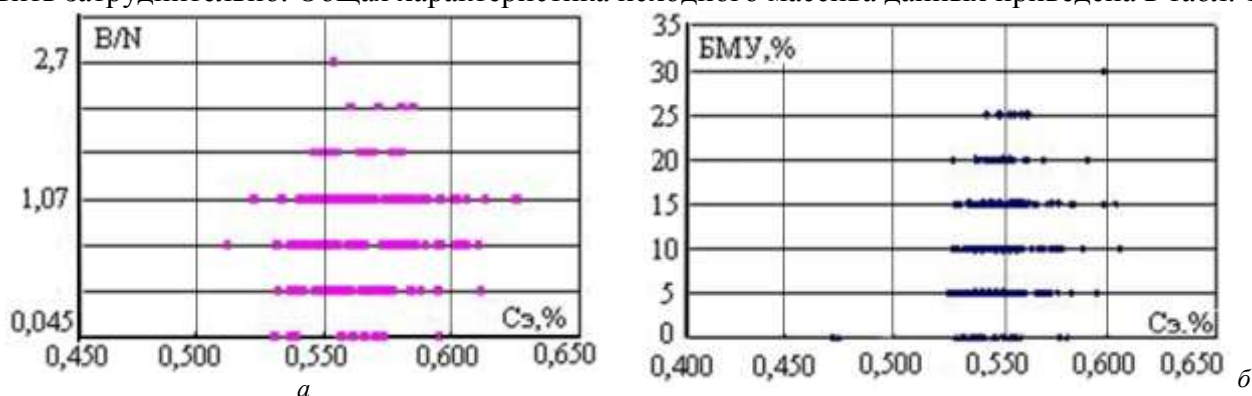


Рис. 1. Зависимость количества БМУ от отношения B/N (а) и C_3 (б)

Для анализа влияния B/N и C_3 на количество БМУ использовался линейный регрессионный анализ (метод наименьших квадратов), для представления данных анализа в графическом виде – пакеты анализа программы *Excel*.

Были получены графические зависимости влияния B/N и C_3 на количество БМУ приведены на рис. 2 и 3, из которых видно, что БМУ зависит от отношения B/N и C_3 по параболической кривой с минимумом приблизительно на уровне значений $B/N = 0,8$. Причем для C_3 параболу в границах изменения диапазона X -ов можно аппроксимировать прямой линией. Этот вывод подтверждает ранее полученные данные в работах [7, 9, 10].

Для установления характера совместного влияния B/N и C_3 на количество БМУ в стали был проведен регрессионный анализ исходного массива данных и получены следующие функции отклика (уравнения 1-3 соответственно) для определения количества БМУ в исследуемой катанке:

$$БМУ = -53,5 + 3,3(B/N) + 107,9 \cdot C_3, \quad (1)$$

$$БМУ = -50,5 + 1,4(B/N)^2 + 106 \cdot C_3, \quad (2)$$

$$БМУ = -52 + 2,9B/N + 108,7 \cdot C_3 - 2,7(B/N) \cdot C_3, \quad (3)$$

где – B/N и C_3 являются параметрами оптимизации.

Таблица 1

Сводная таблица показателей B/N , C_3 и количества БМУ*

Параметры	Показатели			
	БМУ, %	B/N	C_3	(B/N)
X_{min}	0	0,045	0,474	0,02
X_{max}	35	267	0,698	7,29
X_{cp}	9,04	1607	0,55	1,22
S	5,75	0,28	0,018	0,67
R	35	2,655	0,224	7,27
N	432	432	432	432

*В табл. 1 введены обозначения: X_{min} – минимальное значение; X_{max} – максимальное значение; X_{cp} – среднее значение; S – среднеквадратическое отклонение; R – разбег; n – количество плавков в выборке. Углеродный эквивалент (C_3) рассчитан по формуле: $C_3 = C + Mn/5 + Si/7 + (Cr+Ni+Cu)/12$.

Полученные уравнения исследовали на предмет их степени линейности, адекватности и точности. Основные параметры статистической оценки уравнений приведены в табл. 2. При $F_{расч} > F_{табл}$ полученные зависимости (1-3) является адекватными и между результативным признаком (функцией отклика – БМУ) и факторными признаками (B/N ; C_3) существует статистически значимая взаимосвязь. Линейность уравнений (1-3) подтверждают значения коэффициента множественной корреляции R и детерминации R^2 , а точность – значением $S_{ост}$.

Влияние независимых факторов (B/N ; C_3) на количество БМУ в соответствии с уравнениями (1-3) приведено в табл. 3.

Анализ показывает, что фактически все три уравнения имеют одинаковые значения множественного коэффициента корреляции (детерминации) и остаточного среднеквадратического отклонения, по адекватности (критерий Фишера) уравнений реальным данным имеется некоторое различие – наиболее адекватно уравнение (2), затем незначительно менее адекватно уравнение (1) и на третьем месте – уравнение (3).

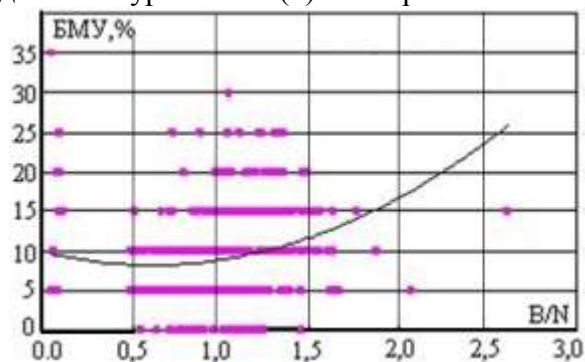


Рис. 2. Влияние отношения B/N на количество БМУ:
 $R = 0,24$ и $БМУ = 4,41 \cdot B/N^2 - 5,4 \cdot B/N + 9,898$

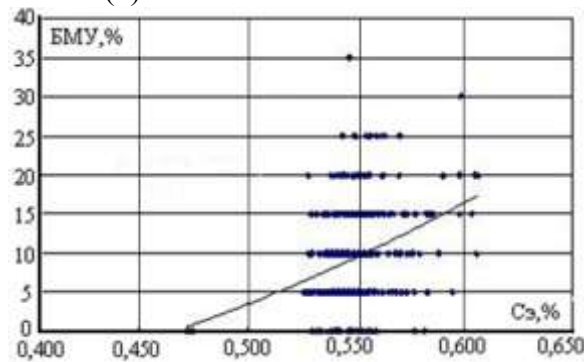


Рис. 3. Влияние углеродного коэффициента C_3 на количество БМУ: $R = 0,34$ и $БМУ = 204,6 \cdot C_3^2 - 95,33 C_3$

Таблица 2

Статистические параметры уравнений

	Статистические оценки адекватности				
	Критерий Фишера		Коэффициент множественной корреляции		Остаточное стандартное отклонение функции отклика $S_{ост}$
	$F_{расч}$	$F_{табл}$	$R_{расч}$	$R_{табл}$	
Уравнение 1	32,65	2,99	0,37	0,10	9,3
Уравнение 2	32,80		0,37		9,3
Уравнение 3	21,9		0,37		9,3

Ниже приводится графическая интерпретация вышеизложенных результатов исследования исходной выборки объемом $n=432$ в виде гистограмм (рис. 4 – 7).

На рис. 4 приведены изменения значений БМУ, B/N и C_3 по периодам (годам) производства. Принимая во внимание значительное влияние углерода и основных легирующих элементов на структурообразование и, особенно, на формирование БМУ в исследуемой кан-

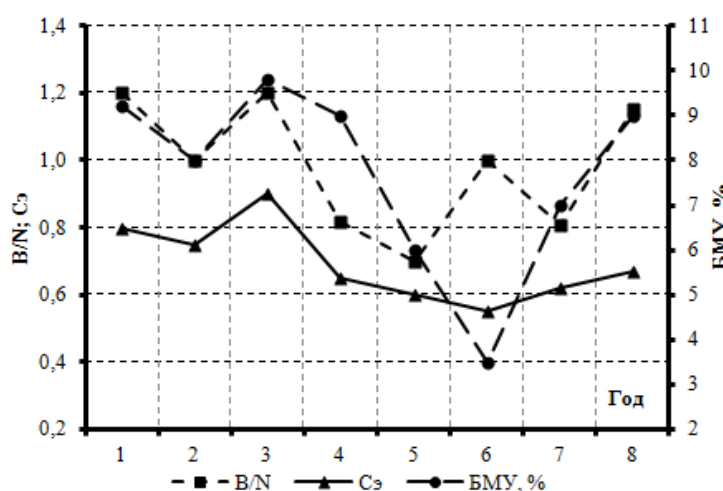


Рис. 4. Динамика изменений среднегодовых показателей B/N , C_3 и количества БМУ

танке, был проведён сравнительный анализ влияния B/N на количество БМУ в определенных интервалах значений C_3 . Для этого весь анализируемый массив сначала был разбит на 4 основных диапазона значений C_3 (первый и последний диапазоны значений C_3 были укрупнены по причине малого объёма данных).

Таким образом, гистограммы распределения среднего количества БМУ в зависимости от значения B/N были построены в следующих диапазонах C_3 : I – 0,520-0,539; II – 0,540-0,549; III – 0,550-0,559; IV – 0,560-0,610 (рис. 5 и 6). По оси абсцисс откладывались диапазоны значений B/N ,

по оси ординат – средние значения количества БМУ, подсчитанные как среднее из всех значений БМУ плавок данного диапазона B/N в соответствующем интервале значений C_3 .

Гистограммы распределения количества БМУ в зависимости от отношения B/N на базе всего массива (432 плавок) анализируемой выборки приведены на рис. 7. Диапазоны изменения отношения B/N были выбраны таким образом, чтобы средний диапазон соответствовал установленному заводской НД оптимальному уровню $B/N=0,8\pm0,15$ (0,650-0,950), а диапазоны слева или справа соответствовали значениям ниже или выше его.

Таблица 3

Влияние независимых факторов на количество БМУ в катанке Св-08Г2С

Функция отклика (БМУ)	Вклад факторов в функцию отклика, %			
	$X_1 (B/N)$	$(B/N)^2$	$X_2 (C_3)$	$X_3 (B/N) \times (C_3)$
Уравнение 1	5,6	–	94,4	–
Уравнение 2	–	3,0	97,0	–
Уравнение 3	4,9	–	92,4	2,7

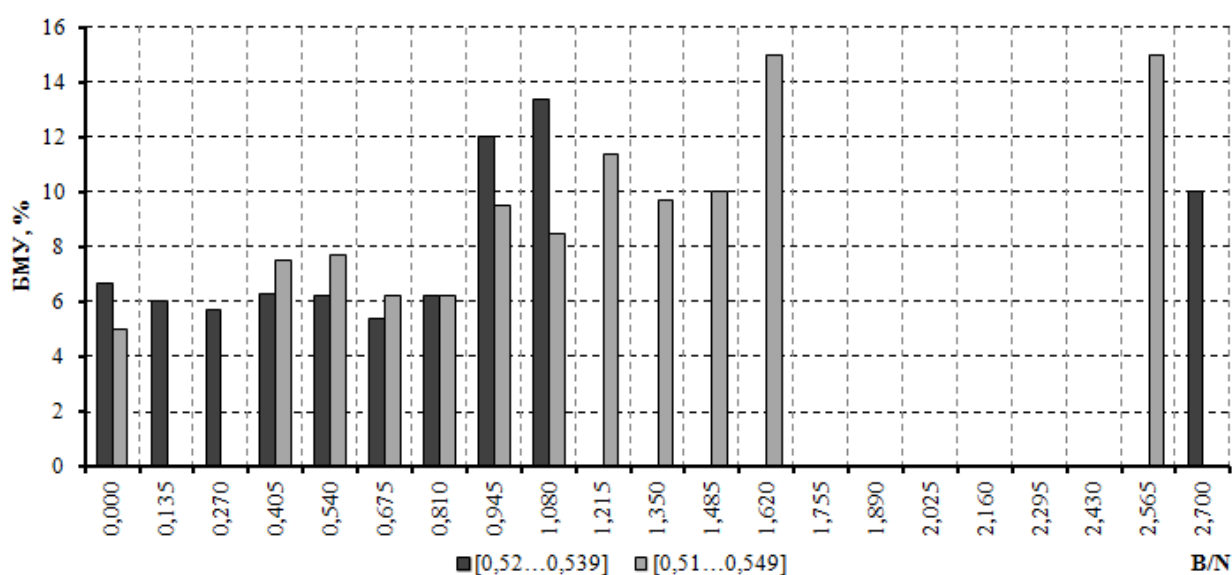


Рис. 5. Распределение количества БМУ в зависимости от значений B/N

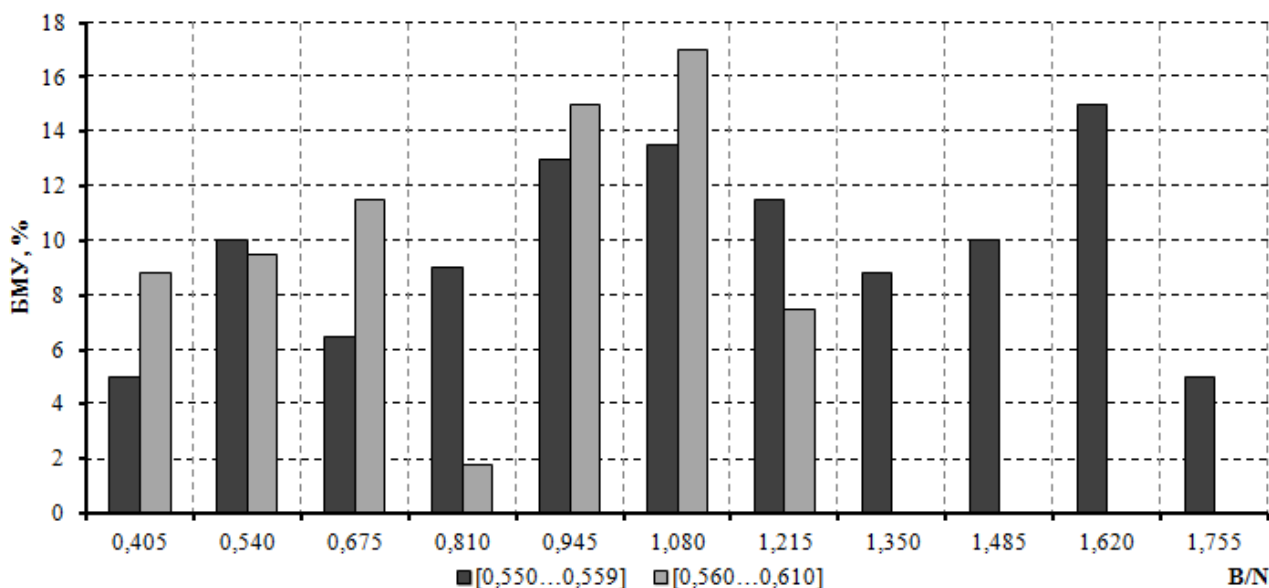


Рис. 6. Распределение количества БМУ в зависимости от значений B/N

На оси ординат откладывались средние значения количества БМУ, подсчитанные как среднее из всех значений БМУ плавок, входящих в данный диапазон B/N . Анализ данных, представленных на рис. 4 – 7 показывает следующее:

- а) начиная с 4-ого исследуемого года, наблюдается устойчивая тенденция поддержания значений C_s на установленном заводской НД оптимальном уровне ($C_s \leq 0,550\%$), что свидетельствует, в основном, о минимизации основных упрочняющих элементов выплавляемой стали;
- б) наблюдается большое варьирование значений B/N по годам; можно отметить некую «циклическость» в изменении этих значений: низкие значения B/N чередуются с высокими (0,836 и 1,012 за 5 и 6 гг и 0,828 и 1,187 за 7 и 8 гг);
- в) установленное заводской НД оптимальное значение соотношения B/N ($B/N=0,8\pm 0,15$) было достигнуто только в 5 и 7 гг (в среднем 0,836 и 0,828 соответственно). Именно в эти годы микроструктура катанки характеризовалась наименьшим количеством БМУ (7 и 8%). Наиболее высокие значения B/N в 3 и 8 г.г. (1,201 и 1,187 соответственно) способствовали образованию в стали значительного количества БМУ – до 12 %. Данные металлографических исследований вышеуказанных лет показывают, что в образцах 33-ти плавов из 99-ти (33%) в 3 г. и 13-ти из 40 плавов (33%) в 8 г. преобладающими структурами в катанке являются феррит и БМУ;
- г) в интервале значений $B/N = 0,135-2,70$ наблюдается значительное увеличение среднего содержания БМУ при высоких значениях C_s ($C_s - 0,560-0,610$). Минимальное значение БМУ (в среднем) в этом диапазоне составляет 9,5%, в 3-х других исследуемых диапазонах ($C_s - 0,520-0,559$) – 5% соответственно. Аналогичная зависимость имеется и для максимальных значений: наиболее высокое среднее значение количества БМУ в катанке (20%) получено при высоких значениях C_s ($C_s - 0,560-0,610$); максимальное значение БМУ в других исследуемых диапазонах C_s ($C_s - 0,520-0,559$) не превышает 15%;
- д) во всем диапазоне изменений C_s наименьшее среднее значение БМУ (7,2%) наблюдается в диапазоне значений B/N , соответствующему установленному заводской НД оптимальному уровню $B/N=0,8\pm 0,15$ (0,650-0,950); среднее количество БМУ в диапазоне $B/N < 0,650$ превышает это значение в 1,7 раза (13,3 %), а в диапазоне $B/N > 0,950$ – в 1,4 раза (10,1 %) соответственно.

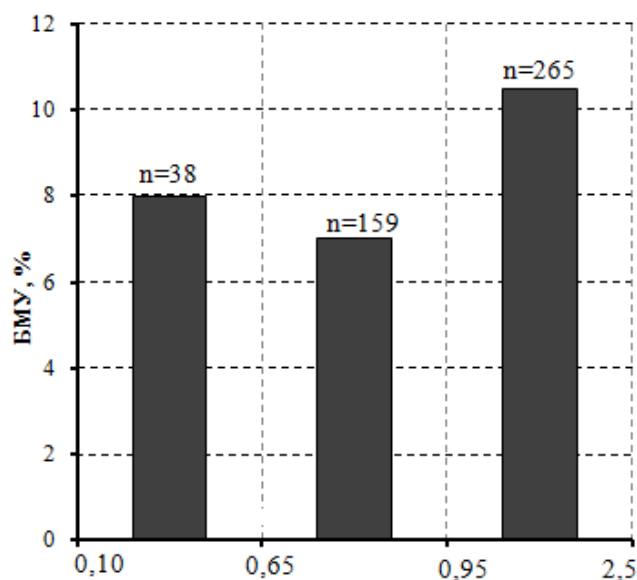


Рис. 7. Гистограмма распределения количества БМУ в зависимости от диапазона значений B/N . C_s по диапазонам B/N соответственно равняется – 0,530-0,605 при среднем 0,570; 0,527-0,575 и 0,543; 0,525-0,610 и 0,549 %

Такое поведение БМУ в зависимости от отношения B/N можно объяснить тем, что, во-первых, при низких значениях этого отношения наблюдается достаточное количество свободного, несвязанного количества азота, который в позиции атомов внедрения искажает кристаллическую решетку стали и тем самым, по-видимому, наряду с водородом, способствует развитию мартенситного превращения.

Поэтому в легированной стали сварочного назначения и формируется повышенное количество БМУ.

Во-вторых, при высоких содержаниях этого отношения в стали находится бор в свободном состоянии, инициирующий повышенную прокаливаемость металла.

е) Установлено взаимовлияние комплексных показателей химического со-

става C_s и B/N на среднее количество БМУ в исследуемой катанке. В общем, наименьшие средние значения БМУ (5-9%) наблюдались при различных, широко варьируемых значениях C_s и B/N , однако, если при низких значениях C_s (0,520-0,529) минимальные средние значения БМУ (5,0-8,0%) могут быть получены в достаточно широком интервале значений B/N (0,540-

1,350); то при высоких значениях C_3 (0,550-0,559) те же значения БМУ (5,0-7,7 %) наблюдались в весьма узком диапазоне B/N – 0,540-0,850.

Определенный интерес представляло дополнительное исследование части исходной выборки, которая включала бы только данные для плавок стали, микролегированной бором, то есть с исключением металла без добавок бора.

Статистические показатели по скорректированной выборке приведены в табл. 4.

Таблица 4

Сводная таблица показателей B/N , C_3 и количества БМУ для выборки для металла только с бором*

Параметры	Показатели		
	БМУ, %	B/N	C_3
X_{min}	0	0,494	0,472
X_{max}	30	2,609	0,605
X_{cp}	9,09	1,002	0,548
S	5,66	0,276	0,014
R	30	2,115	0,133
N	369	369	369

*Расшифровка обозначений в тексте табл. 4 см в табл. 1

Для анализа влияния B/N и C_3 на количество БМУ использовался линейный регрессионный анализ (метод наименьших квадратов), для представления данных анализа в графическом виде – пакеты анализа программы *Excel*.

Полученные графические зависимости влияния B/N и C_3 на количество БМУ приведены на рис. 8 и 9.

Для установления характера совместного влияния B/N и C_3 на количество БМУ был проведен регрессионный анализ скорректированной выборки и получена следующая функция отклика (уравнение 4) для определения количества БМУ в исследуемой катанке:

$$БМУ = -51,7 + 6,5B/N + 99,2 \cdot C_3, \quad (4)$$

где – B/N и C_3 являются параметрами оптимизации.

Полученные уравнения исследовали на предмет их линейности, адекватности и точности реальным данным. Основные параметры статистической оценки адекватности уравнений приведены в табл. 5.

При $F_{расч} > F_{табл}$ полученная зависимость (4) является адекватной и между результативным признаком (функцией отклика – БМУ) и факторными признаками (B/N ; C_3) существует статистически значимая взаимосвязь. Линейность уравнения (4) подтверждают значения коэффициента множественной корреляции R и детерминации R^2 , а точность – $S_{ост}$.

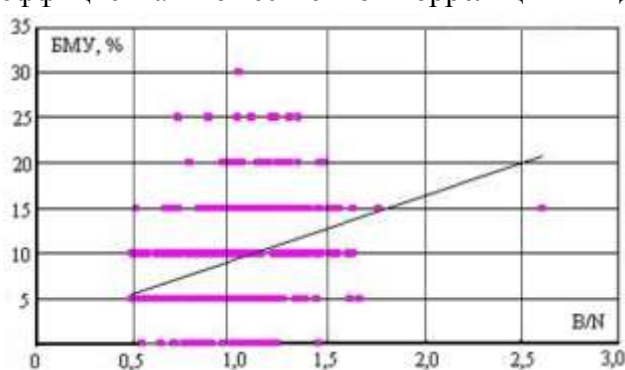


Рис. 8. Влияние отношения B/N на количество БМУ:
 $R=0,35$ и $БМУ=7,22 \cdot B/N + 1,87$

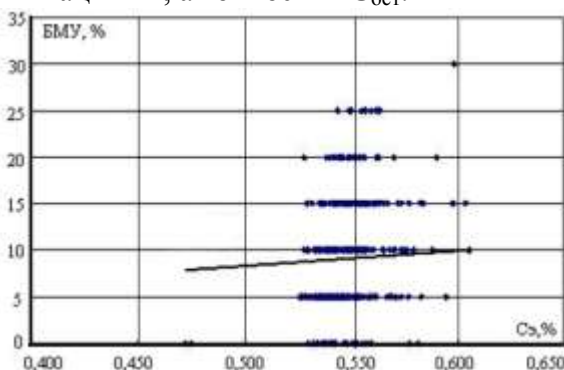


Рис. 9. Влияние углеродного коэффициента C_3 на количество БМУ:
 $R=0,16$ и $БМУ=16,67 \cdot C_3$

Таблица 5

Статистические параметры уравнений

Параметр	Статистические оценки адекватности				
	Критерий Фишера		Коэффициент множественной корреляции R	Коэффициент детерминации R^2	Остаточное стандартное отклонение функции отклика $S_{ост}$
	$F_{расч}$	$F_{табл}$			
Уравнение 4	41,24	2,99	0,43	0,18	5,13

Влияние независимых факторов (B/N ; C_3) на количество БМУ в соответствии с уравнением (4) приведено в табл. 6. Кроме того, что зависимость (4) адекватна реальным данным, влияние отношения бора к азоту стало более значимым (вклад этого фактора соответственно вырос до 10,6 вместо 3-5,6 %) по сравнению с уравнениями (1-3).

Таблица 6

Влияние независимых факторов на количество БМУ в катанке Св-08Г2С

Функция отклика (БМУ)	Вклад факторов в функцию отклика, %	
	$X_1 (B/N)$	$X_2 (C_3)$
Уравнение 4	10,6	89,4

Выводы

1. Анализ статистических данных за 8 исследуемых лет по качественным характеристикам катанки из низкоуглеродистой кремнемарганцевой стали типа Св-08Г2С показал устойчивую близкую к параболической зависимость между отношением B/N и количеством БМУ: при повышении и понижении этого отношения относительно эффективного диапазона значений B/N количество БМУ возрастает.

2. Среднегодовые значения C_3 за исследуемый период находятся в диапазоне 0,541-0,562 при среднем значении 0,549%.

3. Минимальное среднее количество БМУ образуется при отношении $B/N=0,8\pm0,15$ и минимальном значении C_3 .

4. Обеспечение значений комплексных показателей химического состава B/N и C_3 на установленном уровне ($C_3\leq0,550\%$; $B/N=0,8\pm0,15$) способствует уменьшению содержания БМУ в катанке до уровня $<7,0\%$.

5. Таким образом, правильно применяя методы математической статистики возможно получить объективную картину процесса и управлять им.

Список используемых источников

1. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П.Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – 2-ое изд. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
2. Адлер, Ю.П. Оперативное статистическое управление качеством / Ю.П. Адлер, Б.Л. Розовский. – М.: Знание, 1984. – 102 с.
3. Куме, Х. Статистические методы повышения качества / Х. Куме. – М: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.
4. Сиро, С. Практическое руководство по управлению качеством / С.Сиро. Пер. с 4-го яп. изд под ред. В.И. Гостева. – М.: Машиностроение, 1980. - 214 с.
5. Агамиров, Л.В. Методы статистического анализа механических испытаний. – М: Интермет Инжиниринг, 2004. – 128 с.
6. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 717 с.
7. Сычков, А.Б. Структура и свойства катанки для изготовления электродов и сварочной проволоки/А.Б. Сычков, В.В. Парусов, А.М. Нестеренко, С.Ю. Жукова, М.А. Жигарев, А.В. Перчаткин, А.В. Перегудов, И.Н. Чуйко. – Бендеры: Полиграфист, 2009. – 608 с.
8. Нестеренко, А.М. Металловедческое исследование причин обрывности при волочении катанки из стали Св-08Г2С / А.М.Нестеренко, А.Б. Сычков, С.Ю. Жукова. // Литье и металлургия, 2011. – № 1. – С. 105-109.
9. Frank, A.R. The effect of boron on the proprties of electric arcsourced plain carbon wiredrawing qualities/A.R.Frank, A. Kirkcaldy. // Wire Journal International, 1998. – № 5. – Р. 100-113.
10. Парусов, В.В. Теоретические и технологические основы производства высокоэффективных видов катанки/В.В.Парусов, А.Б. Сычков, Э.В. Парусов. – Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2012. – 376 с.

Сычков Александр Борисович – д-р техн. наук, профессор кафедры литейного производства и материаловедения ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: absyckov@mail.ru.

Шекшеев Максим Александрович – ассистент кафедры МиТОД ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

Зайцев Григорий Сергеевич – аспирант кафедры МЧМ ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

Малашкин Сергей Олегович – студент группы ТТ-09 ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

Сычков А.Б., Шекшеев М.А., Зайцев Г.С., Малашкин С.О. Статистические исследования формирования закалочных структур в низкоуглеродистой легированной стали марки Св-08Г2С // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 33-41.

Sychkov A.B., Sheksheev M.A., Zaitsev G.S., Malashkin S.O. Statistical studies of the formation of hardening structures low-carbon alloy steel Sv-08G2S // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 33-41.

УДК: 517.958:[536.2+ 539.219.3]

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА И ПРИБЛИЖЁННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ВАННЕ ПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ

Бурлаков А.А., Сабиров Е.Р., Кадникова Д.В., Швыдкий В.С.

Аннотация. Рассмотрена математическая модель теплообмена в ванне плавильной печи. Упрощены уравнения баланса импульса и для бесконечно малого объёма и уравнение неразрывности. Введены безразмерные параметры для составления дискретного аналога. Составлена система уравнений движения расплава, решение которой предполагается выполнять с использованием конечно-разностных методов. Рассмотрены приближённые методы решения уравнения переноса излучения для оптически тонкого и оптически толстого слоя. Для оптически тонкого слоя упрощены выражения спектральной функции источника в предположении изотропного излучения и осевой симметрии, интенсивности излучения на граничных областях и плотности монохроматического потока для результирующего излучения. Выполнен вывод выражения для плотности монохроматического потока излучения в приближении оптически плотного слоя.

Ключевые слова: плавильная печь, приближённые методы, теплообмен излучением, уравнение переноса излучения, математическая модель.

THE MATHEMATICAL MODEL OF HEAT TRANSFER AND APPROXIMATION TECHNIQUE OF SOLUTION OF RADIATIVE TRANSFER EQUATION IN A HEARTH OF A SMELTER

Burlakov A.A., Sabirov E.R., Kadnikova D.V., Shwidkiy V.S.

Abstract. The mathematical model of heat transfer in a hearth of a smelter is examined. The equation of equipoise of an impulse for infinitesimal volume and continuity equation are simplified. The non-dimensional parameter for drawing up discrete analog is included. The simultaneous equations of driving of the melt which decision is supposed to be carried out with use of finite difference methods are made. Approximation technique of solution of radiative transfer equation for optically thin and optically thick layers are examined. For optically thin expressions for the spectral functions of a source in the assumption of isotropic radiation and a rotational symmetry, counting rate on boundary condition and density of a monochromatic flow for resultant radiation are simplified. Derivation of an equation of density of a monochromatic radiation flow in an approximation optically thick layer are executed.

Keywords: smelter, melting furnace, approximation technique, radiation heat transfer, radiative transfer equation, mathematical model

Введение

Математическая модель теплообмена, рассмотренная в статье, рассчитана на использование при расчётах теплообмена в ваннах стекловаренных и мартеновских печей [2], но может быть использована и для плавильных печей других конструкций.

При использовании математической модели большую роль играют начальные данные, и особое внимание нужно уделять коэффициенту теплообмена. Так как теплообмен в ванне печи в большей мере обеспечивается излучением, в статье описаны приближённые методы решения уравнения переноса излучения.

Приближённые методы важны потому, что использование расчётов с помощью интегро-дифференциальных уравнений и инженерных пакетах программирования вызывает множество математических трудностей и делает расчёты слишком громоздкими. Приближённые методы решают эти проблемы, не уменьшая точности расчётов.

Математическая модель теплообмена в ванне плавильной печи

При разработке численной схемы плавильной печи целесообразно тщательно учесть особенности расплава. Первой такой особенностью является его большая плотность. Учитывая также большую вязкость и медленное движение (практически ползущее), можно уверен-

но считать расплав несжимаемой жидкостью. Конечно, его плотность зависит от температуры, а температура в ванне изменяется, но, во-первых, эта зависимость слабая и, во-вторых, температура расплава в ванне изменяется от 1000°C до 1580°C, что приводит к относительно малым изменениям плотности. Иными словами, с достаточной точностью можно считать для расплава $\text{div} \mathbf{v} = 0$ и записать уравнения движения в виде:

– в проекции на ось x

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]; \quad (1)$$

– в проекции на ось y

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]; \quad (2)$$

– в проекции на ось z

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = & -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \rho g. \end{aligned} \quad (3)$$

Вязкость расплава существенно зависит от температуры. Однако, уравнения (1)-(3) – это уравнения баланса импульса для бесконечно малого объёма. При составлении этого баланса можно считать, что температура расплава, а, следовательно, и его вязкость, в пределах элементарного объёма одинакова. Тогда μ можно вынести из-под знака производных, что приводит к упрощению уравнений.

В самом деле, например в уравнении (1) можно при этом выделить слагаемые

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x} = \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$

и аналогично для уравнений (2) и (3). Заметим, что такой подход не исключает учёта зависимости μ от температуры, поэтому окончательный вид уравнений движения можно представить следующим образом (для оси x):

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right).$$

Для других осей уравнение записывается аналогично.

Уравнение неразрывности также можно упростить. Хотя формально мы должны учитывать наличие внутренних источников (стоков) массы, фактически мы этого сделать не можем из-за неопределённости кинетики физико-химических превращений и отсутствия математического описания этой кинетики. Поэтому будем использовать уравнение неразрывности в форме

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0.$$

Здесь мы несколько противоречим сделанному выше утверждению о несжимаемости расплава, однако, во-первых, введение плотности под знаки производных не слишком усложняет уравнение, а, во-вторых, мы готовим почву для дальнейшего учёта теплообмена.

Построение дискретного аналога всегда нужно выполнять для безразмерных уравнений, поскольку в этом случае легче оценить порядок аппроксимации и устойчивость численной схемы. Поэтому введём соответствующие безразмерные параметры. Будем отсчитывать компоненты скорости в долях средне расходной скорости расплава в протоке

$$V_0 = P / (86,4 \cdot \rho_0 \cdot z_2 \cdot b_2) \text{ м/с,}$$

где ρ_0 – масштабное значение плотности; P – производительность печи; z_2 – высота протока, b_2 – ширина протока.

Индекс "0" у теплофизических параметров характеризует значение при масштабной температуре T_0 . В качестве характерной длины примем длину L :

$$U = \frac{u}{V_0}, V = \frac{v}{V_0}, W = \frac{w}{V_0}, X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, Z = \frac{z}{L},$$

$$H = \frac{h}{L}, B = \frac{b}{L}, Z_2 = \frac{z_2}{L}, B_2 = \frac{b_2}{L}, X_1 = \frac{x_1}{L}, \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Здесь h – глубина слоя расплава в ванне; b – ширина ванны; x_1 – длина загрузочной части ванны. Подстановка этих соотношений в консервативную форму записи уравнения в проекции на ось x (для других осей аналогично) приводит к выражению:

$$\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\tilde{\rho} U^2 - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\tilde{\rho} UV - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\tilde{\rho} UW - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = 0,$$

где $P = p/(\rho_0 V_0^2)$ – безразмерное давление или число Эйлера, $\text{Re} = \rho_0 V_0 L / \mu_0$ – число Рейнольдса, $\text{Fr} = V_0^2 / (gL)$ – число Фруда.

Введём обозначения:

$$F_1 = \tilde{\rho} U^2 - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X}, \quad G_1 = \tilde{\rho} UV - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y}, \quad H_1 = \tilde{\rho} UW - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Z},$$

$$F_2 = \tilde{\rho} UV - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial V}{\partial X}, \quad G_2 = \tilde{\rho} V^2 - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial V}{\partial Y}, \quad H_2 = \tilde{\rho} VW - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial V}{\partial Z},$$

$$F_3 = \tilde{\rho} UW - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial W}{\partial X}, \quad G_3 = \tilde{\rho} VW - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial W}{\partial Y}, \quad H_3 = \tilde{\rho} W^2 - \frac{\tilde{\mu}}{\text{Re}} \frac{\partial W}{\partial Z}.$$

Тогда уравнения движения можно переписать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial F_1}{\partial X} + \frac{\partial G_1}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} &= 0; \\ \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\partial F_2}{\partial X} + \frac{\partial G_2}{\partial Y} + \frac{\partial H_2}{\partial Z} &= 0; \\ \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial F_3}{\partial X} + \frac{\partial G_3}{\partial Y} + \frac{\partial H_3}{\partial Z} + \frac{\tilde{\rho}}{\text{Fr}} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Решение данной системы уравнений предполагается выполнять с использованием конечно-разностных методов.

Приближенные методы решения уравнения переноса излучения

Анализ закономерностей распространения излучения в излучающей и поглощающей среде, выполненный с использованием закона Бугера, приводит к интегро-дифференциальному уравнению переноса следующего типа

$$\frac{1}{\beta_\nu(s)} \frac{dI_\nu(s, \Omega)}{ds} + I_\nu(s, \Omega) = S_\nu(s, \Omega), \quad (4)$$

где спектральная функция источника $S_\nu(s, \Omega)$ имеет вид

$$S_\nu(s, \Omega) \equiv (1 - \omega_\nu) I_{\nu b}(T) + \frac{1}{4\pi} \omega_\nu \int_{4\pi} p(\Omega' \cdot \Omega) I_\nu(s, \Omega') d\Omega'. \quad (5)$$

Здесь $\omega_\nu = \alpha_\nu(s) / \beta_\nu(s)$ – спектральное альбедо; $\alpha_\nu(s)$ – коэффициент рассеяния; $\beta_\nu(s)$ – коэффициент ослабления; I_ν – спектральная интенсивность излучения; $I_{\nu b}$ – то же по Планку для а.ч.т.; $p(\Omega' \cdot \Omega)$ – вероятность интенсивности излучения в данном направлении; $\Omega' \cdot \Omega = \cos \theta_0$, θ_0 – угол между падающим и рассеянным лучами. Последнее слагаемое правой части (5) характеризует индикатрису излучения.

Если при $s = s_0$ $I_\nu(s, \Omega) = I_0$, то формальное решение (4)

$$I_\nu(s, \Omega) = I_{\nu 0} \exp \left[- \int_{s_0}^s \beta_\nu(s') ds' \right] + \int_{s_0}^s \beta_\nu(s') S_\nu(s', \Omega) \exp \left[- \int_{s_0}^s \beta_\nu(s'') ds'' \right] ds'.$$

Математические трудности, возникающие при решении интегро-дифференциальных уравнений с реальной индикатрисой излучения, привели к появлению ряда приближённых методов в теории переноса излучения. В приближении оптически тонкого и оптически толстого слоёв (последнее называется также диффузионным приближением, или приближением Росселанда) используются упрощения, вытекающие из предельного значения толщины среды (других приближений в целях экономии места здесь не рассматриваем).

Приближённые методы полезны с той точки зрения, что они дают различные простые способы решения сложных задач переноса излучения.

Приближение оптически тонкого слоя

Приближение оптически тонкого слоя основано на предположении, что оптическая толщина среды τ_0 чрезвычайно мала (т.е. $\tau_0 \ll 1$). В этом случае интегро-экспоненциальные функции $E_n(z) = \int_0^1 \eta^{n-2} e^{-z/\eta} d\eta$, где n – порядок функции, и экспоненту можно представить в виде

$$E_2(\tau) = 1 - O(\tau); \quad E_3(\tau) = \frac{1}{2} - \tau + O(\tau^2); \quad e^{-\tau} = 1 - \tau + O(\tau^2). \quad (6)$$

Если подставить эти выражения в формальные решения, рассмотренные ранее, то можно получить относительно простые выражения для функции источника, интенсивностей излучения на граничных поверхностях, плотности потока результирующего излучения и других величин.

Выражение для функции источника

Формальное решение для спектральной функции источника в предположении изотропного излучения и осевой симметрии имеет вид

$$S_\nu(\tau) = (1 - \omega_\nu) I_{\nu b}[T(\tau)] + \frac{1}{2} \omega_\nu \left[I_\nu^+(0) E_2(\tau) + I_\nu^-(\tau_0) E_2(\tau_0 - \tau) + \int_{\tau'=0}^{\tau_0} S_\nu(\tau') E_1(|\tau - \tau'|) d\tau' \right], \quad (7)$$

где T – абсолютная температура; ν – частота; $I_\nu^+(0)$ и $I_\nu^-(\tau_0)$ – спектральные интенсивности излучения на границах плоского слоя (рис. 1).

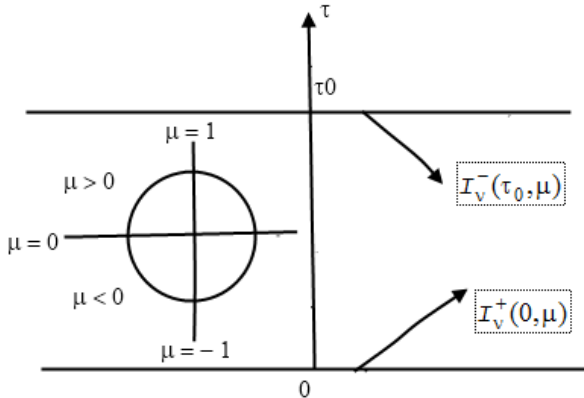


Рис. 1. Система координат при формальном решении уравнения переноса излучения в плоском слое

Для оптически тонкого слоя (т.е. при $\tau_0 \ll 1$), подставляя в (7) приближённые выражения (6) и пренебрегая слагаемыми, имеющими порядок τ_0 , получаем

$$S_\nu(\tau) = (1 - \omega_\nu) I_{\nu b}[T(\tau)] + \frac{1}{2} \omega_\nu [I_\nu^+(0) + I_\nu^-(0)].$$

Отсутствие здесь интегрального слагаемого говорит о том, что не происходит ослабления излучения, испускаемого самой средой. Физический смысл этого явления состоит в пренебрежимо малом влиянии самопоглощения излучения из-за очень малой оптической толщины среды.

Выражение для интенсивности излучения на граничных поверхностях

Рассмотрим уравнения для интенсивностей излучения на граничных поверхностях изотропно рассеивающего плоского слоя с диффузно отражающими границами

$$I_\nu^+(0) = \varepsilon_{1\nu} I_{\nu b}(T_1) + 2r_{1\nu}^d \left[I_\nu^-(\tau_0) E_3(\tau_0) + \int_0^1 \int_0^{\tau_0} S_\nu(\tau', -\mu') e^{-\tau'/\mu'} d\tau' d\mu' \right] \quad \text{при } \mu > 0, \quad (8a)$$

$$I_\nu^-(\tau_0) = \varepsilon_{2\nu} I_{\nu b}(T_2) + 2r_{2\nu}^d \left[I_\nu^+(0) E_3(\tau_0) + \int_0^1 \int_0^{\tau_0} S_\nu(\tau', \mu') e^{-(\tau_0 - \tau')/\mu'} d\tau' d\mu' \right] \quad \text{при } \mu < 0, \quad (8б)$$

где ε_{1v} и ε_{2v} – спектральные полусферические степени черноты, r_{1v}^d и r_{2v}^d – спектральные полусферические диффузные отражательные способности граничных поверхностей.

Учитывая приближённые соотношения (6) и пренебрегая слагаемыми, имеющими порядок τ_0 , перепишем уравнения (8) в виде

$$I_v^+(0) = \varepsilon_{1v} I_{vb}(T_1) + r_{1v}^d I_v^-(\tau_0), \quad \mu > 0, \quad (9a)$$

$$I_v^-(\tau_0) = \varepsilon_{2v} I_{vb}(T_2) + r_{2v}^d I_v^+(0), \quad \mu < 0. \quad (9b)$$

Разрешив эту систему относительно интенсивностей излучения на граничных поверхностях, получаем

$$I_v^+(0) = \frac{\varepsilon_{1v} I_{vb}(T_1) + r_{1v} \varepsilon_{2v} I_{vb}(T_2)}{1 - r_{1v} r_{2v}}, \quad I_v^-(\tau_0) = \frac{\varepsilon_{2v} I_{vb}(T_2) + r_{2v} \varepsilon_{1v} I_{vb}(T_1)}{1 - r_{1v} r_{2v}},$$

где для простоты опущен индекс d при r_{iv} .

Выражение для плотности монохроматического потока результирующего излучения

Формальное решение уравнения переноса излучения для случая изотропного рассеяния даёт следующее выражение для плотности потока монохроматического излучения

$$q_v^{\text{pec}}(\tau) = 2\pi \left[I_v^+(0) E_3(\tau) + \int_0^\tau S_v(\tau') E_2(\tau - \tau') d\tau' \right] - 2\pi \left[I_v^-(\tau) E_3(\tau_0 - \tau) + \int_\tau^{\tau_0} S_v(\tau') E_2(\tau' - \tau) d\tau' \right]. \quad (10)$$

При использовании (6) выражение (10) упрощается и принимает вид

$$q_v^{\text{pec}}(\tau) = 2\pi \left\{ I_v^+(0) \left(\frac{1}{2} - \tau \right) + \int_0^\tau S_v(\tau') d\tau' - I_v^-(\tau_0) \left[\frac{1}{2} - (\tau_0 - \tau) \right] - \int_\tau^{\tau_0} S_v(\tau') d\tau' \right\}. \quad (11)$$

Здесь сохранены слагаемые порядка τ_0 , и поэтому это выражение имеет такой же порядок точности. Если слагаемыми порядка τ_0 пренебречь, то (11) упростится и примет вид

$$q_v^{\text{pec}} = \pi [I_v^+(0) - I_v^-(\tau_0)]. \quad (11a)$$

Если граничные поверхности непрозрачны и $r_{1v} = 1 - \varepsilon_{1v}$, $r_{2v} = 1 - \varepsilon_{2v}$, то, подставляя выражения (9) в (11a), получаем

$$q_v^{\text{pec}} = \frac{\pi [I_{vb}(T_1) - I_{vb}(T_2)]}{\frac{1}{\varepsilon_{1v}} + \frac{1}{\varepsilon_{2v}} - 1}, \quad (11b)$$

т.е. обычное выражение, используемое для расчёта плотности монохроматического потока результирующего излучения между двумя непрозрачными пластинами, разделёнными прозрачной средой.

Приближение оптически толстого слоя (приближение Росселанда, или диффузионное приближение)

Среда называется оптически толстой, если средняя длина свободного пробега фотона (т.е. величина, обратная коэффициенту ослабления) мала по сравнению с её характерным размером. Главное преимущество этого приближения состоит в том, что оно даёт очень простое выражение для плотности потока результирующего излучения. Ниже мы дадим краткий вывод выражения для плотности монохроматического потока излучения в приближении оптически плотного слоя.

Запишем формальные решения уравнения переноса излучения для плотности монохроматического потока излучения $q_v^{\text{pec}}(\tau)$ и спектральной функции источника $S_v(\tau)$:

$$q_v^{\text{pec}}(\tau) = 2\pi \left[\int_0^1 I_v^+(0, \mu) e^{-\tau/\mu} \mu d\mu + \int_0^\tau S_v(\tau') E_2(\tau - \tau') d\tau' \right] - 2\pi \left[\int_0^1 I_v^-(\tau_0, -\mu) e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu} \mu d\mu + \int_\tau^{\tau_0} S_v(\tau') E_2(\tau' - \tau) d\tau' \right] \quad (12)$$

и

$$S_v(\tau) = (1 - \omega_v) I_{vb}[T(\tau)] + \frac{1}{2} \omega_v \left[\int_0^1 I_v^+(0, \mu) e^{-\tau/\mu} d\mu + \int_0^1 I_v^-(\tau_0, -\mu) e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu} d\mu + \int_{\tau'=0}^{\tau_0} S_v(\tau') E_1(|\tau - \tau'|) d\tau' \right]. \quad (13)$$

Выполним разложение функции источника $S_v(\tau)$ в ряд Тейлора в окрестности τ

$$S_v(\tau') = S_v(\tau) + (\tau' - \tau) \left. \frac{dS_v(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau} + \frac{1}{2!} (\tau' - \tau)^2 \left. \frac{d^2 S_v(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau} + \dots \quad (14)$$

Для оптически толстой среды τ , τ_0 и $(\tau_0 - \tau)$ очень велики всюду, за исключением областей вблизи границ. Таким образом, рассматриваются области вдали от границ, где можно считать, что τ , τ_0 и $(\tau_0 - \tau) \gg 1$.

Для больших τ интегроэкспоненциальная и экспоненциальная функции стремятся к нулю

$$e^{-\tau} \rightarrow 0, \quad E_n(\tau) \rightarrow 0, \quad \tau^n E_n(\tau) \rightarrow 0 \quad \text{для} \quad \tau \rightarrow \infty, n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

Подставляя разложение (14) в (12) и (13), беря по частям интегралы с переменной интегрирования τ' и упрощая полученные выражения с помощью (15), получаем

$$S_v(\tau) = I_{vb}[T(\tau)], \quad (16)$$

$$q_v^{\text{pez}}(\tau) = -\frac{4\pi}{3} \frac{dS_v(\tau)}{d\tau} = -\frac{4\pi}{3} \frac{dI_{vb}[T(\tau)]}{d\tau}. \quad (17)$$

Приведённые формулы справедливы для оптически толстой среды в области, удалённой (оптически) от границ. Выражение (17) называется приближением оптически толстого слоя для плотности монохроматического потока результирующего излучения $q_v^{\text{pez}}(\tau)$.

Теперь можно записать выражение для плотности интегрального потока результирующего излучения в приближении оптически толстого слоя:

$$q^{\text{pez}}(\tau) = -\frac{4\pi}{3} \int_{\nu=0}^{\infty} \frac{dI_{vb}[T(\tau)]}{d\tau} d\nu, \quad \text{или} \quad q^{\text{pez}}(y) = -\frac{4\pi}{3} \int_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_\nu} \frac{dI_{vb}[T(y)]}{dy} d\nu. \quad (18)$$

Здесь $\beta_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu$ – спектральный коэффициент ослабления, складывающийся из спектрального коэффициента поглощения и спектрального коэффициента рассеяния.

Производная от $I_{vb}[T(y)]$ по y равна

$$\frac{dI_{vb}(T)}{dy} = \frac{dI_{vb}(T)}{dI_b(T)} \frac{dI_b(T)}{dy}. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (18), получаем

$$q^{\text{pez}}(y) = -\frac{4\pi}{3} \frac{dI_b(T)}{dy} \int_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_\nu} \frac{dI_{vb}(T)}{dI_b(T)} d\nu. \quad (20)$$

Определим средний по Росселанду коэффициент ослабления β_R как

$$\frac{1}{\beta_R} = \int_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_\nu} \frac{dI_{vb}(T)}{dI_b(T)} d\nu. \quad (21)$$

Тогда выражение (20) примет вид

$$q^{\text{pez}}(y) = -\frac{4\pi}{3\beta_R} \frac{dI_b(T)}{dy} \quad \text{или} \quad q^{\text{pez}}(y) = -\frac{4\bar{\sigma}}{3\beta_R} \frac{d(n^2 T^4)}{dy}, \quad (22)$$

так как

$$I_b(T) = \frac{n^2 \bar{\sigma} T^4}{\pi}, \quad (23)$$

где n – показатель преломления среды, а $\bar{\sigma}$ – коэффициент Стефана – Больцмана.

Для постоянного n выражение (22) может быть представлено в виде

$$q^{\text{pez}}(y) = -\lambda_r \frac{dT}{dy}, \quad \text{где} \quad \lambda_r \equiv \frac{16n^2 \bar{\sigma} T^3}{3\beta_R}. \quad (24)$$

Коэффициент λ_r называют коэффициентом лучистой теплопроводности по аналогии с известным в теории теплопроводности коэффициентом теплопроводности. Выражение (24) имеет тот же вид, что и соответствующее выражение для плотности теплового потока за счёт теплопроводности; отсюда видно, что приближение оптически толстого слоя описывает процесс переноса излучения как диффузионный процесс.

Выражение (22) [или (24)] называют приближением Росселанда или диффузионным приближением для плотности потока излучения. Средний по Росселанду коэффициент ослабления β_R , определяемый выражением (21), может быть рассчитан с помощью функции излучения второго рода.

Выводы

По изложенным уравнениям на базе метода контрольного объёма разработана численная схема, которая может быть реализована на любом языке программирования для автоматизации расчётов.

Список используемых источников

1. Элементы теории систем и численные методы моделирования процессов тепломассопереноса. Учебник для вузов. / В.С. Швыдкий, Н.А. Спирин, М.Г. Ладыгичев, Ю.Г. Ярошенко, Я.М. Гордон – М.: «Интернет Инжиниринг», 1999. – 520 с.
2. Дзюзер, В.Я. Численное моделирование теплофизических процессов в стекловаренных печах / В.Я. Дзюзер, В.С. Швыдкий, С.Е. Собянин // «Пече-трубостроение: тепловые режимы, конструкции, автоматизация и экология»: Труды III Междунар конгр. – Екатеринбург: «Инженерная мысль», 2008. – С. 56 – 76.
3. Дзюзер, Р.Я. Методика обработки результатов зонального расчёта внешнего теплообмена / В.Я. Дзюзер, В.С. Швыдкий, С.Е. Собянин // Наука и технологии. Ч. 1: Труды XXV Российской школы и XXXV Уральского семинара, посвящённых 60-летию Победы. – М.: РАН, 2005. – С. 191 – 198
4. Дзюзер, В.Я. Влияние длины факела на гидродинамику варочного бассейна стекловаренной печи с подковообразным направлением пламени / В.Я. Дзюзер, В.С. Швыдкий // Стекло и керамика. – 2006. №9. – С. 5 – 11.
5. Дзюзер, В.Я. Влияние Переливного порога на гидродинамику расплава в стекловаренной печи / В.Я. Дзюзер, В.С. Швыдкий // XXVI Российская школа по проблемам науки и технологий: Краткие сообщения. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – С. 98 – 100.
6. Дзюзер, В.Я. Воздействие переливного порога на гидродинамику и теплообмен в варочном бассейне стекловаренной печи с подковообразным направлением пламени / В.Я. Дзюзер, В.С. Швыдкий // Наука и технологии: Тр. XXVI Российской школы. – М.: РАН, 2006. – Ч. 1. – С. 172 – 183.

Швыдкий Владимир Серафимович – доктор технических наук, заслуженный работник высшей школы РФ, профессор кафедры теплофизики и информатики в металлургии ФГАОУ ВПО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н.Ельцина» или УрФУ. E-mail: vshvit@isnet.ru

Бурлаков Алексей Александрович – студент кафедры теплофизики и информатики в металлургии. E-mail: fln@mail.ru

Сабилов Евгений Рамилевич – студент кафедры теплофизики и информатики в металлургии. E-mail: evsabir@gmail.com

Садырина Диана Валерьевна – студентка кафедры теплофизики и информатики в металлургии. E-mail: shurka1992.11@yandex.ru

Бурлаков А.А., Сабиров Е.Р., Кадникова Д.В., Швыдкий В.С. Математическая модель теплообмена и приближённые методы решения уравнения переноса излучения в ванне плавильной печи // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 41-47.

Burlakov A.A., Sabirov E.R., Kadnikova D.V., Shwidkiy V.S. The mathematical model of heat transfer and approximation technique of solution of radiative transfer equation in a hearth of a smelter // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 41-47.

УДК 621.365.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПОЛОЖЕНИЯ ТЕЛА ВО ВЗВЕШЕННОМ СОСТОЯНИИ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ИНДУКТОРЕ С ОБРАТНЫМ ВИТКОМ

Ячиков И.М., Вдовин К.Н., Шмелев М.О.

Аннотация. Предложены математические модели для определения амплитуды напряжённости магнитного поля и положения металла при его удержании во взвешенном состоянии в

индукторе с обратным витком. Положение возможных точек равновесия металла в магнитном поле индуктора зависит от конструкции индуктора, тока через него и от размеров самой заготовки. Установлено, что существует предельная плотность металла, выше которой индуктор, имеющий включенный последовательно с основной катушкой обратный виток с заданным током, удержать тело не может.

Ключевые слова: высокочастотный индуктор, магнитное поле, индуцированный ток, взвешенное состояние металла, математическая модель, итерационный алгоритм.

MODELING OF BEHAVIOR OF A MAGNETIC FIELD AND POSITION OF A BODY IN A SUSPENSION IN THE HIGH-FREQUENCY INDUCTOR WITH THE RETURN ROUND

Vdovin K.N., Yachikov I.M., Shmelev M.O.

Abstract. Mathematical models for determination of amplitude of intensity of a magnetic field and the provision of metal are offered at its deduction in a suspension in the inductor with the return round. The provision of possible points of balance of metal in a magnetic field of the inductor depends on a design of the inductor, current through it and on the amount of the preparation. It is established that there is limit density of metal above which the inductor having the return round included consistently with the main coil with current set, can't hold a body.

Keywords: the high-frequency inductor, the magnetic field, the induced current, metal suspension, mathematical model, iterative algorithm.

Введение

Высокочастотное электромагнитное поле не только греет и плавит металл, но и позволяет удерживать его в пространстве без каких-нибудь тиглей или ограничивающих стенок. Плавку металла во взвешенном состоянии называют плавкой в электромагнитном тигле или просто левитационной плавкой (с англоязычного термина «*levitation melting*»). Удержание металла во взвешенном состоянии возможно только в неоднородном магнитном поле. При взаимодействии индуктированного тока с вызывающим его полем в поверхностном слое металла возникают механические силы давления. При определенных условиях результирующая электромагнитных сил может быть направлена противоположно силе гравитации и при достаточно большой мощности, подводимой к металлу, может обеспечивать удержание металла во взвешенном состоянии [1, 2].

Одним из вариантов устойчивой левитационной плавки является использование конструкции индуктора, имеющего специальную форму и выполненного из медной трубки в виде конуса. Угол между образующей и горизонталью равен 65° . Индуктор содержит несколько витков в прямом направлении и один – в обратном (противовиток) (рис. 1).

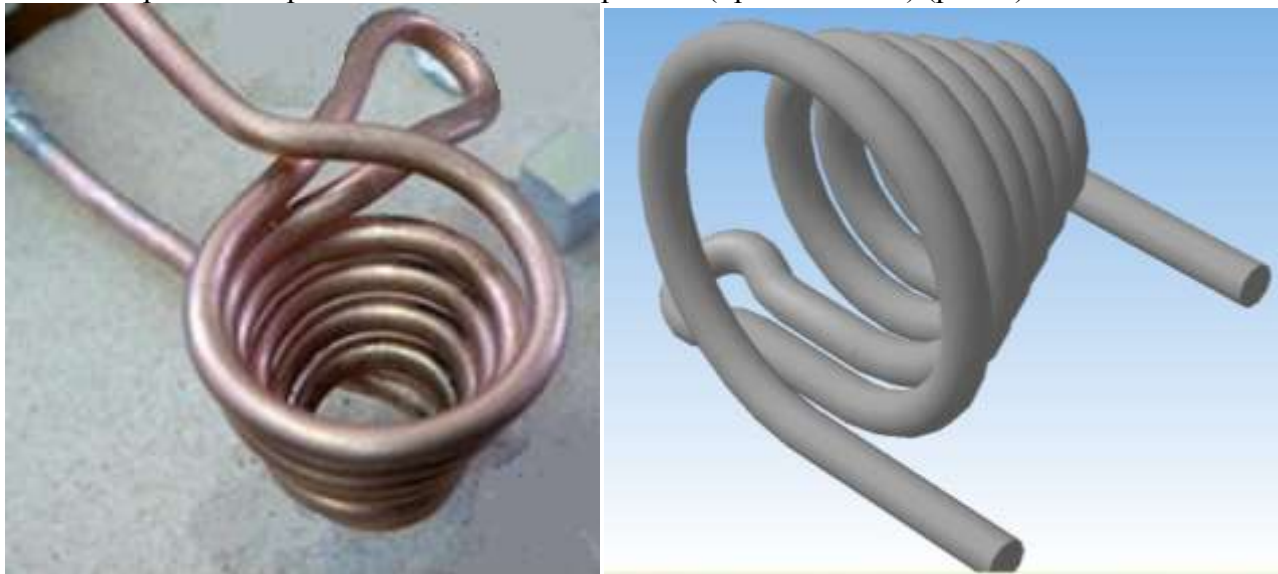


Рис. 1. Вид индуктора с обратным витком

Это нужно для того, чтобы внутри индуктора была область, в которой магнитное поле меньше, чем вокруг нее. Проводник, помещенный в переменное электромагнитное поле, выталкивается в область меньших полей. Поэтому без области с минимальным полем положе-

ние образца внутри индуктора будет неустойчивым. Для левитационной плавки небольших образцов металла коническая конструкция индуктора с противовитком – одна из самых простых, но довольно эффективных. В настоящее время при большом интересе, особенно в интернете, к левитационной плавке в индукторе с обратным витком, простые методы расчета поведения металла практически отсутствуют.

Целью работы является моделирование поведения магнитного поля и нахождение положения проводящего тела во взвешенном состоянии в высокочастотном индукторе с обратным витком.

Моделирование напряженности магнитного поля в индукторе с обратным витком

Рассмотрим индуктор, содержащий n витков диаметра $D=2R_u$ и один верхний обратный виток того же диаметра. Витки соединены последовательно, и по ним протекает одинаковый ток. Считаем, что магнитное поле внутри индуктора с обратным витком будет определяться суперпозицией магнитных полей от двух винтовых проводников, через которые идут токи в разных направлениях (рис. 2). Расстояние между основной катушкой I и обратным витком II составляет a_1 .

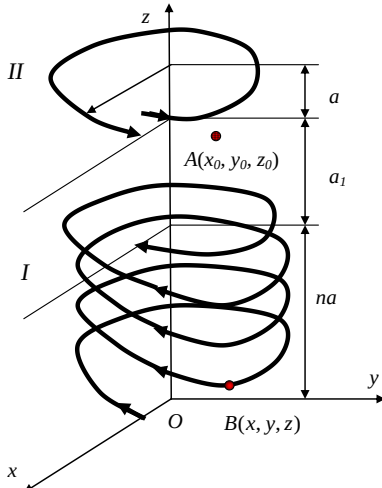


Рис. 2. К расчету магнитного поля в индукторе с обратным витком

$$\begin{cases} y(\varphi) = R_u \cdot \cos(\varphi), \\ x(\varphi) = R_u \cdot \sin(\varphi), \\ z(\varphi) = \frac{a}{2 \cdot \pi} \cdot \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

где R_u – радиус винтовой линии, a – шаг винтовой линии. Причем, если $a>0$, то винтовая линия находится в области $z>0$ и наоборот, если $a<0$, то винтовая линия находится в области $z<0$.

Рассмотрим произвольную точку A , не принадлежащую винтовой линии и имеющую в декартовой системе координаты x_0, y_0, z_0 , а в цилиндрической – r_0, φ_0, z_0 (см. рис. 2).

Напряженность магнитного поля в точке, заданной цилиндрическими координатами $A(r_0, \varphi_0, z_0)$ вблизи проводника, содержащего n витков [3-4]:

$$H_x(r_0, \varphi_0, z_0) = \frac{I}{4 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi \cdot n} \frac{-(R_u \cdot \sin \varphi - r_0 \cdot \sin \varphi_0) \cdot a / (2 \cdot \pi) + R_u \cdot \cos \varphi \cdot (z_0 - z)}{(R_u^2 + r_0^2 - 2 \cdot R_u \cdot r_0 \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) + (z - z_0)^2)^{3/2}} \cdot d\varphi; \quad (2)$$

$$H_y(r_0, \varphi_0, z_0) = \frac{I}{4 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi \cdot n} \frac{(R_u \cdot \cos \varphi - r_0 \cdot \cos \varphi_0) \cdot a / (2 \cdot \pi) - R_u \cdot \sin \varphi \cdot (z - z_0)}{(R_u^2 + r_0^2 - 2 \cdot R_u \cdot r_0 \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) + (z - z_0)^2)^{3/2}} \cdot d\varphi; \quad (3)$$

$$H_z(r_0, \varphi_0, z_0) = \frac{I}{4 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi \cdot n} \frac{R_u^2 - r_0^2 \cdot R_u \cdot \cos(\varphi - \varphi_0)}{(R_u^2 + r_0^2 - 2 \cdot R_u \cdot r_0 \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) + (z - z_0)^2)^{3/2}} \cdot d\varphi, \quad (4)$$

где $x(\varphi), y(\varphi), z(\varphi)$ определяются по выражению (1).

Используя связь между декартовыми и цилиндрическими проекциями вектора

$$H_x = H_r \cos \varphi_0 - H_\varphi \sin \varphi_0, \quad H_y = H_r \sin \varphi_0 + H_\varphi \cos \varphi_0$$

находим радиальную H_r и азимутальную H_φ составляющие напряженности магнитного поля:

$$H_r(r_0, \varphi_0, z_0) = H_y(r_0, \varphi_0, z_0) \sin \varphi_0 - H_x(r_0, \varphi_0, z_0) \cos \varphi_0; \quad (5)$$

$$H_\varphi(r_0, \varphi_0, z_0) = H_y(r_0, \varphi_0, z_0) \cos \varphi_0 - H_x(r_0, \varphi_0, z_0) \sin \varphi_0. \quad (6)$$

Рассмотрим магнитное поле внутри индуктора с обратным витком. Проекция напряженности магнитного поля в точке A определяем по принципу суперпозиции как алгебраическую сумму магнитных полей от двух источников:

$$H_x(r_0, \varphi_0, z_0) = H_x^I(r_0, \varphi_0, z_0) - H_x^{II}(r_0, \varphi_0, z_0 - na - a_1); \quad (7)$$

$$H_y(r_0, \varphi_0, z_0) = H_y^I(r_0, \varphi_0, z_0) - H_y^{II}(r_0, \varphi_0, z_0 - na - a_1); \quad (8)$$

$$H_z(r_0, \varphi_0, z_0) = H_z^I(r_0, \varphi_0, z_0) - H_z^{II}(r_0, \varphi_0, z_0 - na - a_1), \quad (9)$$

где H^I, H^{II} – проекции напряженности магнитного поля от основной катушки и от обратного витка соответственно, определяемые по формулам (2)-(4).

Радиальная H_r и азимутальная H_φ проекции напряженности магнитного поля:

$$H_r(r_0, \varphi_0, z_0) = H_y(r_0, \varphi_0, z_0) \sin \varphi_0 - H_x(r_0, \varphi_0, z_0) \cos \varphi_0; \quad (10)$$

$$H_\varphi(r_0, \varphi_0, z_0) = H_x(r_0, \varphi_0, z_0) \sin \varphi_0 - H_y(r_0, \varphi_0, z_0) \cos \varphi_0. \quad (11)$$

Модуль вектора напряженности магнитного поля

$$H(r_0, \varphi_0, z_0) = \sqrt{H_x(r_0, \varphi_0, z_0)^2 + H_y(r_0, \varphi_0, z_0)^2 + H_z(r_0, \varphi_0, z_0)^2}. \quad (12)$$

Таким образом, полученные уравнения (7) – (12) дают математическую модель для определения магнитного поля вблизи индуктора с обратным витком.

Проведено моделирование поведения амплитуды магнитного поля в индукторе, имеющем следующие параметры: $R_{\text{и}}=20$ мм; $a=a_1=10$ мм; $n=4$; $I=1$ кА – амплитуда тока. На рис. 3, 4 приведены результаты моделирования поведения вертикальной составляющей и модуля вектора напряженности магнитного поля по высоте и радиусу индуктора с обратным витком. Из рисунков видно, что вертикальная составляющая магнитного поля вносит решающий вклад в полную амплитуду магнитного поля, кроме этого, поле несущественно меняется по радиусу индуктора от 0 до $4R_{\text{и}}/5$ и поэтому можно в горизонтальной плоскости считать его практически однородным.

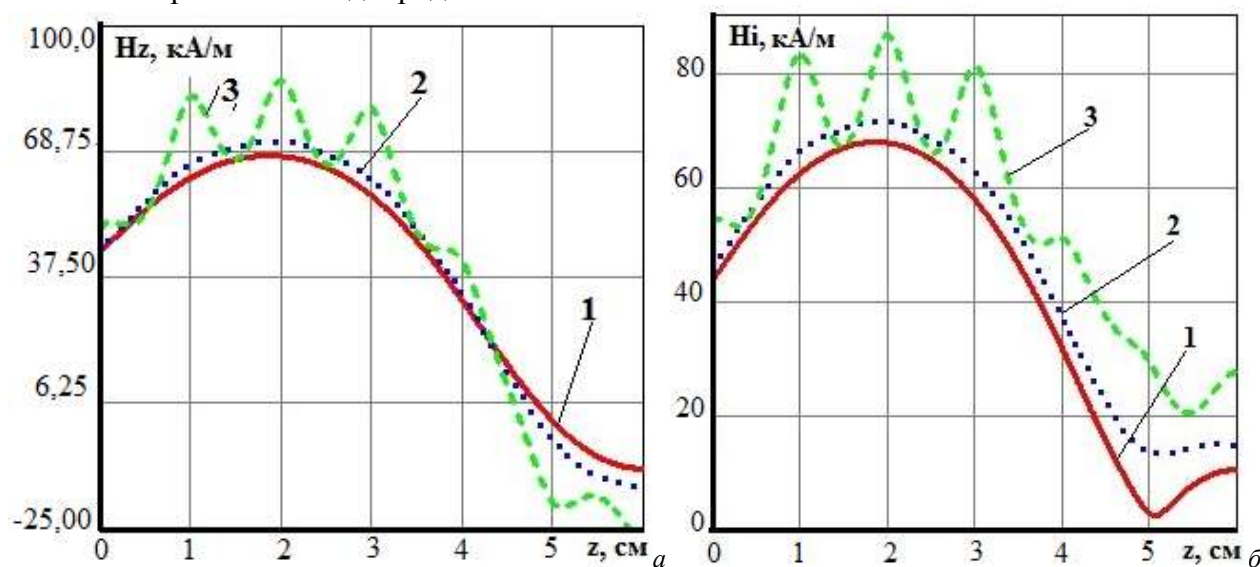


Рис. 3. Вертикальная составляющая (а) и модуль вектора напряженности магнитного поля (б) по высоте индуктора на разных расстояниях от его оси: 1 - $r=0$; 2 - $r=R_{\text{и}}/2$; 3 - $r=4R_{\text{и}}/5$

Моделирование положения тела во взвешенном состоянии в индукторе

Капля жидкого металла в индукторе будет удерживаться во взвешенном состоянии при условии, что напряженность поля под каплей будет больше напряженности поля над ней. Электромагнитное давление на металл при ярко выраженном поверхностном эффекте проникновения поля в металл выражается формулой [1]

$$P = \frac{\mu_0 H^2}{4},$$

где H – амплитуда напряженности магнитной составляющей поля на поверхности металла, А/м; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ В·с/(А·м) – магнитная постоянная. Из формулы видно, что электромагнитное давление на металл полностью определяется напряженностью магнитного поля. Кроме этого, так как напряженность магнитного поля в индукторе пропорционально току (формулы (2 – 4)), то электромагнитное давление на металл пропорционально квадрату силы тока. Зная магнитное поле, можно проанализировать положение металла при его удержании во взвешенном состоянии в индукторе. Рассмотрим поведение в индукторе цилиндрического тела диаметром d и высотой h_0 .

Уравнение его движения с учетом воздействия электромагнитного поля и сопротивления воздуха

$$z''(t) + g - \frac{\mu_0}{4\rho_0 h_0} (H(z)^2 - H(z+h_0)^2) + \frac{k}{m_0} z'(t) = 0,$$

где k – коэффициент сопротивления движению тела, $m_0 = h_0 \rho_0 \pi d^2 / 4$ – масса тела, ρ_0 – плотность металла.

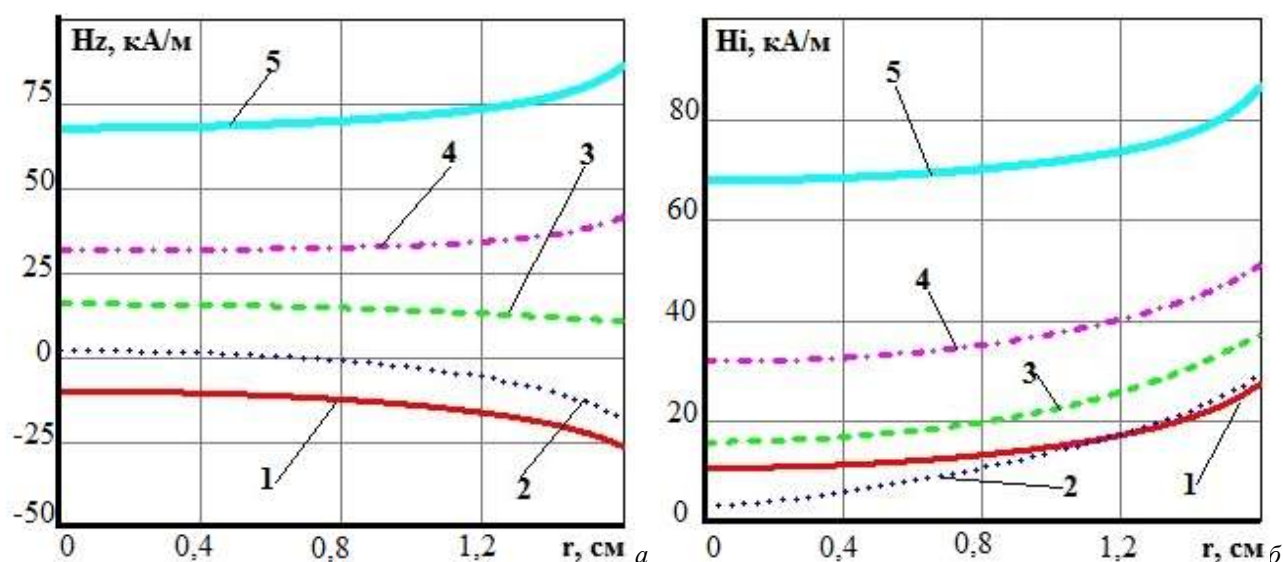


Рис. 4. Вертикальная составляющая (а) и модуль вектора напряженности магнитного поля (б) по радиусу индуктора на разной его высоте: 1 – $z = a(n+1) + a_1$; 2 – $z = an + a_1$; 3 – $z = an + a_1/2$; 4 – $z = an$; 5 – $z = an/2$

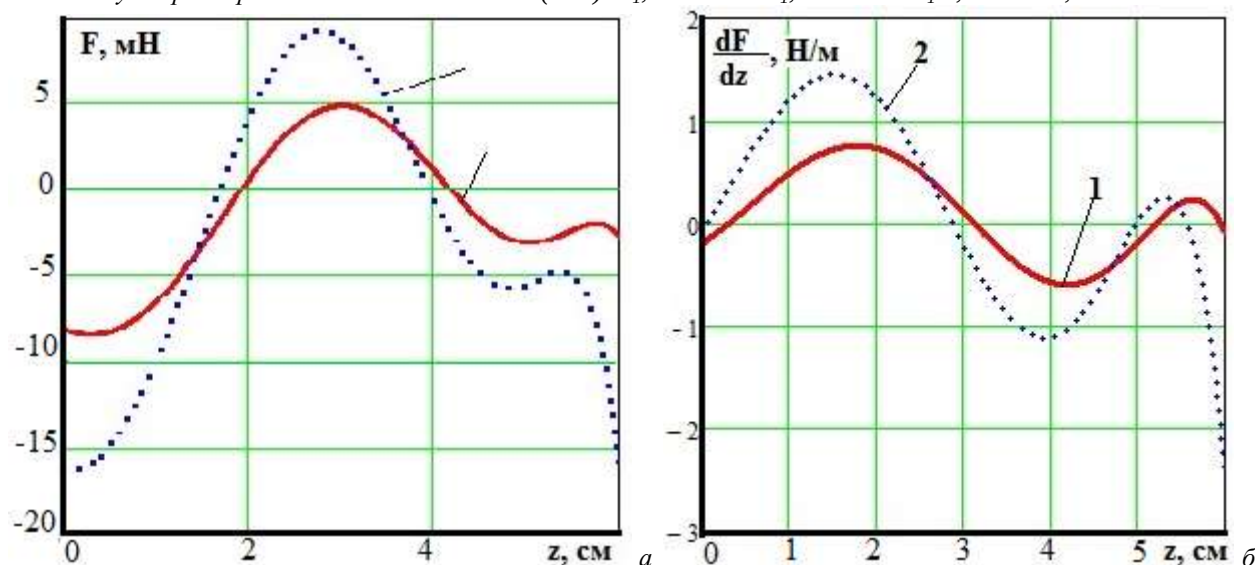


Рис. 5. Равнодействующая сила, воспринимаемая алюминиевым цилиндром ($\rho_0 = 2,7$ г/см³) диаметром $d = 5$ мм (а) и ее производная (б) в зависимости от его положения в индукторе, при высоте цилиндра:

1 – $h_0 = 5$ мм; 2 – $h_0 = 10$ мм

Найдем положение тела, при котором наступит его равновесие. Учитывая, что динамические составляющие равны нулю ($z''(t)=0$, $z'(t)=0$), получим выражение для равнодействующей силы, действующей в индукторе на цилиндрическое тело, в зависимости от положения тела

$$F(z) = \frac{\mu_0 m_0}{4\rho_0 h_0} (H(z)^2 - H(z+h_0)^2) - m_0 g. \quad (13)$$

Считаем, что положительное направление силы направлено вертикально вверх. Напряженность магнитного поля на оси индуктора для приведенных выше условий определялась по уравнению регрессии

$$H(z) = 38664694936,23z^4 - 3467893455,04z^3 + 24274422,41z^2 + 1772198,65z + 446878,63.$$

При этом средняя относительная ошибка аппроксимации данного уравнения регрессии составляла около 5%. Зная, что данное уравнение получено для тока через индуктор 1 кА, можно получить распределение напряженности магнитного поля на оси индуктора для других токов.

Зависимость равнодействующей силы по высоте индуктора на цилиндрическое тело, рассчитанная по формуле (13), приведена на рис. 5, а. Для нахождения положения точек равновесия итерационным методом решалось нелинейное уравнение $F(z) = 0$. Полученные действительные положительные корни соответствовали возможным положениям равновесия тела.

Для алюминиевого тела высотой $h_0=5$ мм ($m_0=0,265$ г) положение равновесия соответствует точкам $z_1=43$ мм и $z_2=20$ мм, а для тела $h_0=10$ мм ($m_0=0,53$ г) - $z_1=40,8$ мм и $z_2=17,5$ мм. При рассматриваемых условиях расчетное положение равновесия тела возможно вблизи второго и четвертого витка индуктора. Однако более устойчивым является положение равновесия вблизи минимума магнитного поля, это подтверждает и характер производной равнодействующей силы вблизи точек положения равновесия (см. рис. 5, б). Для данной конструкции индуктора устойчивая область равновесия находится вблизи четвертого витка. Необходимо отметить, что с увеличением плотности удерживаемого металла кривая равнодействующей силы (см. рис. 5, а) опускается в сторону отрицательных значений. В решении уравнения (13) пропадают действительные положительные корни, это говорит об отсутствии точек равновесия тела. Например, для рассматриваемого распределения магнитного поля по высоте индуктора нет точек равновесия для любого цилиндрического медного тела ($\rho_0=8$ г/см³).

Заключение

Предложена математическая модель для определения амплитуды напряженности магнитного поля в индукторе с обратным витком и модель, позволяющая проанализировать положение металла при его удержании во взвешенном состоянии в индукторе. Положение точек равновесия металла в магнитном поле индуктора зависит не только от конструкции индуктора (от количества витков, от расстояния между витками, от положения обратного витка и др.), но и от размеров самой заготовки и тока, протекающего через индуктор. Существует предельная плотность материала, выше которой индуктор, имеющий включенный последовательно с основной катушкой противовиток с заданным током, металл удержать не может.

Список используемых источников

1. Фогель, А.А. Индукционный метод удержания жидких металлов во взвешенном состоянии/ А.А. Фогель. – Л.: Машиностроение, 1979. – 104 с.
2. Глебовский, В.Г. Плавка металлов и сплавов во взвешенном состоянии/ В.Г. Глебовский, В.Т. Бурцев. – М. Металлургия, 1974. – 176 с.
3. Ячиков, И.М. Моделирование поведения магнитного поля в ванне ДППТ при разных конструкциях токоподвода к подовому электроду/ И.М. Ячиков, И.В. Портнова, Р.Ю. Заляутдинов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2012. – №2. – С. 183-190.
4. Ячиков, И.М. Оценка эффективности электровихревого и кондукционного воздействия на расплав в ванне ДППТ/ И.М. Ячиков, И.В. Портнова // Теория и практика тепловых процессов в металлургии: Сб. докл. межд. науч.-практ. конф. – Екатеринбург: УрФУ, 2012. – С. 418-423.

Ячиков Игорь Михайлович – д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: jachikov@mail.ru.

Вдовин Константин Николаевич – д-р техн. наук, проф., заслуженный деятель науки Российской Федерации, заведующий кафедрой электрометаллургии и материаловедения ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: vdovin@magtu.ru.

Шмелев Максим Олегович – студент ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: m.a.k.c.i.m_@mail.ru.

Ячиков И.М., Вдовин К.Н., Шмелев М.О. Моделирование поведения магнитного поля и положения тела во взвешенном состоянии в высокочастотном индукторе с обратным // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 47-53.

Vdovin K.N., Yachikov I.M., Shmelev M.O. Modeling of behavior of a magnetic field and position of a body in a suspension in the high-frequency inductor with the return round // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 47-53.

УДК 519.116-37

АДАПТИВНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ЗАДАЧ УПОРЯДОЧЕННОГО РАЗБИЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Файнштейн С.И.

Аннотация. В работе рассматриваются задачи упорядоченного разбиения с ограничениями. Для их решения предлагается адаптивная оптимизационная модель, включающая целевую функцию, зависящую от настроечных штрафных констант, и эффективный эвристический пороговый алгоритм, автоматически настраиваемый на реальные данные.

Ключевые слова: адаптивная модель, целевая функция, алгоритм.

AN ADAPTIVE MODEL FOR ORDERED PARTITION WITH RESTRICTIONS PROBLEMS

Fainshtein S.I.

Abstract. Points of ordered partitions with restrictions problems have been considered. Planning problem is posed as a single-stage system with some multi-objective constraints. For these problems an adaptive optimization model has been developed. The model includes an objective function with penalty setting constants and an efficient heuristic threshold algorithm automatically adjusted to the real data.

Keywords: adaptive model, objective function, algorithm.

Актуальность работы

Реальные задачи оперативного планирования производства зачастую описываются большим количеством многокритериальных ограничений, ранжированных по степени «тяжести» нарушений.

После замены ограничений на штрафные функции, содержащие настроечные константы, можно генерировать решения с некоторым количеством нарушений ограничений. Управляя значениями настроечных констант, можно получать планы с различными количествами нарушений по каждому частному критерию.

Как правило, подбор значений настроечных констант осуществляет ЛПР (лицо, принимающее решение). В данной работе рассматривается алгоритм, позволяющий автоматически подбирать значения настроечных констант для решения некоторого класса задач упорядоченного разбиения с ограничениями [1].

Задача упорядоченного разбиения с ограничениями (I)

Задача (I)

Условие. Задано n -элементное множество A , $m \in \mathbb{Z}^+$, $m \geq 1$, $n > m$. Каждый элемент $a \in A$ имеет k целых характеристик, $k \geq 2$. Также задано s ограничений на порядок следования элементов, $s \geq k$.

Вопрос. Существует ли разбиение множества A на m попарно непересекающихся упорядоченных множеств $A_1, \dots, A_m$, удовлетворяющее всем ограничениям.

Задача (I) заключается в составлении расписания для одностадийной обслуживающей системы с t параллельными неидентичными приборами с учётом последствия системы при выполнении всех ограничений.

Задача безусловной оптимизации (II)

Пусть ограничениям задачи соответствует система целых положительных штрафов

$$\{F_1...F_s\}. \quad (1)$$

Припишем любому разбиению U Задачи (I) стоимость $f(U)$, где

$$f(U) = \sum_{i=1}^s C_i F_i, \quad (2)$$

где C_i – количество нарушений i -го ограничения в U , $i=1, \dots, s$. На всём множестве разбиений U Задачи (I) определена функция стоимости, f , отражающая количество и «тяжесть» допущенных нарушений.

Задача (II)

$f(u) \rightarrow \min$, где $u \in U$, $\{C_1(F_1,...,F_s),...,C_s(F_1,...,F_s)\}$ – частные критерии.

SF-алгоритм

Для решения Задачи (II) в [1] был предложен следующий пороговый SF-алгоритм.

Шаг 1. Сортируем штрафы $\{0, F_1, \dots, F_s, +\infty\}$ по возрастанию. Устанавливаем $t = 0$, $p(t) = Ft$ и стоимости разрезов $MinCut = Ft$ и $MaxCut$ (настроечная константа).

Шаг 2. Все неразмещенные элементы сортируем *Sort*. Если $MinCut \geq MaxCut$, то переход на шаг 4. Иначе разрезаем последовательность там, где стоимость размещения элемента $> MinCut$.

Шаг 3. Размещаем столбцы, полученные на шаге 2, если стоимость размещения $\leq p(t)$.

Шаг 4. Столбцы, не размещённые на шаге 3, размещаем поэлементно, если стоимость размещения $\leq p(t)$. Повторяем шаг, пока есть размещения стоимости $\leq p(t)$.

Шаг 5. Устанавливаем $MinCut = Ft$, $t = t + 1$, $p(t) = Ft$. Если $t \leq s+1$, то переход на шаг 2. Иначе останов.

Задача условной оптимизации (III)

Введём в задачу (II) дискретный параметр t , принимающий конечный набор значений: $t = 1, \dots, s+1$, где s – суммарное количество ограничений и частных критериев оптимизации задачи (I).

Также определим дискретную функцию $p(t)$ такую, что $p(t) = F_t$ при $t = 1, \dots, s$ и $p(s+1) = +\infty$, где $\{F_1, \dots, F_s\}$ – система штрафов (1), отсортированных в порядке возрастания. Параметр t имеет смысл номера итерации порогового алгоритма; штрафы, упорядоченные в порядке возрастания, играют роль естественных энергетических уровней для порогового SF-алгоритма; $u(t)$ – текущее разбиение, построенное на t -й итерации, $u(s+1)$ – полное решение.

Сформулируем *задачу условной оптимизации (III)*:

$f(u) \rightarrow \min$, при $Cost(a, t) < p(t)$ для любых $a \in A$, $t = 1..s+1$, $u \in U$, где $Cost(a, t)$ – стоимость размещения элемента a в разбиении $u(t)$, вычисленная согласно (2), $p(t) = F_t$ при $t \leq s$ и $p(s+1) = +\infty$, $\{F_1, \dots, F_s\}$ – система штрафов (1), отсортированных в порядке возрастания.

Система настроечных штрафов позволяет адаптировать алгоритм к реальным данным, изменяя значения настроечных констант.

Классы эквивалентности последовательностей настроечных констант

Пусть $\{C_1(F_1,...,F_s),...,C_s(F_1,...,F_s)\}$ – частные критерии задачи (III), где C_i – количество нарушений i -го ограничения в разбиении; $\{F_1,...,F_s\}$ – настроечные константы SF-алгоритма. Например, при $s = 3$ $\{0, a, b, c, a+b+c\}$ – система «порогов» SF-алгоритма, отсортированная в порядке неубывания.

Рассмотрим итерацию $t = 4$, $p(t) = c$. Если $c < a+b$, то возможно размещение элемента с нарушением только одного ограничения.

Если $c \geq a+b$, то возможно размещение элемента с нарушением либо одного ограничения, либо одновременного нарушения первых двух.

Система порогов $\{0, a, b, c, a+b+c\}$ не полна. Для $s = 3$ существует бесконечное число таких систем.

Обозначим через D подмножество R^n с положительными координатами. Каждой точке из D сопоставим упорядоченную последовательность $B = \{B[1], \dots, B[2^n - 1]\}$. Это суммы различных координат, взятых в количестве $C_n^1, \dots, C_n^n$ упорядоченные по неубыванию. Например, при $n=3$ (a, b, c) сопоставляется $B = \{a, b, c, a+b, a+c, b+c, a+b+c\}$, эта последовательность упорядочивается по неубыванию; если попадают равные суммы, то порядок их расположения не важен. Назовём такие последовательности B -последовательностями.

Определение 1. Две B -последовательности X и Y называются изоморфными $X \sim Y$, если для любых k индексов $1 \leq i_1 < \dots < i_k < n$ и m индексов $1 \leq j_1 < \dots < j_m \leq n$ имеет место

$$X_{i_1} + \dots + X_{i_k} < (\text{или } > \text{ или } =) X_{j_1} + \dots + X_{j_m} \Leftrightarrow \\ Y_{i_1} + \dots + Y_{i_k} < (\text{или } > \text{ или } =) Y_{j_1} + \dots + Y_{j_m}.$$

Определение 2. Если две точки образуют изоморфные последовательности, то они называются эквивалентными.

Определённое таким образом отношение разбивает D на классы эквивалентности. Для любых двух эквивалентных последовательностей SF-алгоритм генерирует один и тот же план.

Утверждение 1. Классов эквивалентности конечное число.

Утверждение 2. D есть непустое объединение выпуклых классов эквивалентности (классы описываются конечной системой линейных неравенств).

Например, при $s = 2$ и $F = \{0, a, b, a+b\}$: $E(s) = \{\{a = b = 0\}, \{a = 0, b > a\}, \{b = 0, a > b\}, \{a > 0, a = b\}, \{a > 0, b > a\}, \{b > 0, a > b\}\}$.

Алгоритм автоматической настройки SF-алгоритма

Шаг 1. ЛПР ранжирует частные критерии. В соответствии с ранжировкой выбираем произвольную упорядоченную по неубыванию систему штрафов $\{F_1 \dots F_s\}$. Строим для неё B -последовательность порогов SF-алгоритма $X = \{0, X[1], \dots, X[2s]\}$.

Шаг 2. Генерируем решение и запоминаем $\{C_1 \dots C_s\}$.

Шаг 3. Фиксируем значения $\{F_1 \dots F_{s-1}\}$. Составляем для них B -последовательность $X = \{0, X[1], \dots, X[2s-1]\}$.

Шаг 4. Запускаем SF-алгоритм $2s$ раз, F_s пробегает значения $\{0, (X[1]-0)/2, X[1], \dots, X[2s-1], X[2s-1] + 1\}$. Выбираем решение с $\min$ значением C_s , запоминаем его B -последовательность.

Шаг 5. Повторяем шаги 2-4 для j -го критерия, $j = s-1, \dots, 1$ критерия.

Выбираем решение с $\min$ значением C_j при условии, что значения критериев $\{C_{j+1}, \dots, C_s\}$ не ухудшились.

Вычислительная сложность SF-алгоритма с автоматическим подбором настроечных констант $O(s^{n+1} 2^s n^3)$.

Заключение

Автоматический подбор настроечных констант на основе обратной связи позволяет создать адаптивную модель оперативного планирования производства и исключить ЛПР из процесса принятия решения.

Список используемых источников

1. Файнштейн, С.И. Адаптивная оптимизационная модель для задач оперативного планирования листопрокатного производства // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2010. – №1. – С. 92-98.
2. Батищев, Д.И. Метод комбинирования эвристик для решения комбинаторных задач упорядочения и распределения ресурсов / Д.И. Батищев, Э.Д. Гудман, И.П. Норенков, М.Х. Прилуцкий // Информационные технологии. – 1997. – №2. – С. 29-32.
3. Вентцель, Е.С. Исследование операций : М.: Советское радио, 1972. – 552 с.
4. Девятов, Д.Х. Эвристическая оптимизационная модель для NP-полных задач разбиений с ограничениями, возникающих при оперативном планировании листопрокатного производства / Д.Х. Девятов, С.И. Файнштейн, А.Б. Белявский, В.Е. Торчинский // Информационные технологии. – 2009. – №8.
5. Каплан, Д.С. Алгоритм оперативного планирования погрузки металла в печи листопрокатного стана / Д.С. Каплан, Д.Х. Девятов, А.Б. Белявский, С.И. Файнштейн, В.Е. Торчинский // Сталь. – 2007. – №2. – С. 130-133.
6. Каплан, Д.С. Эвристический полиномиальный алгоритм оперативного планирования размещения готовой продукции на складах металлургических предприятий / Д.С. Каплан, Д.Х. Девятов, С.И. Файнштейн, В.Д. Тутарова, А.Н. Калитаев // Автоматизация и современные технологии. – 2009. – №6.
7. Девятов, Д.Х. Оперативное планирование отгрузки готовой продукции со складов металлургических предприятий / Д.Х. Девятов, С.И. Файнштейн, В.Д. Тутарова, А.Н. Калитаев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – №4. – С. 36-40.
8. Танаев, В.С. Теория расписаний. Одностадийные системы / В.С. Танаев, В.С. Гордон, Я.Н. Шафранский. М.: Наука, 1984. – 384 с.

Файнштейн Светлана Ильдаровна – доцент кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: swetlana@mgn.ru

Файнштейн С.И. Адаптивная модель для задач упорядоченного разбиения с ограничениями // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 53-56.

Fainshtein S.I. An adaptive model for ordered partition with restrictions problems // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 53-56.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

SYSTEMS ANALYSIS, DESIGN AND SOFTWARE DEVELOPMENT

УДК 655.253.004.91

FEEDBACK LOOPS IN SOFTWARE DEVELOPMENT

Levin S., Levin B.

Abstract: Commercial success of software products highly depends on their "time-to-market". The authors share their industrial experience with several emerging methodologies such as Unit Testing, Continuous Integration and Continuous Deployment. The authors then categorize these methodologies according to the feedback loop notion into inter-stage and intra-stage, in the perspective of a software development project stages. The intra-coding stage feedback loop is put forth for the first time in this context and is reviewed in detail. We believe that applying the notation of feedback loops further in the software development realm holds great potential to improve various processes involving human factors.

Keywords: software, stages of development, a joint project management, feedback.

ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ В РАЗРАБОТКЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Левин С., Левин Б.

Аннотация: Коммерческий успех программных продуктов во многом зависит от их «времени выхода на рынок». Авторы делятся опытом использованием промышленной новой методики, включающей модульное тестирование, непрерывную интеграцию и непрерывное развертывание. Авторы классифицируют эти методики в соответствии с понятием обратной связи в промежуточной ступени и внутри этапа перспективного развития программного обеспечения проекта. Внутреннее кодирование на этапе обратной связи авторы предлагают в первый раз в данном контексте и рассматривают в деталях. Авторы считают, что применение контуров обратной связи в области разработки программного обеспечения имеет большой потенциал для улучшения различных процессов с участием человеческого фактора.

Ключевые слова: программное обеспечение, этапы разработки, совместное ведение проектов, обратная связь.

Software lifecycle

A product's lifeline is usually cyclic, with each new round is driven by customers' feedback, be it a positive or a negative one. Such feedbacks prompt the introduction of new features, and the improvement (or even the elimination) of existing ones. Due to its cyclic nature, this lifeline is also known as a "product lifecycle". While few agree on the exact definition of a typical lifecycle, most will agree on the existence of several fundamental stages (see fig. 1):



Fig.1. Product lifecycle

To identify opportunities to improve each stage individually, and the process as a whole it is not without interest to look at it from a perspective of feedback loops, which are generally described as systems where outputs are fed back as inputs to affect future outputs.

Harnessing the Power of Feedback Loops [19] describes how feedback loop can be applied to human beings to effect their behavior, "The premise of a feedback loop is simple: Provide people with information about their actions in real time, then give them a chance to change those actions, pushing them toward better behaviors". We shall next point out some of the ways feedback loops are being applied, and shortened, in the software realm, to assist at improving the software development process. We further separate feedback loops in software projects into two main categories: inter-stage feedback loops, spanning at least two software development stages, and intra-stage feedback loops, taking place within a single stage of a product's lifecycle.

Unit Testing as an inter-stage feedback loop

A common methodology employed in modern software projects is writing unit tests, a.k.a, Unit Testing. It should be noted that throughout this paper we consider all unit tests automatic, in the sense that once run, they provide a passed or failed results without any manual intervention (they do however, require that someone runs them). Unit tests are essentially pieces of code that feed controlled inputs to individual modules in the system and verify desired output and behavior. Having performed a change (new feature, is also a kind of change), developers can run all their unit tests (a.k.a. test suites) and get an up to date status of the codebase. A status that could otherwise take weeks or even months to get to since tests were performed manually and exclusively by the QA team after the development had finished. However, not all tests can be or should be made automatic. Sometimes it is even counter productive to do so. UI level tests are famous for their complex and fragile nature, often making them inappropriate candidates for automation. In general, unit tests hold a great benefit to a products' schedule as well as its quality, since they reduce the potential number of bugs leaking from the coding stage down to later stages in the process pipeline. They are also the enablers for practices such as refactoring [20] to safely take place, as rapid code changes can be verified quickly and automatically with a hit of a button.

Continuous Integration takes this concept even further, and suggests the existence of a central system responsible for automatically and periodically executing the activities as compiling the codebase and running its unit tests (some also include generating deployable artifacts). In terms of project development stages, Unit Testing and Continuous Integration shorten the feedback loop between making changes during the coding stage, and understanding whether they has adversely affected existing functionality, which used to happen during the test stage as depicted below (see Fig. 2).

Continuous Deployment as an inter-stage feedback loop

Continuous Deployment is another emerging methodology that has been recently gaining popularity. It suggests that upon a successful cycle of compiling the code, running its unit tests, the generated artifacts are automatically deployed to production environments, and ultimately delivered to customers, who in turn give feedback that can be potentially turned into insights valuable to both the engineering and business departments. This idea is very different in nature from other known methodologies, where the product would get to the customers only after a well defined and scheduled release that could take months and even years. It should be noted that Continuous Deployment does not mean compromising quality and shipping a half baked product. Continuous Deployment advocates high quality standards by means of automation, of tests, deployment procedures, and other activities, eliminating much of the manual, time consuming and error prone lab our.

By harnessing the power of automation, Continuous Deployment aims to get features out to customers as soon as possible in order to get their feedback and steer the development efforts accordingly (see Fig. 3).

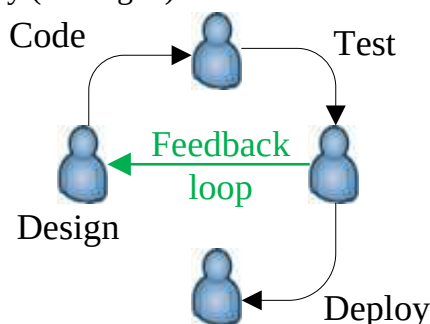


Fig.2. "Test – Development" feedback loop

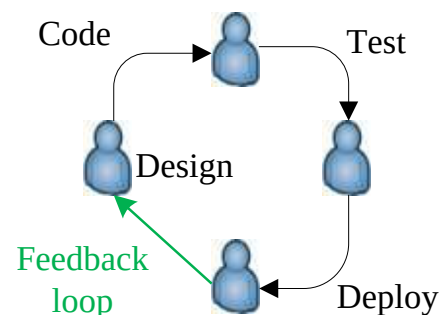


Fig.3. Continuous Deployment feedback loop

Identifying intra-coding stage feedback loops

Effective collaboration is a key factor in the success of a software project developed by a team. Collaboration has become an even more important factor as modern industrial software projects involve multiple developers working on the same codebase (see fig. 4).

In fact, parallel development has become the norm rather an exception [1]. Unfortunately, current IDE's (Integrated Development Environment) are yet to achieve the collaboration levels we can find in other online collaboration tools (with a social touch) such as Google docs and Facebook. We next describe the nature and means of collaboration during the coding stage in more detail and identify opportunities to shorten some feedback loops in this context. One of the most fundamental needs when coding as part of a team is sharing common code repository. This task is usually carried out by a Software Configuration Management (SCM) system [2, 3, 4, 5]. The SCM system maintains all files that comprise the software project and serves as the only version controlled mechanism through which developers share code

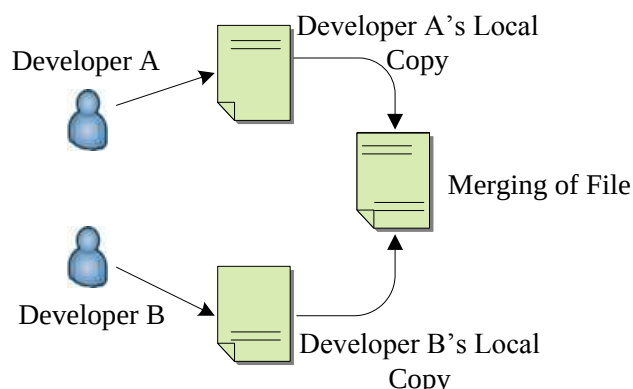


Fig. 4. Parallel development

through which developers share code [6]. The SCM tools employ a common check-in / check-out model according to which a change will become visible to others, only after the developer who made it checks his code into the shared repository.

A direct implication of this model is that code conflicts will only be discovered post factum. It is only when a developer tries to check-in his code that he will discover that his current version is in conflict with the one in the SCM system repository.

Once aware of the conflict the developer is

forced to resolve it by means of merging his version with the repository's one. Manual merges of conflicting code are considered both time consuming and error prone [7, 8]. Since a conflict involves changes made by multiple developers, in order to make the correct decision a comprehensive understanding of the overall changes must be obtained. The process of obtaining the information pertaining to each change may be done in various manners. For instance, one can query fellow developers about the changes they made; if the environment supports a change log, it can be inspected for the change history; some systems may even provide inherent support, such as the multi versioning technique described in [9]. Regardless of the method chosen, one thing remains painfully certain – a mishandled merge may lead to a variety of negative results, including compilation errors, faulty program behavior (that can go undetected until much later in the development process), and misplacement of code lines or even entire features. It is not surprising then, that developers seek to avoid manual merges whenever possible. Once a conflict is introduced into the system it is a fairly complex task to apply an automatic conflict resolution mechanism, since in many cases, several options can be appropriate from a syntactic point of view. Semantics based conflict resolution is even more complex as it requires to gain understanding of what the code at hand actually does. The term merge is used both when there is an explicit code conflict between two code versions, and when the two version are simply different and not necessarily conflicting. This observation plays an important role, since although both cases deal with merging several version into one, the challenges involved in each are of different nature. Recently, distributed SCM tools ([4], [5]) have suggested a novel approach to efficiently and automatically merge non conflicting versions [18] and thus alleviate one aspect of merging. Dealing with conflicting versions on the other hand, presents a problem that generally can not be resolved by an automation since it is a problem that extends beyond technical difficulties. Such a process involves merging two changes of which there is no right and wrong, it just so happened to be that several changes had taken place simultaneously and affected the same element. Each change is syntactically and semantically valid, yet adjustments must be made in order for them to co-exist in the final code version.

The process of discovering a conflict and merging code to fix it is in fact a feedback loop, where the initial change being the action, the conflict being the effect, and merging being the corrective action, completing the feedback loop. A number of tools have been suggested so as to address this painful feedback loop, and have mostly concentrated on making it shorter, by increasing

developers' awareness, often defined as an understanding of the activities of others by providing a context for your own activity [10]. Such tools usually come either as plug-ins integrated into the IDE - Syde [11], Lighthouse [12] or as standalone applications – Palant'ir [13], FASTDash [14].

Syde's [11] main challenge is to balance the tradeoff between offering relevant information about the activity of a team on one hand, and avoiding information overload on the other. Syde modeled source code changes as first-class entities to record the detailed evolution of a multi-developer project. Syde's conflict plug-in displays information about emerging conflicts as developers copies of the code become inconsistent with one another. Conflict alerts are shown in a dedicated view panel and as annotations on the left side of the Java editor. Red conflicts are considered severe, because they involve at least one version of an entity that is outdated according to the SCM system. Yellow conflicts are considered moderate, but they can easily become severe if the involved developers do not try to resolve them before checking in their code to the SCM. A developer can inspect the other version of the entity that has a conflict with his own, and the conflict plug-in will start a semi-automated process to resolve the conflict and merge the two versions. Syde also offers several visualization: decorations of the standard Eclipse package explorer, which indicates changes made to files by other developer. A WordCloud view, where the number of changes that have been performed on each class is used as size metric, while the order indicates the recency of the changes (with most recently changed classes at the top). A Buckets view, where the classes are displayed as buckets, that are progressively filled with single changes depicted as small squares. The color of each change denotes the developer responsible for it. Changes follow a chronological order, thus older changes are at the bottom of the bucket, while newer changes appear at the top.

Lighthouse [12] distinguishes itself by utilizing a concept called Emerging Design, an up to date design representation of the code, to alert developers of potentially conflicting implementation changes as they occur, indicating where the changes have been made and by whom. The Emerging Design is being represented as a UML like class diagram, where it presents the main elements found in these diagrams (classes, fields, methods, and relationships) with additional evolution information. It is important to notice that the diagram only keeps track of changes that impact the software design. Internal implementation changes in methods are not considered. With the Emerging Design, developers can follow the design evolution by simply observing the chain of changes for the diagram elements. This view is updated not only in this developer workspace, but in all developers workspaces. Hence, all the developers have the same exact view of the current design, even if they have not yet checked in or checked out the latest changes.

Palantr [13] is a workspace awareness tool that complements existing configuration management systems by providing developers with insight into other workspaces. In particular, the tool informs a developer of which other developers change which other artifacts, calculates a simple measure of severity of those changes, and graphically displays the information in a configurable and generally non-obtrusive manner. A crucial aspect of Palantr is that it inverts information flow from pull to push. Instead of informing developers of other efforts only when they themselves perform some configuration management operation (e.g., check in or check out), Palantr increases awareness by continuously sharing information regarding operations performed by all developers.

FASTDash (Fostering Awareness for Software Teams Dashboard) [14] is an interactive visualization tool that seeks to improve team activity awareness using a spatial representation of the shared code base that highlights team members current activities. With FASTDash, a developer can quickly determine which team members have source files checked out, which files are being viewed, and what methods and classes are currently being changed. The visualization can be annotated, allowing programmers to supplement activity information with additional status details. It provides immediate awareness of potential conflict situations, such as two programmers editing the same source file. One can also see fellow programmers ongoing local file activities that occur outside of a source repository. FASTDash allows developers to maintain an awareness of which files are opened (but not necessarily checked out) by fellow programmers, which method or class a programmer is currently editing, or if a programmer is debugging code. These tools share a common

principle, they collect relevant information and present it to the developer. It's up to the developer to utilize this information and perform (or refrain from performing) a particular set of actions in order to prevent conflicts and promote collaboration. The developer is only shown the path, yet he is the one who has to walk it.

In recent years a trend of online web-based IDEs has been rising. These IDEs are accessed through a browser, while providing a similar user interface to the ones developers have grown accustomed to. Typically they include code completion, hierarchical file browsing and most of the basic features one will find in a standard IDE. As it stands now, the overall user experience is very limited, and web-based IDEs usually fall short of their ancestors in providing a fully fledged, industry suitable alternatives. Robustness and advanced features are some examples to what web-based IDEs leave to be desired. However, web-based IDEs put forth some new and innovative features, ranging from no-setup working environments, to collaborative real time coding.

Cloud 9 [15] is an impressive open source web-based IDE that is continuously developing and is one of the most competent web-based IDEs the authors have come across. It has a vast set of features, including: searching file by name, search method by name, search text and regular expressions, code folding, multiple cursors (indicating fellow developers), Git SCM ([4]) system integration and chatting with fellow developers.

While Cloud9 provides many useful features aimed at both the functional and collaboration aspects of an IDE, it does not provide any particular means to deal with code conflicts. It is up to the developers to deal with this troublesome implication of collaborative coding.

CloudStudio [16] is another web-based IDE, which replaces the explicit check-in / check-out model with interactive editing and real-time conflict tracking and management. In this web-based IDE, lines edited differently by multiple developers are colored red, so as to indicate a potential conflict. Once a conflict is detected, a developer can try and resolve it by using one of the communication methods directly built in into the IDE, such as a Skype conversation or a chat.

Collabode [17] was the first to offer collaborative real time coding while acknowledging that the method of propagating code as if it were plain text, without taking semantics into account, has some inherent faults. Collabode uses error-mediated integration (EMI) [17] that only propagates semantically valid edits, i.e., those which do not violate the successfully compiling state of a given program. Changes from a particular developer are mediated, and are only propagated when valid. The EMI approach is aimed at preventing developers from bringing out of commission other team members on account of their errors being propagated to the whole team. Collabode's user interface promotes collaboration by allowing developers to view changes made by others inline, before these changes have actually been applied to their own version of the code. The authors of Collabode reported that treating code as text had posed some challenges such as for instance, merging adjacent edits (further discussed in [17]).

Summary

We have demonstrated how and where in the a software project's lifecycle the term feedback loop can be applied and used to better understand certain challenges in the development process, as well as the benefits that methodologies like Unit Testing, Continuous Integration, and Continuous Deployment bring to the table. Moreover, we have categorized software related feedback loops into two main categories, inter-stage and intra-stage. We've taken the latter and showed in detail one particular feedback loop we find challenging, and reviewed the current research projects trying to alleviate it.

List of sources used

1. Anita Sarma, Gerald Bortis, and Andre van der Hoek. Towards supporting awareness of indirect conflicts across software configuration management workspaces. // In ASE, 2007. – Pp. 94 – 103.
2. Apache Subversion. <http://subversion.apache.org/>.
3. Rational ClearCase. <http://www-01.ibm.com/software/>
4. GIT, a free, open source, distributed version control system. <http://git-scm.com/>.
5. Mercurial is a free, distributed source control management tool. <http://mercurial.selenic.com/>.
6. Lile Hattori and Michele Lanza. An environment for synchronous software development. // In ICSE Companion, 2009. – Pp. 223–226.

7. C. A. Ellis and S. J. Gibbs. Concurrency control in groupware systems. SIGMOD Rec., 18(2):399–407, 1989.
8. Yuriy Brun, Reid Holmes, Michael D. Ernst, and David Notkin. Proactive detection of collaboration conflicts. // In Proceedings of the 8th Joint Meeting of the European Software Engineering Conference and ACM SIGSOFT Symposium on the Foundations of Software Engineering (ESEC/FSE11), 2011. – Pp. 168 – 178.
9. C. Sun and D. Chen. A multi-version approach to conflict resolution in distributed groupware systems. // In ICDCS '00: Proceedings of the The 20th International Conference on Distributed Computing Systems (ICDCS 2000), Washington, DC, USA, 2000. – 316 p.
10. Paul Dourish and Victoria Bellotti. Awareness and coordination in shared workspaces. // In Proceedings of the 1992 ACM conference on Computer supported cooperative work, CSCW '92. – New York, NY, USA, 1992. Pp. 107 – 114.
11. Lile Hattori and Michele Lanza. Syde: a tool for collaborative software development. // In ICSE (2), 2010. – Pp. 235–238,
12. Isabella A. da Silva, Ping Chen, Christopher van der Westhuizen, Roger M. Ripley, and Andr van der Hoek. Lighthouse: coordination through emerging design. // ACM, 2006. Pp. 11 – 15.
13. Anita Sarma, Zahra Noroozi, and Andr Van Der Hoek. Palantr: Raising awareness among configuration management workspaces, 2003. – Pp. 444 – 454.
14. Jacob T. Biehl, Mary Czerwinski, Greg Smith, and George G. Robertson. Fastdash: A visual dashboard for fostering awareness. In in Software Teams. SIGCHI conference on Human Factors in computing systems, 2007. – Pp. 1313 – 1322.
15. You can code anywhere, anytime... <https://c9.io/>.
16. Martin Nordio, Bertrand Meyer, and H.-Christian Estler. Collaborative software development on the web. Computing Research Repository, abs/1105.0768, 2011.
17. Max Goldman, Greg Little, and Robert C. Miller. Real-time collaborative coding in a web ide. // In UIST, 2011. Pp. 155–164.
18. Brian de Alwis and Jonathan Sillito. Why are software projects moving from centralized to decentralized version control systems? // In Proceedings of the 2009 ICSE Workshop on Cooperative and Human Aspects on Software Engineering, CHASE '09, Washington, DC, USA, 2009. – Pp. 36 – 39.
19. Wired Magazine, http://www.wired.com/magazine/2011/06/ff_feedbackloop/
20. Refactoring - <http://martinfowler.com/books/refactoring.html>.

Levin Stas – Seasoned Software Engineer, holds a M.Sc. in computer science from Tel Aviv University, Israel. E-mail: Stas.Levin@gmail.com.

Levin Boris – Ph.D, School of Computer Science, The Academic College of Tel-Aviv-Yaffo/ E-mail: BS_LEVIN@yahoo.com.

Levin S., Levin B. Feedback Loops in Software Development // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 57-62.

Levin S., Levin B. Feedback Loops in Software Development // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 57-62.

УДК 621.317.39: 633.521

ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЕМКОСТНЫХ ПЕРВИЧНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ВЛАЖНОСТИ

Каландаров П.И., Машаринов Ш.М., Искандаров Б.П., Хаитов Б.М.

Аннотация. Рассмотрены вопросы проектирования высокочастотного метода и проектирования на её основе приборов контроля влажности ёмкостных измерительных преобразователей, проведен анализ предыдущих исследований в области аналитических измерений. В технологических измерениях информативных параметров, к числу которых относится влажность исследуемого материала, является одним из важных контролируемых параметров, но, однако на результат этого информативного параметра влияет большое число различных неинформативных параметров, в том числе температура, плотность, гранулометрический состав, неоднородность материала и т.п., а также нестабильность конструктивных характеристик проектируемого первичного измерительного преобразователя во многих случаях приводят к значительным погрешностям. В связи этим в работе анализируются особые требования, предъявляемые к первичным измерительным преобразователям, приводится методика инженерного расчёта геометрических размеров и их рабочей ёмкости.

Ключевые слова: Проектирование, измерительный прибор, преобразователь, параметр, ёмкость, рабочая ёмкость, инженерный расчёт, конструктивные требование, эксплуатационные требование, схемотехнические требование, метрологические требование.

DESIGN CONSIDERATIONS OF CAPACITIVE TRANSDUCERS HUMIDITY

Qalandarov P.I., Masharipov SH., Iskandarov B.P., Xaitov B.M.

Abstract. The problems of designing a high-frequency method and the design of devices based on its control of humidity capacitive transducers, the analysis of previous studies in the field of analytical measurements. In technological dimensions of informative parameters, which include the humidity of the material, is one of the most important controllable parameters, and yet the result of this informative parameter affects a large number of different non-informative parameters, including temperature, density, grain size, heterogeneity of the material and t. forth, as well as instability of the design characteristics of the designed transducers in many cases lead to significant errors. Due to this paper analyzes the special requirements for transducers, the technique of engineering calculation of the geometric dimensions and their working capacity.

Keywords: design, meter, transducer, setting, capacity, operating capacity, engineering design, design requirements, performance requirements, circuit, hardware requirement, the metrological requirement, the electrode, the working frequency.

Постановка проблемы

Высокочастотные приборы контроля влажности основаны на наличии зависимости между диэлектрической проницаемостью контролируемого материала и его влажностью. Решение этой проблемы требует проведения глубоких теоретических и экспериментальных исследований с целью разработки концептуальных вопросов теории и практики экспресс-влажнометрии в технологических процессах, создания научно обоснованных принципов построения и реализации методов инженерного расчета, выбрать оптимальную рабочую частоту при проектировании измерительных преобразователей. Первичные измерительные преобразователи (ПИП) влажности являются основным элементом, который обеспечивают информационную связь с конкретными характеристиками исследуемого объекта, и в большой степени определяет качества и надежность работы измерительного тракта.

Анализ предыдущих исследований

В настоящее время отсутствует единая серия приборов контроля влажности, обладающих типоразмерами и охватывающие все условия измерения влажности, встречающиеся на практике производств. Такое положение объясняется тем, что отличительные признаки различных условий измерений влажности не проанализированы и не систематизированы. Методически не отработан единый подход к различным принципам проектирования влагомеров с целью определения общих для всех разновидностей приборов параметров, облегчающий выбор и рекомендации для работы в конкретных технологических условиях [1].

В аналитических измерениях, к числу которых относится измерения влажности, однако большое число влияющих различных неинформативных параметров, и нестабильность конструктивных характеристик проектируемого ПИП во многих случаях приводят к значительным погрешностям. Анализ проведенных результатов ряда исследователей показывает что, изменение влажности различных сыпучих дисперсных материалов с вероятностью $P(x) = 0,9$ происходит от 0,2 до 30 %, и большинство технологических требований удовлетворяются измерениями влажности с погрешностью от 0,5% до 2,5% [2]. В связи с этим для получения достоверного результата особое значение имеет определение требований, предъявляемых при проектировании и использовании ПИП.

Результаты исследований и методика инженерного расчета

В работе рассматривается метод анализа высокочастотных влажностных систем в которых используются традиционные частотно-влажностные характеристики, однако из-за большого разнообразия и сложности состава исследуемых объектов создать универсальный ПИП для всех видов материалов достаточно сложно. Однако можно выделить требования, которым должен соответствовать ПИП независимо от исследуемого влажного материала.

Известно, что в преобразователе имеются две емкости: рабочая емкость верхней полуплоскости, меняющаяся с изменением влажности контролируемого материала, и емкость нижней полуплоскости, которая остается постоянной при изменениях влажности.

По техническим соображениям ПИП влажности можно разделить на четыре группы: конструктивные, схемотехнические, эксплуатационные и метрологические [3]. При этом к основным требованиям при разработке и проектирования можно отвести следующие требования:

Конструктивным:

- ПИП должен обеспечивать равновесие физико-химических свойств исследуемого материала и материала стенки датчика для получения стабильности свойства влажного материала в ПИП;
- материал ПИП должен обладать устойчивостью к химическому воздействию как окружающей среды, так и контролируемого материала;
- конструкция и материал электродов ПИП должны обеспечивать минимальный воздушный зазор между электродами и поверхностью контролируемого материала и устранять влияние внешних факторов (температуры, плотности засыпки, химического состава и т.д.) характеристики ПИП;
- при измерениях влажности в рабочих условиях необходимо, чтобы ПИП был устойчив как к механическим воздействиям, так и к влиянию электромагнитных полей, температуры, влажности и т.д.

Схемотехническим:

- ПИП должен иметь либо линейную зависимость «влажность-выходной сигнал», либо задаваемую полиномом с возможностью введения коэффициентов полиномов;
- ПИП должен иметь стандартный выходной сигнал, соответствующий требованиям вторичного измерительного преобразователя.

Эксплуатационным:

- ПИП должен обладать малыми массогабаритными параметрами;
- ПИП должен иметь «малую» трудоемкость монтажа и технического обслуживания, то есть допускать его быструю замену.

Метрологическим:

- важнейшей проблемой при использовании датчиков является обеспечение постоянства чувствительности (S), которая должна как можно меньше зависеть от других физических величин, характеризующих не сам объект, а его окружение.
- в статическом режиме линейность определяется наличием прямолинейного участка статической характеристики. Очевидна выгода линейности характеристики. В случае нелинейности датчика оказывается целесообразным делать измерительную схему линейной, включая в нее корректирующие элементы. Данная процедура является – линеаризацией;
- быстродействие – это параметр датчика, позволяющий оценить как выходная величина следует во времени за изменениями измеряемой величины. Вклад переходных режимов должен быть сведен к минимуму;
- стабильность отражает постоянства во времени метрологических показателей датчика.

Методику инженерного расчета преобразователей для обеспечения требуемых метрологических характеристик производим в следующей последовательности.

Для обеспечения одинакового напряжения во всех точках электрода необходимо выполнять условие квазистационарности, которое состоит в том, чтобы максимальный размер D_m электрода был не более одной десятой части длины электромагнитной волны в контролируемом материале. Для материала с малыми потерями условие квазистационарности можно записать в следующем виде:

$$D_m \leq \frac{1,44 \cdot 10^8}{\omega \sqrt{\epsilon'}}. \quad (3)$$

Размер D преобразователя, работающего с материалом, имеющим значительные потери, следует иметь в виду, что в этом случае длина волны

$$\lambda = \frac{1}{\omega \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon'}{2}} \cdot \sqrt{1 + tg\delta}}. \quad (4)$$

При измерении сыпучих материалов необходимо, чтобы зазор между электродами (на рис.1 зазор между электродами d) был не менее чем в пять раз больше среднего диаметра частиц, иначе гранулометрический состав пробы начинает сильно сказываться на стабильности измерения.

Как показывает эксперимент [4], при умеренных скоростях движения сыпучего материала в преобразователе толщина ограниченного слоя примерно в три раза больше характерно размера a частиц сыпучего вещества, а диэлектрическая проницаемость его меньше на 5 – 10 % проницаемости вещества, находящегося в центральной части преобразователя.

Если электроды расположены при состоянии $H \ll D_M$, емкость преобразователя можно вычислить по формуле:

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{H}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; H – зазор между электродами; S – площадь электрода.

В противном случае необходимо учитывать краевые эффекты поля электродов и определяют емкость преобразователя согласно выражению:

$$C = C_0 + C_k = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{H} \cdot \varepsilon + C_k, \quad (6)$$

где C_k – краевая емкость электродов.

Для электродов произвольной формы, если $H \ll \sqrt{S}$, краевая емкость приближенно можно определить как

$$C = \varepsilon_0 \frac{l_1}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{S}}{H}, \quad (7)$$

где l_1 – периметр электрода.

Для определения качества работы преобразователя рассмотрим спектр полезного сигнала. Измеряемая емкость датчика представим как сумму:

$$C = C_u + C_d + C_k, \quad (8)$$

где C_u – емкость, обусловленная влажностью материала; C_d – дополнительная (паразитная) емкость; C_k – входная емкость измерительной схемы соединительного кабеля.

Изменяемая емкость определяется как:

$$C_u = (\varepsilon_m - \varepsilon_n) \cdot C_0, \quad (9)$$

где $\varepsilon_m, \varepsilon_n$ – диэлектрические проницаемости соответственно материала и подложки; C_0 – геометрическая емкость датчика.

Для нормальной работы емкостного датчика необходимо выполнение условия

$$dC_u \geq dC_d + dC_k. \quad (10)$$

Изменение емкости складывается из составляющих, обусловленных влиянием влажности материала W , его температуры T_M , плотности и структурного состава γ , X , температуры составных частей емкостного преобразователя T_c

$$dC_u = \frac{\partial C_u}{\partial W} dW + \frac{\partial C_u}{\partial T_M} dT_M + \frac{\partial C_u}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial C_u}{\partial x} dx + \frac{\partial C_u}{\partial T_c} dT_c. \quad (11)$$

Для минимизации погрешности измерения необходимо, чтобы $\frac{\partial C_u}{\partial W} \rightarrow \max$ с учетом

$$C_0 \frac{\partial(\varepsilon_m + \varepsilon_n)}{\partial W} \rightarrow \max.$$

Выполнение неравенства (10) накладывает определенные требования к выбору абсолютного значения $C_0 \geq C_{0min}$, где C_{0min} – зависит от значений C_k и C_d . Информационные качества датчика можно оценить коэффициентом η , показывающим долю емкости датчика, обусловленную единичным изменением влажности материала.

$$\eta = \frac{C_0(\Delta\epsilon_m + \Delta\epsilon_n)}{C_0(\epsilon_m + \epsilon_n) + C_d + C_k}. \quad (12)$$

Как отмечалось выше, величина C_0 подбирают выбором длины электродов l . При этом следует учесть чувствительность регистрирующего прибора C_{min} , которая определяется как

$$\Delta C_{min} = C_0 \cdot \Delta\epsilon_{min} = C_0 \frac{\partial\epsilon}{\partial W} \cdot \Delta W_{min}. \quad (13)$$

Из (13) можно определить минимальную длину электродов

$$l_{min} \geq \frac{\Delta C_{min}}{\frac{\partial\epsilon}{\partial W} \cdot \Delta W_{min} \cdot \epsilon_0 \cdot \gamma}. \quad (14)$$

И наконец, при выборе длины электродов необходимо обеспечение условия $l \leq l_{кр}$, где $l_{кр}$ – критическая длина электродов, при которой емкость переходит в индуктивность. Критическую длину электродов при заданной частоте можно определить из выражения

$$R_m^2 \cdot C_m^2 - L_m(1 + \omega^2 \cdot R_m^2 \cdot C_m^2) = 0,$$

где R_m , L_m , C_m – электрические параметры преобразователя с материалом.

Следующим этапом должен быть выбор первичного преобразователя. Здесь, в первую очередь, должен быть решен вопрос о его начальной емкости, причем, как видно из схемы, преобразователь, заполненный материалом, является в рассматриваемом контуре единственным элементом, содержащим активное сопротивление. Результаты такого подхода хорошо согласуются с данными проведенных нами экспериментов на приборе Е 10-2 и данными, приведенными в работе [5] при использовании схемы F-метра, с рабочей частотой $f=10$ МГц. Для твердых сыпучих дисперсных материалов, а также материалов в жидком агрегатном состоянии, важный фактор, с которым следует считаться при выборе ёмкостных преобразователей, – это возможность их использования без предварительного взвешивания контролируемого продукта, которым заполняет преобразователь.

Оптимальным при проектировании для жидких материалов являются компланарные преобразователи. Определение проводимости проводников различных конфигурации имеет много общего с определением емкостей. Для указанных первичных преобразователей как следует из общей теории поля, зависимости, связывающий заряд, разность потенциалов и емкость, с одной стороны, и ток, напряжение и проводимость с другой стороны формализуются аналогичными уравнениями как в дифференциальной, так и интегральных формах.

Особенностью таких преобразователей является то, что поле в них реально существует лишь в сравнительно тонкой приэлектродной области, что освобождает результаты измерения от влияния полноты заливки, соответственно ни объем, ни вес залитой пробы на результаты измерения не влияют.

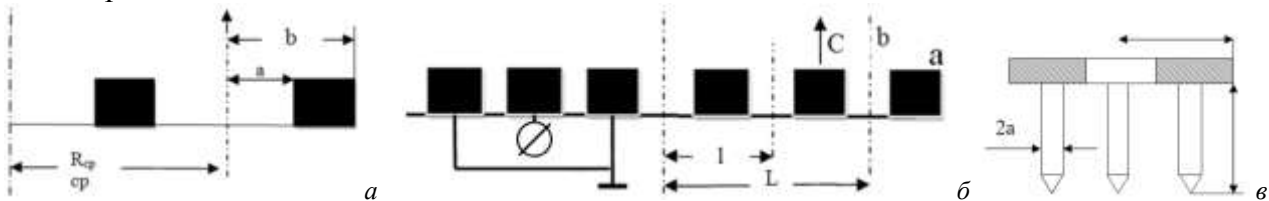
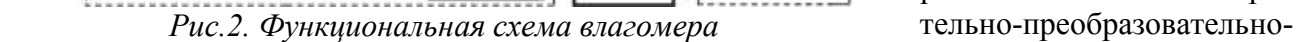


Рис. 1. Расчетная схема двух, трех электродного и игольчатого первичного измерительного преобразователя

На рис. 1 представлена расчётная схема: а) для двух; б) для трёх кольцевого и с) для пастообразного игольчатого первичного преобразователя.



Хайтов Бахтиер Махмудович – начальник отдела отраслевого Центра повышения и переподготовки педагогических кадров, Ташкентский государственный технический университет. E-mail: khaitov1964@mail.ru

Каландаров П.И., Машарипов Ш.М., Искандаров Б.П., Хайтов Б.М. Вопросы проектирование емкостных первичных измерительных преобразователей влажности // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 62-68.

Qalandarov P.I., Masharipov SH., Iskandarov B.P., Xaitov B.M. Design considerations of capacitive transducers humidity // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 62-68.

УДК 621:681.5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЦИКЛОГРАММ В ПРЕДПРОЕКТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ГИБКИХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ

Сердюк А.И., Рахматуллин Р.Р., Кузнецова Е.В.

Аннотация. Рассмотрено содержание метода компьютерного моделирования гибких производственных систем механической обработки на основе автоматизированного построения циклограмм работы оборудования и его агрегатов. Сформулирована математическая постановка задач, решаемых с помощью метода циклограмм в предпроектных исследованиях ГПС. Показана возможность применения метода циклограмм для структурно-параметрического синтеза высокоавтоматизированных производственных систем нового поколения с заданными свойствами. Представлены типовые задачи специалистов разных профилей, работающих над созданием ГПС, решение которых может быть получено разработанным методом. Приведены сведения о практической реализации метода циклограмм в виде компьютерных приложений и их использовании в учебном процессе и на производстве.

Ключевые слова: машиностроение, гибкие производственные системы, компьютерное моделирование, анализ, синтез, предпроектные исследования

THE USE OF SEQUENCE DIAGRAMS IN THE PRE- STUDY FLEXIBLE MANUFACTURING SYSTEMS

Serdjuk A.I., Rahmatullin R.R., Kuznetsova E.V.

Abstract. Examined the contents of the computer simulation of flexible manufacturing systems, machining based on the automated construction of sequence diagrams of the equipment and its components . the mathematical formulation of the problems solved by the method of switching times in the pre- FMS studies . the possibility of applying the method of switching times for structural and parametric synthesis of highly automated production systems of new generation with the desired properties. the typical task of specialists of different profiles , are working to develop FMS, the solution of which may be obtained by the developed method . the information about the practical implementation of the method sequence diagrams in the form of computer applications and their use in the classroom and in the workplace .

Keywords : engineering, flexible manufacturing systems, computer modeling, analysis, synthesis, prestudy

Проблема предпроектных исследований ГПС

Важнейшим системным вызовом для России является стремительное формирование новейшей технологической базы VI уклада экономики не только у развитых, но и развивающихся стран. Перспективным технологическим оборудованием VI уклада считаются гибкие производственные системы (ГПС, согласно ГОСТ 26228-90) различного целевого назначения, функционирующие в единой информационной среде предприятия, работающие по единичным заказам 140 час в неделю и по 20 час в сутки в безлюдном режиме.

В настоящее время, когда необходимость технологической модернизации производства рассматривается руководством страны как вопрос национальной безопасности, актуальность проблем создания отечественных высокотехнологичных ГПС нового поколения не вызывает сомнений.

Создание ГПС сопровождается появлением научных проблем, требующих принципиально нового решения. Причем большая часть проблем связана с отсутствием общей методологии предпроектного анализа и системной поддержки производственных систем нового поколения. Затраты на научные исследования ГПС достигают до 40% стоимости создаваемой системы. При этом объем последующих затрат, связанных с проектированием по разрабо-

танным методикам, изготовлением и эксплуатацией, зависит от качества выполненных научных исследований [1, 2].

В соответствии с рис. 1 эффективность функционирования ГПС $Q_{ГПС}$, оцениваемая рядом показателей $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ есть функция входных параметров, характеризующих совокупность технологических $\bar{T}$, проектных $\bar{S}$, конструкторских $\bar{P}$, управленческих $\bar{A}$ и организационных $\bar{D}$ решений:

$$\overline{Q_{ГПС}} = f(\bar{T}, \bar{S}, \bar{P}, \bar{A}, \bar{D}), \quad \overline{Q_{ГПС}} = \begin{cases} Q_1 = Q_1(\bar{T}, \bar{S}, \bar{P}, \bar{A}, \bar{D}) \\ Q_2 = Q_2(\bar{T}, \bar{S}, \bar{P}, \bar{A}, \bar{D}) \\ \dots \\ Q_n = Q_n(\bar{T}, \bar{S}, \bar{P}, \bar{A}, \bar{D}) \end{cases} \quad (1)$$

В свою очередь, векторы технологических, проектных, конструкторских, управленческих и организационных решений характеризуются множеством параметров – свойств вида:

$$\bar{A} = \bar{A}\{a_1, a_2, \dots, a_i\}, \quad (2)$$

где $\bar{A} \in \{\bar{T}, \bar{S}, \bar{P}, \bar{A}, \bar{D}\}$; a_i – текущий параметр; i – количество параметров.

Выражения (1) и (2) показывают, что значение любого показателя эффективности Q_i есть функция множества аргументов $\{t_1, \dots, t_j, s_1, \dots, s_k, p_1, \dots, p_l, a_1, \dots, a_m, d_1, \dots, d_n\}$. Следовательно, высокая эффективность производственной системы может быть достигнута множеством совместных комплексов решений, принимаемых инженерными специалистами разных профилей: технологами, проектировщиками, конструкторами, специалистами по АСУ и планированию производства.

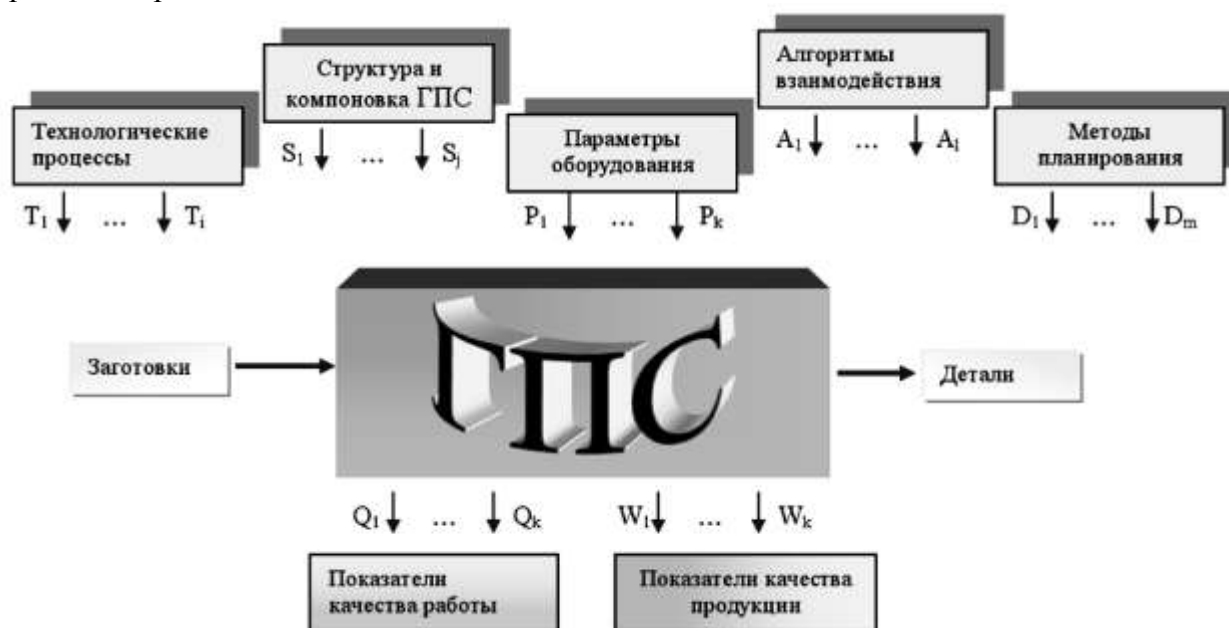


Рис. 1. Схема влияния различных групп решений на эффективность ГПС

Следовательно, для оценки эффективности ГПС как кортежа решений специалистов разных профилей, работающих на этапах проектирования и эксплуатации системы, необходим единый инструментарий, учитывающий параметры технологии, проектных и конструкторские параметры, решения по АСУ и диспетчеризации производства.

Ввиду отсутствия аналитического аппарата для описания производственного процесса ГПС, такой инструментарий может быть разработан лишь в виде компьютерной модели. Однако поиск математических методов, оптимально приспособленных для построения компьютерных моделей ГПС, похоже, еще далек от завершения [3, 4].

Вместе с тем известен метод анализа технических объектов путем построения и анализа циклограмм их функционирования. Циклограммы учитывают последовательность и

продолжительность циклов работы отдельных механизмов, агрегатов, устройств и системы в целом. Взаимосвязи циклов работы устройств предопределяются алгоритмами и правилами их взаимодействия, а также логикой эволюции процесса функционирования системы.

Использование циклограмм для оценки эффективности ГПС как кортежа решений специалистов разных профилей

Пусть имеется номенклатура деталей $K = (k_1, k_2, \dots, k_j, \dots, k_L)$, закрепленных за ГПС, где L – число позиций номенклатуры, штук. Детали каждого наименования заданы трудоемкостью их обработки: $T = (t_1, t_2, \dots, t_j, \dots, t_L)$. Сменное задание D можно представить как $D = (d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n)$, где d_i – код заготовки из номенклатуры K , запускаемой в обработку с i -м порядковым номером, n – число заготовок в сменном задании, штук.

Заявка на обслуживание станка Z описывается как

$$Z = \begin{pmatrix} c_1 & \dots & c_R \\ m_1 & \dots & m_R \\ p_1 & \dots & p_R \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $c_i = 0$ или 1 – наличие заявки на обслуживание от i -го станка (0 – нет, 1 – есть); m_i – момент времени выдачи заявки от i -го станка; p_i – приоритет (ранг) i -го станка, регламентирующий очередность выполнения заявок транспортным средством.

Время выполнения i -ой транспортной операции $t_{\text{тр}}$ робокарой без учета погрешностей разгона и торможения можно описать как (рис. 2, а)

$$t_{\text{тр}} = \frac{|S_i - (F_0 + l_0 \times (x-1))| + |S_j - (F_0 + l_0 \times (x-1))|}{V_{\text{ТС}}} + 2 \times t_{\text{см}}, \quad (4)$$

где S_i – координата станка отправления; S_j – координата станка прибытия робокары (рис. 2); $S_i, S_j \in (S_1, S_2, \dots, S_R)$; R – число станков в ГПС, штук; $(F_0 + l_0 \times (x-1))$ – координата позиции склада с нужной заготовкой; F_0 – координата центра первой позиции склада; l_0 – шаг ячеек склада; x – порядковый номер ячейки склада с нужной заготовкой: $x \in (1, 2, \dots, N_C)$; N_C – число ячеек (емкость) склада паллет; $V_{\text{ТС}}$ – маршевая скорость перемещения робокары; $t_{\text{см}}$ – цикл загрузки/выгрузки паллеты на робокаре. Полученное выражение справедливо для двухместной робокары, движущейся по реверсивному маршруту [5]. После доставки заготовки на станке отрабатывается цикл загрузки заготовки в рабочую зону со временем $t_{\text{заг}}$ и начинается процесс обработки со временем t_i . Цикл автоматической работы ГПС со временем $T_{\text{ц}}$ (рис. 2, б) завершается после того, как последняя заготовка из состава сменного задания доставлена к станку и закончена ее обработка (на рис. 2, б – это заготовка 1-го наименования на 3-м станке). Выполненное описание циклограммы позволило сформировать список входных данных, необходимых для ее автоматизированного построения (табл. 1). Входы содержат сведения об изделиях и технологических процессах, проектные и конструкторские параметры, решения по АСУ и диспетчеризации производства.

На рис. 2 а введены обозначения: 1 – двухместная робокара; 2 – станок типа «обрабатывающий центр» (ОЦ); 3 – накопитель паллет.

Следовательно, компьютерное приложение, разработанное для автоматизированного построения циклограмм, можно использовать для оценки эффективности ГПС как кортежа решений специалистов разных профилей: технологов, проектировщиков, конструкторов, специалистов по АСУ и планированию производства.

Степень детализации циклограмм зависит от решаемых задач. При анализе работы транспортно-накопительной системы достаточно рассмотреть работу ГПС как взаимодействие технологических и транспортных модулей (уровень технологической операции). При

анализе работы автоматизированной системы инструментального обеспечения, обеспечивающей индивидуальную подачу режущих инструментов в рабочие зоны станков, необходимо рассматривать работу ГПС на уровне элементарного технологического перехода [6].

Таблица 1

Ведомость входных данных для построения циклограммы работы ГПС

№	Параметр	Обозначение
Изготавливаемые изделия		
1	Номенклатура изделий, шт	L
2	Наименования изделий	$K=(k_1, k_2, \dots, k_L)$
3	Трудоемкость изготовления изделий, мин	$T=(t_1, t_2, \dots, t_L)$
Система технологического оборудования		
4	Число станков в ГПС, шт	R
5	Координаты перегрузочных позиций стаканов, м	$S_1, S_2, \dots, S_R$
6	Цикл смены паллет в рабочей зоне, с	$t_{\text{заг}}$
7	Число позиций в пристаночном накопителе, шт	$N_{\text{пн}}$
Автоматизированная транспортно-складская система		
8	Емкость склада, шт	N_c
9	Координата склада на схеме планировки, м	F_0
10	Шаг ячеек склада	10
11	Тип транспортного средства (ТС)	Робокара
12	Число позиций на ТС, шт	2
13	Скорость перемещения ТС, м/мин	$V_{\text{ТС}}$
14	Цикл смены паллет на ТС, с	$t_{\text{см}}$
Автоматизированная система управления		
15	Правило выбора заявки на обслуживание станка	Z
16	Правило размещения заготовок в ячейках склада	Z_c
Диспетчеризация работы ГПС		
17	Состав сменного задания	$D=(d_1, d_2, \dots, d_n)$
18	Правило распределения заготовок между станками	Z_R

Эффективность функционирования производственной системы описывается множеством показателей, характеризующих эффективность отдельных механизмов, узлов, производственных модулей и алгоритмов. К общесистемным показателям эффективности относятся коэффициент загрузки технологического оборудования системы $k_{\text{ГПС}}$, производительность $P_{\text{ГПС}}$ и срок окупаемости затрат на создание ГПС $L_{\text{ГПС}}$.

Коэффициент загрузки $k_{\text{ГПС}}$ характеризует интенсивность работы системы как соотношение между длительностью работы и простоев технологического оборудования.

На основании данных автоматически сгенерированной циклограммы $k_{\text{ГПС}}$ может быть представлен как

$$k_{\text{ГПС}} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^{n_i} (t_1^{\text{np}} + t_2^{\text{np}} + t_3^{\text{np}})}{T_{\text{ц}} \times R} \times 100, \quad (5)$$

где $T_{\text{ц}}$ – время цикла работы ГПС при выполнении сменного задания, мин (рис. 2, б); R , шт – число станков в системе; t_1^{np} – простои из-за транспорта; t_2^{np} – простои из-за смены паллет; t_3^{np} – простои из-за отсутствия работы; n_i – количество деталей, изготовленных на i -м станке. Графическая иллюстрация $k_{\text{ГПС}}$ может быть представлена в виде круговой диаграммы баланса работы и простоев технологического оборудования (рис. 3, а). Производительность $P_{\text{ГПС}}$ характеризует интенсивность выпуска продукции и может быть выражена в виде количества изделий в единицу времени, шт/мин: $P_{\text{ГПС}} = \sum_{i=1}^R n_i / T_{\text{ц}}$.

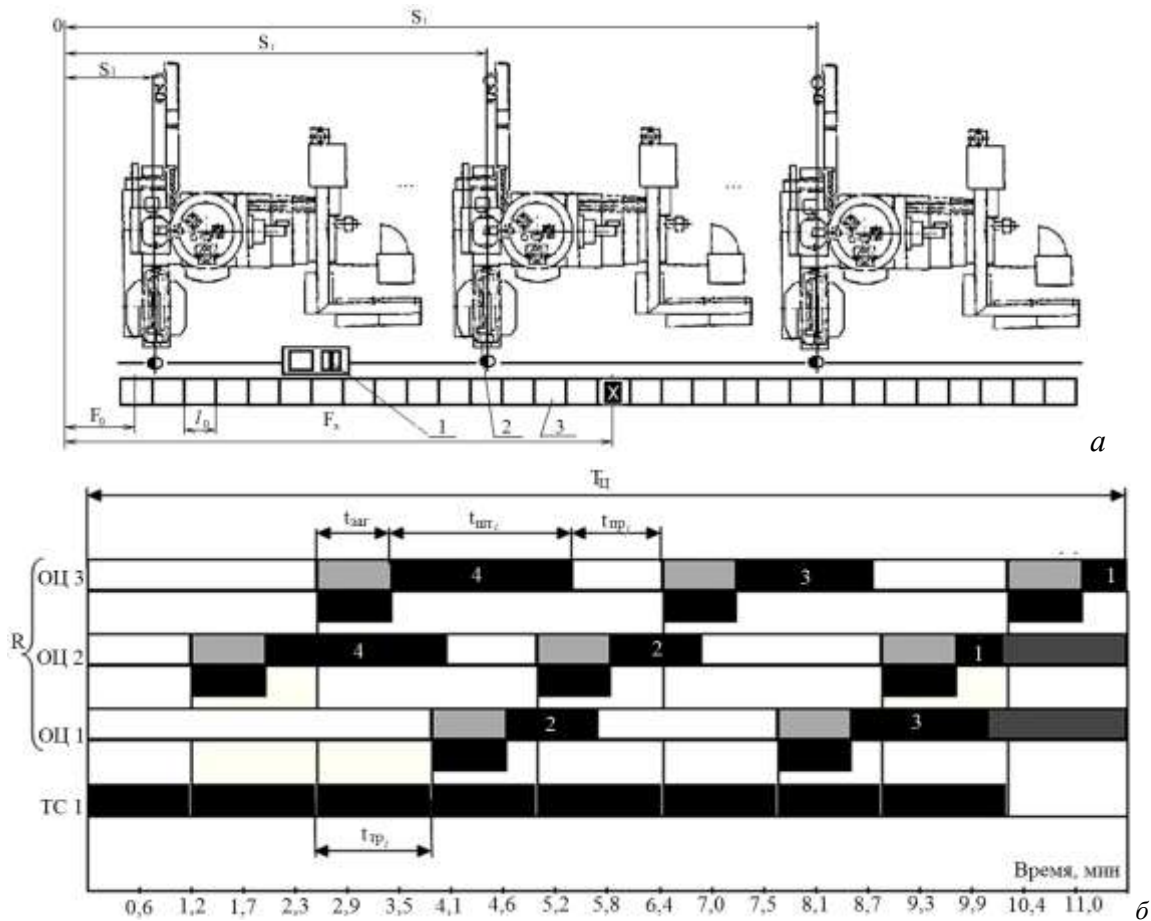


Рис. 2. Циклограмма для оценки эффективности ГПС: а – расчетная схема; б – циклограмма работы ГПС

Экономическим критерием эффективности может служить себестоимость изготовления одной детали C_D : $C_D = (C_{с-м} \times T_{СЗ} + C_{РИ} \times N_{РИ}) / N_{СЗ}$, где $C_{с-м}$ – стоимость станко-минуты работы ГПС, руб./мин; $C_{РИ}$ – средняя стоимость одного режущего инструмента, руб.; $N_{РИ}$ – требуемое число режущих инструментов для выполнения сменного задания.

Обобщенным критерием эффективности служит срок окупаемости ГПС L_O , который может быть рассчитан на основании нормативного срока окупаемости L_H , устанавливаемого, например, заказчиком проектируемой системы [7]:

$$L_O = L_H \times \frac{N_{\Sigma} \times R}{T_H} \times \frac{1}{K_{ГПС} \times P_{ГПС}}, \quad (6)$$

где $N_{\Sigma} = \sum_{i=1}^L N_i$ – общее количество изделий в годовой программе выпуска.

Таким образом, автоматически сгенерированная циклограмма позволяет: а) проверить корректность работы компьютерной модели; б) визуально оценить величину и причины простоев оборудования; в) рассчитать сводные показатели эффективности работы ГПС, как кортежа решений специалистов разных профилей.

Использование модели в рассмотренном виде возможно для оценки диспетчерских решений: состава сменного задания (СЗ), очередности запуска заготовок в обработку, способа размещения заготовок в ячейках склада. Однако для исследования технических параметров оборудования разработанная модель малоприменима, так как получаемые данные будут справедливы лишь для конкретного использованного варианта СЗ.

Использование циклограмм для статистической оценки функционирования ГПС

На практике варьирующийся состав СЗ приводит к значительным колебаниям эффективности ГПС. Под вариантом СЗ понимается множество заготовок из номенклатуры изде-

лий L , закрепленных за ГПС, вида $N_{\Sigma} = \sum_{i=1}^L N_i$, $N_i = (0, N_i^{\min}, \dots, N_i^{\max})$, $i = (1, \dots, L)$, где i – текущая позиция номенклатуры изделий; N_i – число изделий (размер партии запуска) i -го наименования в составе СЗ; $N_i^{\min}$, $N_i^{\max}$ – предельные размеры партий запуска i -го изделия в обработку. Множество заготовок считается возможным вариантом СЗ, если выполняется условие:

$$(T_{Ц} - d_T) \times R \leq \sum_{i=1}^L (t_i \times N_i) \leq T_{Ц} \times R, \quad (7)$$

где R – число станков в составе ГПЯ, шт.; t_i – оперативное время обработки заготовки по техпроцессу i -го наименования, мин; N_i – число заготовок в партии запуска по i -му техпроцессу, шт.; $T_{Ц}$ – плановое время цикла безлюдной работы ГПС, мин.

На рис. 3 введены обозначения: $1 - P_{\Sigma} = f(y)$; $2 - P = \psi(y)$.

Если автоматизировать процесс формирования вариантов СЗ, то можно прогнать компьютерную модель при каждом варианте СЗ и, выполнив статистическую обработку результатов, получить вероятностное распределение показателей эффективности ГПС в виде кривой вероятностного распределения значений $P = \psi(Y)$ и эмпирической функции вероятности $P = f(Y)$ (рис. 3, б). Полученные кривые используются в вероятностных инженерных расчетах, учитывающих риск принятия решений [8].

Таким образом, с помощью множества автоматически сгенерированных циклограмм, соответствующих различным вариантам сменного задания, накапливается объективная статистическая оценка кортежа проектных решений и эксплуатационных режимов вида $\overline{Q_{ГПС}} = f(\overline{T}, \overline{S}, \overline{P}, \overline{A}, \overline{D})$ по выбранному критерию эффективности (1).

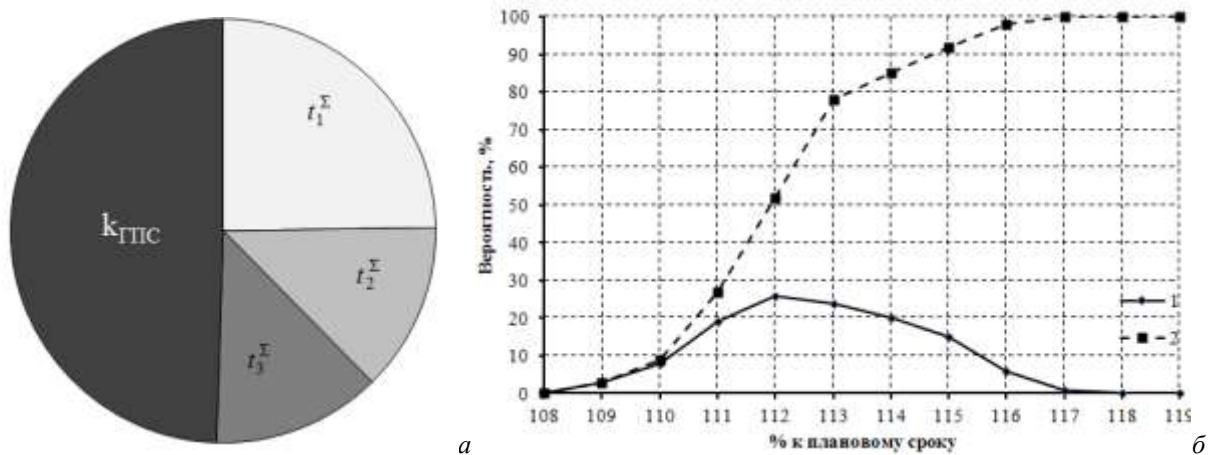


Рис. 3. Формы представления результатов моделирования ГПС

а – круговая диаграмма, иллюстрирующая $k_{ГПС}$; б – вероятностные кривые распределения показателей ГПС

Использование циклограмм для автоматизированного синтеза проектных параметров ГПС

Варьирование выбранного аргумента $x \in \{t_1, \dots, t_j, s_1, \dots, s_k, p_1, \dots, p_l, a_1, \dots, a_m, d_1, \dots, d_n\}$ из кортежа $(\overline{T}, \overline{S}, \overline{P}, \overline{A}, \overline{D})$ в пределах интервала его возможных значений и расчет закономерностей вероятностного распределения $P = \psi(Y)$ позволяет выявить закономерности изменения значений показателей эффективности ГПС вида $F = \chi(P) = \chi(\psi(Y)) = \chi(\psi(f(x)))$. Получаемая в результате вычислительных экспериментов функция $F = \chi(P)$ представляет собой дискретную последовательность кривых вероятностного распределения значений показателя эффективности $Q_i \in \overline{Q_i}$, соответствующего значениям варьируемого параметра $x \in \{x^{\min}, \dots, x^{\max}\}$ (рис. 4, а). Практическая реализация функций $F = \chi(P)$ в системе компьютерного моделирова-

ния представляет собой процедуры автоматизированного синтеза технологических $\bar{T}$, проектных $\bar{S}$, конструкторских $\bar{P}$, управленческих $\bar{A}$ и организационных $\bar{D}$ решений в предпроектных исследованиях ГПС.

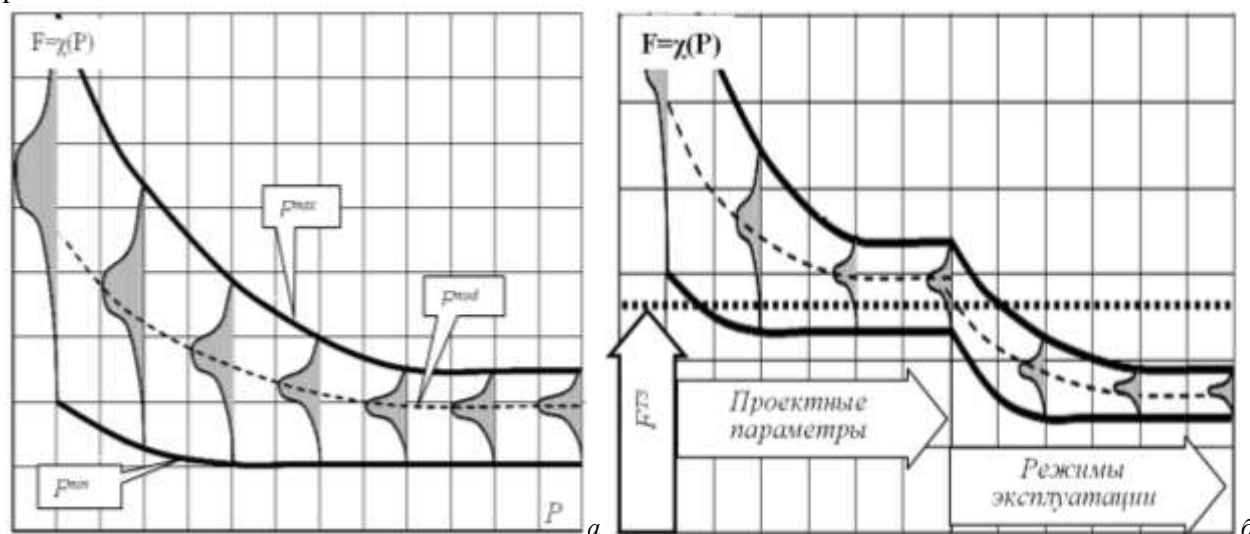


Рис. 4. Иллюстрация процессов автоматизированного синтеза в предпроектных исследованиях ГПС:
а – закономерности влияния проектных решений на эффективность системы;
б – схема достижения заданной эффективности ГПС

Использование разработанных процедур автоматизированного синтеза позволяет в общем случае

а) технологю:

- 1) выбрать номенклатуру режущих инструментов и режимы резания на технологических переходах по показателям эффективности ГПМ или ГПС в целом;
- 2) произвести выбор технических параметров ГПМ, исходя из особенностей разработанных технологических процессов;
- 3) оценить эффективность работы ГПС при заданном наборе технологических процессов;
- 4) оценить целесообразность внедрения в действующей ГПС с устоявшейся номенклатурой технологии изготовления новой детали;

б) проектировщику, конструктору:

- 1) оценить набором показателей и выбрать наиболее рациональный вариант планировки ГПС;
- 2) выявить технические характеристики и алгоритмы взаимодействия технологических и сервисных модулей и их агрегатов, обеспечивающие наиболее высокую эффективность функционирования ГПС;
- 3) оценить рядом количественных показателей эффективность функционирования спроектированной ГПС;
- 4) по согласованию с технологом откорректировать содержание Технического задания на проектирование;

в) диспетчеру (мастеру, начальнику участка):

- 1) оперативно определить по задаваемым ограничениям состав рекомендуемых вариантов сменно-суточного задания (напр., исходя из номенклатуры и количества имеющейся в наличии инструментальной оснастки);
- 2) выявить наиболее рациональный состав сменного задания, размеры партий запуска и очередность их обработки;
- 3) выбрать оптимальный вариант размещения заготовок и режущих инструментов в ячейках накопителей перед началом цикла работы ГПС;
- 4) оценить качество работы ГПС при выполнении предписанного сменного задания;

г) ученому-исследователю:

- 1) исследовать закономерности изменения эффективности функционирования ГПС в зависимости от изменения параметров технологических процессов, технологических и сервисных модулей, алгоритмов их взаимодействия, принимаемых диспетчерских решений;
- 2) получить и исследовать эмпирические зависимости, обосновывающие качество проектных и эксплуатационных решений;
- 3) провести опробование оптимизационных и логико-вероятностных процедур организации и управления производством и т.д.

Использование циклограмм при оптимизации проектных параметров и эксплуатационных режимов ГПС

Входные данные, используемые для построения циклограммы работы ГПС, включают проектные параметры и эксплуатационные режимы.

Проектные параметры ГПС (число станков и схема их расстановки, цикл смены заготовки в рабочей зоне, емкость склада заготовок, его компоновка, габариты ячейки, тип и технические характеристики транспортного средства и другие) выявляются на ранних стадиях проектирования системы и после создания ГПС являются неизменными до ее возможной модернизации.

Эксплуатационные режимы (производственная программа выпуска изделий, содержание технологических процессов изготовления, режимы резания, состав и очередность заготовок в сменном задании, алгоритмы взаимодействия оборудования, исходное размещение заготовок, длительность цикла безлюдной работы) могут варьироваться в процессе эксплуатации системы.

Таким образом, выделяются два этапа (уровня) оптимизации ГПС: проектный, реализуемый за счет выбора оптимальных проектных решений, и эксплуатационный, реализуемый за счет оптимизации эксплуатационных режимов (рис. 4, б).

Компьютерное моделирование ГПС методом автоматизированного построения циклограмм позволило реализовать оба уровня оптимизации в одной компьютерной модели.

Заключение

К настоящему времени разработана линейка компьютерных приложений, осуществляющих компьютерное моделирование и синтез технических предложений по созданию ГПС. Это приложения «Каскад», «Fania», «PolyTrans», «ProSintez», «FMS-PC» [9], «Комплекс» [10] и другие, рассматривающие процесс функционирования ГПС на уровнях технологической операции и технологического перехода, учитывающие использование технологического оборудования комбинированного состава, множества транспортных средств и различных правил их взаимодействия. Разработанные приложения широко используются в учебном процессе Оренбургского государственного университета при подготовке бакалавров, специалистов и магистров по техническим направлениям и специальностям. Методической основой учебной подготовки служат разработанные мульти-медиа конспекты лекций и электронные учебные пособия по информатике, программированию, автоматизации машиностроительного производства и проектированию автоматизированных производств.

Многочисленные вычислительные эксперименты, выполненные в рамках диссертационных исследований, позволили доказать возможность создания высокоэффективных производственных систем нового поколения с заданными свойствами, которые а) функционируют со средней загрузкой $k_{\text{ГПС}} = 87 - 90\%$; б) состоят из любого числа станков, необходимых для обеспечения заданной производительности $P_{\text{ГПС}}$; в) имеют срок окупаемости L_0 , лишь на 8 – 20% превышающий экономически рассчитанный минимум.

Список используемых источников

1. Сердюк, А. И. Метод циклограмм в исследовании гибких производственных ячеек. Модели и алгоритмы : монография / А. И. Сердюк, Р. Р. Рахматуллин, А. П. Зеленин. – Оренбург : ИПК ГОУ ОГУ, 2009. – 215 с. – ISBN 978-5-7410-0999-4.
2. Практические расчеты гибких производственных ячеек. Модели, алгоритмы, приложения : монография / Р. Р. Рахматуллин, А. И. Сердюк, А. М. Черноусова, С. Ю. Шамаев. – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2010. – 237 с.

3. Serdyuk, A. I. Ranked estimation of the selection efficiency for the design parameters of flexible production cells / A.I. Serdyuk, R. R. Rakhmatullin, L. V. Galina // Russian Engineering Research, 2010. – Vol. 30, № 4. – P. 408 – 412.
4. Сердюк, А. И. Предпроектный анализ гибких производственных ячеек и средства поддержки принятия решений / А. И. Сердюк, Р. Р. Рахматуллин, А. П. Зеленин // Вестник машиностроения, 2010. – № 10. – С. 86 – 91.
5. Сердюк, А. И. Количественная оценка эффективности правил обслуживания в АСУ гибких производственных ячеек / А. И. Сердюк, Р. Р. Рахматуллин, А. С. Русяев // Автоматизация и современные технологии. 2011. – № 1. – С. 41 – 46.
6. Оперативный синтез режимов резания по текущим критериям системы оперативно-производственного планирования / Р. Р. Рахматуллин, М. А. Корнипаев, А. О. Казаков, А. И. Сердюк // СТИН. – 2012. – № 1. – С. 2 – 6.
7. Ongoing Synthesis of Cutting Conditions by Means of ERP Systems/R. R. Rakhmatullin, M. A. Kornipae, A. O. Kazakov, and A. I. Serdyuk // Russian Engineering Research, 2012. – Vol. 32. – No. 4. – Pp. 383 – 386.
8. Автоматизация проектирования режимов резания на многоцелевых станках/ Р.Р. Рахматуллин, А.И. Сердюк, А.О. Казаков, В.А. Кузьмин // Программные продукты и системы, 2013. – № 1 – С. 114 – 118.
9. Свидетельство № 010610231 Российская Федерация. Программа формирования технического предложения на создание гибкой производственной системы «FMS-PC»: свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ / А. И. Сердюк, С. Ю. Шамаев; заявитель и правообладатель Гос. образоват. учреждение Оренб. гос. ун-т. - № 2009616111 ; заявл. 03.11.2009 ; зарегистр. 11.01.2010.
10. Свидетельство № 2013616239 Российская Федерация. Программа компьютерного моделирования гибких производственных систем «Комплекс», версия 1.1 : свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ / Е.В. Кузнецова, А. И. Сердюк, Д.И. Ялалетдинова ; заявитель и правообладатель Гос. образоват. учреждение Оренб. гос. ун-т. - № 2013614043 ; заявл. 14.05.2013 ; зарегистр. 02.07.2013.

Сердюк Анатолий Иванович – д-р техн. наук, проф., Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации, директор аэрокосмического института, ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет». E-mail: sap@mail.osu.ru.

Рахматуллин Рустам Равильевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры экономики и организации производства ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет». E-mail: rakhmat8@mail.ru.

Кузнецова Елена Викторовна – аспирант 1-го года кафедры систем автоматизации производства ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет». E-mail: elenka.90@inbox.ru.

Сердюк А.И., Рахматуллин Р.Р., Кузнецова Е.В. Использование метода циклограмм в предпроектных исследованиях гибких производственных систем // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 68-76.

Serdjuk A.I., Rakhmatullin R.R., Kuznetsova E.V. The use of sequence diagrams in the pre- study flexible manufacturing systems // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 68-76.

УДК 621.746

ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНОЙ СХЕМЫ РАССТАНОВКИ ФОРСУНОК В ЗОНЕ ВТОРИЧНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ МНЛЗ

Тутарова В.Д., Сафонов Д.С.

Аннотация. Рассмотрена математическая модель теплового состояния заготовки в зоне вторичного охлаждения машины непрерывного литья заготовок, учитывающая схему расстановки роликов и форсунок в машине. Предложено использование данной модели для расчета схемы расстановки форсунок в ЗВО, обеспечивающей наиболее равномерное распределение температуры поверхности заготовки по ходу ее движения вдоль технологической оси. Представлены результаты расчетов и предложена схема расстановки форсунок, при которой дисперсия температуры поверхности заготовки достигает минимальных значений.

Ключевые слова: зона вторичного охлаждения, непрерывная разливка, схема расстановки форсунок, математическая модель.

A RATIONAL SCHEME OF NOZZLES PLACEMENT IN THE SECONDARY COOLING ZONE OF CONTINUOUS CASTING MACHINE

Tutarova V.D., Safonov D.S.

Abstract. Mathematical model of the thermal state of the casted slab in continuous casting machine, which incorporates scheme of rolls and nozzles placement, is examined. An application of such model to the task of selecting nozzles placement scheme is proposed and results of such application is discussed. It is shown that computer calculations can be used to select the most appropriate scheme of nozzles placement to minimize differences in surface temperature at given point after exit from mold.

Keywords: secondary cooling zone, nozzles placement, mathematical model, continuous casting machine.

Введение

Непрерывная разливка на сегодняшний день является доминирующим способом получения заготовок для обработки на последующих этапах производства металлопродукции. Заготовки могут иметь различную форму сечения (прямоугольную, круглую и др.) и формируются на специальном агрегате – машине непрерывного литья заготовок (МНЛЗ). На первом этапе осуществляется подача расплавленного металла в специальную емкость – кристаллизатор, в которой за счет интенсивного охлаждения стенок происходит затвердевание контактирующего с ними расплава. В результате происходит образование твердой корки, способной удерживать внутри себя жидкий металл и послужить каркасом для будущей заготовки. Затвердевшая по краям заготовка вытягивается из кристаллизатора при помощи тянущих роликов и, направляемая роликовым полотном, проходит через зону вторичного охлаждения (ЗВО), оборудованную устройствами для подачи охладителя. На выходе из ЗВО заготовка затвердевает окончательно, после чего происходит разделение заготовки на мерные длины. Существуют разные типы МНЛЗ, отличающиеся формой технологической оси: горизонтальные, вертикальные, радиальные и криволинейные. В настоящее время широкое распространение получили криволинейные МНЛЗ, обеспечивающие хороший компромисс между качеством получаемой продукции и затратами на капитальное строительство. В машинах данного типа заготовка вытягивается из кристаллизатора вертикально вниз, далее происходит плавный загиб заготовки и ее движение вдоль определенного радиуса. По мере приближения к горизонтальному участку заготовка постепенно разгибается и выходит из машины, двигаясь полностью в горизонтальном направлении.

По сравнению с разливкой стали в изложницы, описанный способ получения заготовок обеспечивает более высокую производительность и минимальные отходы, однако условия затвердевания стали в МНЛЗ являются более опасными с точки зрения образования дефектов. Это обусловлено большим количеством факторов: различной интенсивностью охлаждения заготовки по ходу ее движения вдоль технологической оси МНЛЗ, механическими нагрузками, возникающими в результате действия тянущих усилий роликов, загиба и разгиба заготовки, выпучивания затвердевшей корочки, неспособной сразу после выхода из кристаллизатора сопротивляться силам ферростатического давления. Все вышеперечисленное делает задачу разработки рациональной технологии непрерывной разливки стали сложной научно-технической проблемой.

В силу разнородности и сложности тепловых, механических и химических процессов, протекающих во время кристаллизации заготовки в МНЛЗ, их приходится рассматривать по отдельности, в результате чего формируется порой противоречивый набор рекомендаций по выбору тех или иных технологических параметров разливки. Фактически, окончательный выбор этих параметров в настоящее время осуществляется эмпирическим путем, однако детальное изучение различных аспектов формирования непрерывнолитых заготовок позволяет сделать этот выбор более научно обоснованным.

Целью данной работы является изучение процесса охлаждения непрерывнолитых заготовок в ЗВО МНЛЗ и разработка практических рекомендаций по организации рационального способа охлаждения заготовок.

Влияние охлаждения на качество заготовки

Известна высокая степень влияния характера и интенсивности охлаждения заготовки на ее качество [1-3]. Во время образования твердой корочки в кристаллизаторе и по мере продвижения вдоль технологической оси МНЛЗ температура поверхности заготовки постепенно снижается от температуры стали в промежуточном ковше, составляющей порядка 1520-1540 °С, до 800-1000 °С на выходе из ЗВО. Конкретные значения температур зависят от марки стали, конструктивных особенностей МНЛЗ и технологических параметров разливки. В этом диапазоне температур происходят значительные изменения прочностных характери-

стик стали, что в совокупности с механическими нагрузками, испытываемыми заготовкой, а так же температурными напряжениями, возникающими вследствие усадки, приводит к возникновению и развитию различных поверхностных и внутренних трещин. Неравномерное или чрезмерно интенсивное охлаждение заготовки приводит к развитию таких дефектов, как продольные и поперечные поверхностные трещины, поверхностные сетчатые трещины. Впоследствии при прокатке эти трещины раскрываются на листе и приводят к браку готовой продукции.

Общие требования к охлаждению заготовки сформулированы достаточно давно и остаются актуальными до сих пор [4-5]. К ним относятся:

- непрерывное снижение температуры поверхности заготовки с целью сведения к минимуму растягивающих напряжений во внутренних слоях;
- обеспечение равномерной температуры поверхности заготовки по ее периметру;
- недопущение снижения температуры поверхности слитка до областей провала пластичности (в литературе приводятся различные данные, но чаще всего встречаются рекомендации удерживать температуру поверхности выше 900 °С).

Несмотря на кажущуюся простоту предъявленных требований, обеспечить их на практике достаточно сложно. Одной из наиболее значимых проблем является отсутствие легкодоступных методов экспериментального исследования теплового состояния заготовки и интенсивности ее охлаждения в МНЛЗ. Поэтому чаще всего для исследования особенностей охлаждения заготовки в МНЛЗ используют методы математического моделирования.

Математическая модель теплового состояния заготовки

Математическому описанию тепловых процессов, происходящих в МНЛЗ, уделено немало внимания [1,6-9]. Несмотря на критику, наиболее широко в настоящее время используется математическая модель, основанная на двумерном уравнении теплопроводности, в котором особенности теплопереноса в двухфазной зоне учтены при помощи введения эффективных величин теплоемкости и теплопроводности:

$$\rho C_3 \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_3 \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_3 \frac{\partial t}{\partial y} \right), \quad (1)$$

где ρ – плотность металла, кг/м³, t – температура, °С, C_3 – эффективная теплоемкость, Дж/(кг·град), λ_3 – эффективная теплопроводность, Вт/(м·град), x и y – координаты по ширине и высоте поперечного сечения заготовки. Теплопереносом вдоль оси МНЛЗ пренебрегают в силу большого значения числа Пекле. Для расчета эффективных величин вводится относительное количество твердой фазы ψ , которое для заданной температуры определяется как

$$\psi = \frac{t_n - t}{t_n - t_c}, \quad (2)$$

где t_n и t_c – температуры ликвидус и солидус, °С, соответственно. Тогда значения эффективных величин можно рассчитать следующим образом:

$$C_3 = \begin{cases} C_{Ж}, t > t_n \\ C_T \psi + C_{Ж}(1 - \psi) + L \frac{\partial \psi}{\partial t}, t_c \leq t \leq t_n \\ C_T t < t_c \end{cases}, \lambda_3 = \begin{cases} \lambda_{Ж}, t > t_n \\ \lambda_T \psi + \lambda_{Ж}(1 - \psi), t_c \leq t \leq t_n \\ \lambda_T, t < t_c \end{cases} \quad (3)$$

где L – скрытая теплота кристаллизации, Дж/кг.

На поверхности заготовки задаются граничные условия третьего рода:

$$-\lambda_3 \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{y=0, y=h} = \alpha(t_n - t_c), \quad -\lambda_3 \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{x=0, x=w} = \alpha(t_n - t_c), \quad (4)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·град), t_n – температура поверхности заготовки, t_c – температура среды, °С, w и h – ширина и толщина заготовки, м.

Ключевую роль в приведенной модели играет методика задания граничных условий. Именно уточнение граничных условий является основным направлением ее развития в настоящее время. Стоит отметить, что характер теплообмена поверхности заготовки с внешней средой в кристаллизаторе и в ЗВО сильно отличается. В этой работе основное внимание будет уделено теплообмену в ЗВО, а граничные условия для зоны кристаллизатора будут описаны по упрощенной модели

$$q = A - B\sqrt{\tau}, \quad (5)$$

где q – плотность теплового потока в кристаллизаторе, Вт/(м²); τ – время пребывания расчетного сечения в кристаллизаторе, с; A и B – эмпирические константы.

На этапе появления математических моделей теплового состояния непрерывнолитой заготовки граничные условия задавались в виде фиксированных значений коэффициента теплоотдачи α для каждой секции вторичного охлаждения [6 – 7].

Данный подход имеет существенный недостаток – характер теплообмена внутри одной секции не является одинаковым. Заготовка охлаждается при помощи подачи воды или водовоздушной смеси в межроликовые пространства, от контакта с роликами, отдает тепло во внешнюю среду в виде излучения. Таким образом, предлагается выделить три типа участков поверхности заготовки (рис. 1): зону плотного форсуночного орошения, зону контакта с роликами и остальные участки поверхности.

В современных моделях [8 – 9] методика расчета граничных условий для каждого из этих участков индивидуальна. На основании анализа литературных данных был выбран следующий способ расчета коэффициентов теплоотдачи:

$$\alpha = \begin{cases} k \cdot 1570 \cdot \omega(x, y)^{0.55} (1 - 0,0075 \cdot t_g) & \text{- в зоне непосредственного орошения,} \\ \frac{-4400 p(x, y)^2}{w^2} + 1600 & \text{- в зоне контакта с роликами,} \\ \varepsilon \cdot \sigma \cdot (t(x, y)_n^4 - t_c^4) / (t(x, y)_n - t_c) & \text{- на остальных участках поверхности.} \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $\omega(x, y)$ – локальная плотность орошения, л/(м²·с), k – калибровочный коэффициент для учета особенностей конкретной МНЛЗ, t_g – температура воды, °С, ε – приведенный коэффициент черноты тела, σ – постоянная Стефана-Больцмана, x, y – координаты точки сечения заготовки; $p(x, y)$ – расстояние от центра грани заготовки до точки поверхности с указанными координатами, мм; $t(x, y)_n$ – температура поверхности заготовки в указанной точке; K , t_c – температура среды, К. Локальная плотность орошения зависит от схемы расстановки форсунок, распределения охладителя по «пятну» орошения и расходов охладителя. В общем случае, определение данного параметра требует проведения специальных исследований на конкретном объекте.

Моделирование теплового состояния заготовки и разработка рекомендаций по совершенствованию схемы расстановки форсунок в ЗВО

Приведенная математическая модель была использована для расчета теплового поля заготовки в МНЛЗ №2 ОАО «Уральская Сталь», г. Новотроицк. Для получения значений локальной плотности орошения в зонах плотного форсуночного орошения были проведены исследования работы форсунок, установленных в ЗВО данной МНЛЗ [10]. После введения полученных значений, а так же существующей схемы расстановки роликов и форсунок в секциях ЗВО в модель, были рассчитаны коэффициенты теплоотдачи на поверхности заготовки.

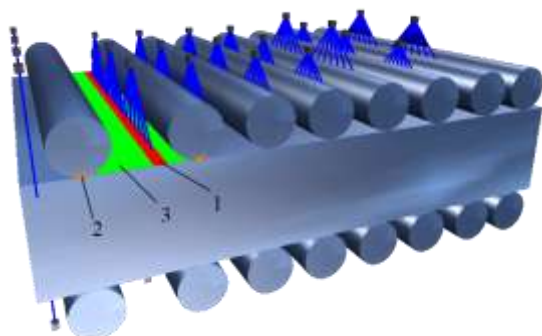


Рис. 1. Схема участка поверхности с различным характером теплообмена

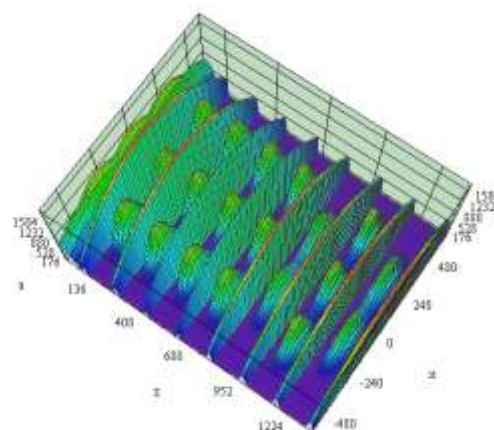


Рис. 2. Распределение значений коэффициента теплоотдачи по поверхности заготовки в секции №0, $Вт/(м^2 \cdot град) \cdot 10^{-1}$

На рис. 2 приведено распределение значений коэффициента теплоотдачи по поверхности заготовки в секции №0.

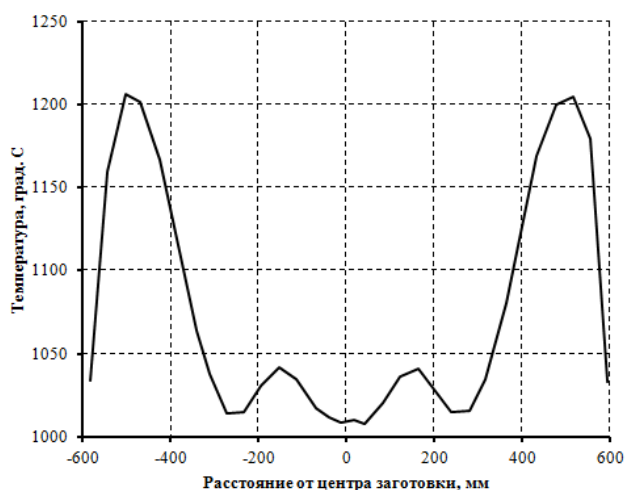


Рис. 3. Температура поверхности поперечного сечения заготовки на выходе из секции №0

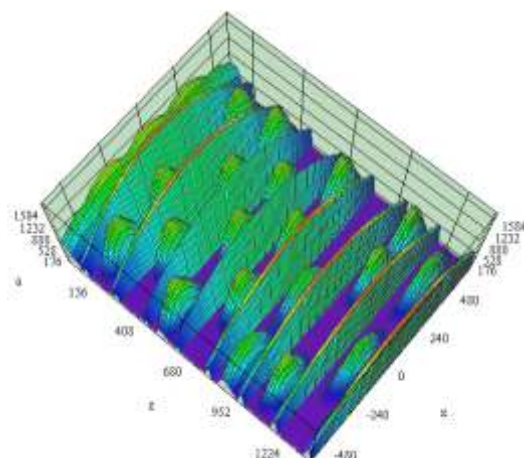


Рис. 4. Распределение значений коэффициента теплоотдачи по поверхности заготовки в секции №0 после оптимизации, $Вт/(м^2 \cdot град) \cdot 10^{-1}$

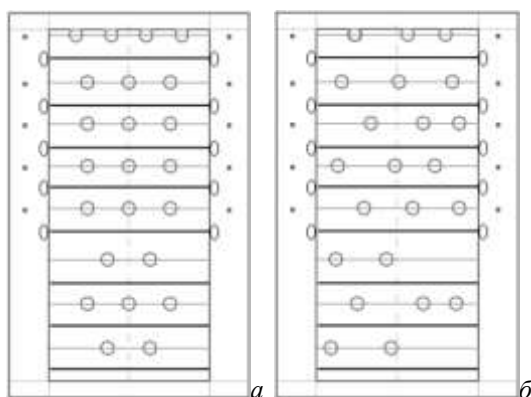


Рис. 5. Схема расстановки форсунок в секции №0: а – до выполнения оптимизации; б – после оптимизации

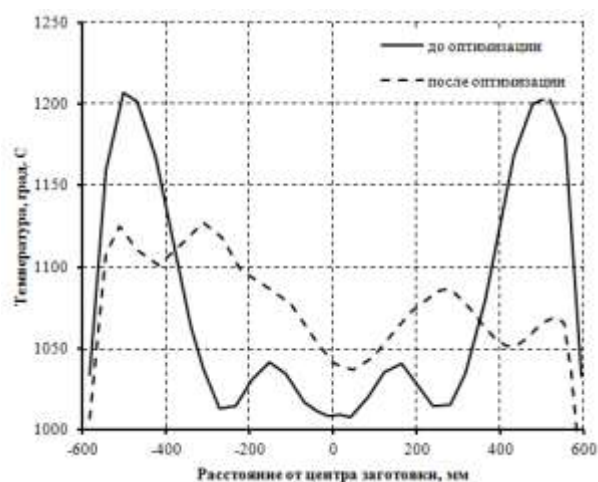


Рис. 6. Сравнение температур поверхности поперечного сечения заготовки на выходе из секции №0 до и после оптимизации

Как видно из рис. 2, распределение значений коэффициента теплоотдачи, а, следовательно, и теплоотвод с поверхности заготовки существенно изменяются внутри секции. Кроме того, существующая схема расположения форсунок приводит к неравномерному охлаждению центральной части поверхности (рис. 3).

Так как на равномерность охлаждения поверхности заготовки прямое влияние оказывает схема расстановки форсунок в ЗВО, при помощи ЭВМ была проведена оптимизация схемы расстановки форсунок, критерием которой являлась величина дисперсии температуры поверхности заготовки. Был разработан программный комплекс, позволяющий задавать схему расстановки роликов и форсунок в ЗВО, физические свойства стали, а так же расходы воды по контурам охлаждения, при помощи которого было рассчитано тепловое поле заготовки в МНЛЗ и проведена оптимизация схемы расстановки форсунок. На рис. 4 приведено распределение коэффициента теплоотдачи по поверхности заготовки в секции №0 после проведения оптимизации.

На рис. 5 и рис. представлена существующая схема расположения форсунок в секции №0 и схема, полученная в результате ее оптимизации. На рис. 6 приведены температуры поверхности заготовки на выходе из нее до и после оптимизации.

Заключение

Таким образом, на основе представленной модели был разработан программный продукт, позволяющий рассчитывать тепловое поле заготовки в ЗВО МНЛЗ и проводить оптимизацию схемы расстановки форсунок с целью уменьшения величины дисперсии температуры поверхности заготовки, за счет чего ее охлаждение становится более рациональным с точки зрения приведенных выше общих требований.

Список используемых источников

1. Рутес, В.С. Теория непрерывной разливки / В.С. Рутес, В.И. Аскольдов, Д.П. Евтеев, В.Я. Генкин, М.Г. Чигринов, А.И. Манохин. – М: Металлургия, 1971. – 296 с.
2. Сладкошteeв, В.Т. Качество стали при непрерывной разливке / В.Т. Сладкошteeв, В.И. Ахтырский, Р.В. Потанин. М: Государственное научно-техническое издательство литературы по черной и цветной металлургии, 1963. – 174 с.
3. Вдовин, К. Н. Непрерывная разливка стали: монография / К.Н. Вдовин, В.В. Точилкин, И.М. Ячиков. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та, 2012. – 540 с.
4. Евтеев Д.П. Непрерывное литье стали / Д.П. Евтеев, И.Н. Колыбалов. – М: Металлургия, 1984. – 200 с.
5. Ефимов, Б.А. Технологии современной металлургии / Б.А. Ефимов, А.С. Эльдарханов – М: Новые технологии, 2004. – 784 с.
6. Самойлович, Ю.А. Тепловые процессы при непрерывном литье стали / Ю.А. Самойлович, С.Л. Крулевецкий, В.А. Горяинов, З.К. Кабаков. – М: Металлургия, 1982. – 152 с.
7. Емельянов, В.А. Тепловая работа машин непрерывного литья заготовок / В.А. Емельянов. – М: Металлургия, 1988. – 143 с.
8. Houfa Shen. Simulation using realistic spray cooling for the continuous casting of multicomponent steel / Houfa Shen, Richard A. Hardin, Robert MacKenzie, C. Beckermann // Journal of Materials Science and Technology. – 2002. – V. 18 – P. 311–314.
9. Ya, Meng. Heat transfer and solidification model of continuous slab casting: CON1D / Ya Meng, Brian G. Thomas // Metallurgical and Materials Transactions B, Vol. 34B, No. 5, Oct., 2003. – Pp. 685-705
10. Тутарова, В.Д. Распределение плотности орошения плоскофакельной форсунки в зоне вторичного охлаждения МНЛЗ / В.Д. Тутарова, А.Н. Шаповалов, Д.С. Сафонов // Металлург. – 2012. – Вып. 6. – С. 49-52.

Тутарова Власта Диляуровна – канд. техн. наук, доцент кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: vlasta_dev@mail.ru.

Сафонов Дмитрий Сергеевич – аспирант кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: dmitry.s.safonov@gmail.com.

Тутарова В.Д., Сафонов Д.С. Выбор рациональной схемы расстановки форсунок в зоне вторичного охлаждения МНЛЗ // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 76-81.

Tutarova V.D., Safonov D.S. A rational scheme of nozzles placement in the secondary cooling zone of continuous casting machine // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 76-81.

**ТЕХНОЛОГИЯ КЛИЕНТ-СЕРВЕРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОДУЛЯ
ИМПОРТА ФАЙЛОВ ДИДАКТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ С LMS MOODLE***Афанасьев А.В., Ильина Е.А.*

Аннотация. Обоснована необходимость разработки клиент-серверного взаимодействия с системой *LMS Moodle* с целью обеспечения безопасности, простоты работы и быстродействия. В работе выявлено отсутствие в системе *LMS Moodle* достаточного набора программного обеспечения для реализации передачи и обработки файлов дидактических материалов. Поэтому, требуется задействовать программно-аппаратные мощности сервера, на котором установлена система *LMS Moodle*. Определены необходимые условия рабочей среды сервера. Установлено требуемое программное обеспечение, выданы соответствующие права доступа к серверным командам и базе данных *Moodle*. Проанализированы доступные методы связи клиента с сервером. Скомбинированы методы *GET* и *POST* запросов для передачи данных. Использование класса *HttpRequest Visual Basic.NET*, позволяет передать конфиденциальную информацию, поместив ее в тело *POST*-запроса, а все остальное отправить в открытом виде с помощью метода *GET*. Таким образом, сервер получив сообщение от клиента, обладает достаточным количеством информации для автономной работы. Следует отметить, необходимость настройки конфигурации *PHP* и сервера: разрешив обработку *POST* запросов и увеличив квоту до необходимого максимального размера.

Безопасность передачи данных обеспечивается использованием *POST*-запросов несущих заархивированную информацию (или зашифрованную) в теле запроса и проверкой контрольных сумм файлов. При возникновении ошибки или потери данных происходит повторное оповещение клиента и сервера, обеспечивая их синхронизацию. Запись в базу данных производится с помощью функций *LMS Moodle*, используя глобальные переменные системы, позволяя избежать риска потери информации и сбоев.

Ключевые слова: клиент-сервер, *LMS Moodle*, дидактический материал, протокол передачи, передача данных, *POST*-запрос.

**CLIENT-SERVER COMMUNICATION TECHNOLOGY WITH SOFTWARE MODULE
TO IMPORT FILES OF DIDACTIC MATERIALS IN LMS MOODLE***Afanasev A.V., Ilina E.A.*

Abstract. Justified the necessity of a client-server interaction with the *LMS Moodle* to provide security, ease of operation and performance. The paper revealed the absence in a system of *LMS Moodle* sufficient set of software to enable the transmission and processing of files of didactic materials. Therefore, need to involve software and hardware capacity of the server on which the system is installed *LMS Moodle*. Defined the necessary work environment on the server. Installed the required software, provided with appropriate access rights to the server commands and *Moodle* database. Analyzed the available methods of client communication to the server. Combined methods *GET* and *POST* requests to send data. Use a Class *HttpRequest Visual Basic.NET*, allows you to send confidential information by placing it in the body of *POST*-request, and send the rest in clear text by the method *GET*. Thus, the server received a message from a client has sufficient information for independent work. It should be noted the need to configure the server and *PHP*: allowing the processing of *POST* requests and increasing the quota up to the required maximum size. Security of transmission data is provided by *POST*-requests with archived data (or encrypted) in the body of the request and verify checksums of files. When an error occurs or loss of data there is a repeated alerts of client and server, ensuring their synchronization. Writing to the database is performed using functions of *LMS Moodle*, using global variables of the system, allowing you to avoid the risk of loss and failure.

Keywords: client-server, *LMS Moodle*, didactic material, transfer protocol, data transmission, *POST*-request.

Актуальность

Актуальность заключается в необходимости перехода на современный уровень предоставления дидактических материалов обучающимся и сокращения времени, затрачиваемого преподавателями на создание электронных обучающих курсов в системе *LMS Moodle*.

Создание электронных образовательных ресурсов является перспективным направлением развития образования – необходимость перехода на современный уровень предоставления дидактических материалов обучающимся на сегодняшний день является очевидной.

В работе представлена разработка программного модуля импорта файлов дидактических материалов в систему *LMS Moodle*, использующуюся в ФГБОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова» и еще в сотнях образовательных учреждениях. Использование программного продукта позволяет автоматизировать создание электронных обучающих курсов в *LMS Moodle*. Программный модуль основан на современной теории подготовки дидактических материалов и соответствует всем государственным стандартам формирования электронных образовательных курсов. Программный модуль позволяет в сотни раз сократить время затрачиваемое преподавателями на создание электронных курсов в системе *LMS Moodle*, что является неоспоримым показателем целесообразности его внедрения в единую информационную образовательную среду МГТУ.

Для интеграции разработанного модуля в систему *Moodle* требуется реализовать передачу обработанных файлов дидактических данных модулем (клиентом) в систему *LMS Moodle*, разработать и внедрить алгоритм клиент-серверного взаимодействия. Помимо удобства использования модуля клиента необходимо обеспечить безопасность передачи данных и стабильность работы соединения. Выбор способа реализации клиент-серверного взаимодействия несет в себе важную роль для дальнейшей эксплуатации и модернизации программного модуля.



Рис. 1. Алгоритм работы модуля

Недостатки структуры LS Moodle

Система *LMS Moodle* не имеет в своем составе достаточного набора программного обеспечения для реализации необходимой передачи и обработки файлов дидактических данных. Поэтому, требуется задействовать программно-аппаратные мощности сервера, на котором установлена система *LMS Moodle*.

Сервер должен принимать сообщение от клиента, обрабатывать его и передавать в промежуточный модуль интеграции

с системой *LMS Moodle*. В этом промежуточном модуле происходит обработка данных программными средствами *Moodle*. Схематичный алгоритм работы программного модуля изображен на рис. 1.

Выбор протокола передачи данных

Протокол – это набор соглашений, который определяет обмен данными между различными программами. Протоколы задают способы передачи сообщений и обработки ошибок в сети, а также позволяют разрабатывать стандарты, не привязанные к конкретной аппаратной платформе.

Сетевые протоколы предписывают правила работы компьютерам, которые подключены к сети. Они строятся по многоуровневому принципу. Протокол некоторого уровня определяет одно из технических правил связи. В настоящее время для сетевых протоколов используется модель OSI.

Рассмотрим наиболее известные протоколы, используемые в сети Интернет.

HTTP (Hyper Text Transfer Protocol) – это протокол передачи гипертекста. Протокол *HTTP* используется при пересылке *Web*-страниц с одного компьютера на другой.

FTP (File Transfer Protocol) – это протокол передачи файлов со специального файлового сервера на компьютер пользователя. *FTP* дает возможность абоненту обмениваться двоич-

ными и текстовыми файлами с любым компьютером сети. Установив связь с удаленным компьютером, пользователь может скопировать файл с удаленного компьютера на свой или скопировать файл со своего компьютера на удаленный.

POP (Post Office Protocol) – это стандартный протокол почтового соединения. Серверы *POP* обрабатывают входящую почту, а протокол *POP* предназначен для обработки запросов на получение почты от клиентских почтовых программ.

Стандарт *SMTP (Simple Mail Transfer Protocol)* задает набор правил для передачи почты. Сервер *SMTP* возвращает либо подтверждение о приеме, либо сообщение об ошибке, либо запрашивает дополнительную информацию.

UUCP (Unix to Unix Copy Protocol) – это устаревший, но все еще применяемый протокол передачи данных, в том числе для электронной почты. Этот протокол предполагает использование пакетного способа передачи информации, при котором сначала устанавливается соединение клиент-сервер и передается пакет данных, а затем автономно происходит его обработка, просмотр или подготовка писем.

Воспользуемся самым распространенным протоколом *HTTP*. Этот протокол описывает взаимодействие между двумя компьютерами (клиентом и сервером), построенное на базе сообщений, называемых запрос (*Request*) и ответ (*Response*). Каждое сообщение состоит из трех частей: стартовая строка, заголовки и тело. При этом обязательной является только стартовая строка. Стартовые строки для запроса и ответа имеют различный формат – стартовая строка запроса выглядит так: *METHOD URI HTTP/VERSION*, где *METHOD* – это как раз метод *HTTP*-запроса, *URI* – идентификатор ресурса, *VERSION* – версия протокола. Заголовки – это набор пар имя-значение, разделенных двоеточием. В заголовках передается различная служебная информация: кодировка сообщения, название и версия браузера, адрес, с которого пришел клиент (*Referrer*) и так далее. Тело сообщения – это, собственно, передаваемые данные.

Программно-аппаратные мощности сервера

Кроме выше перечисленного, для решения проблемы отсутствия специального программного обеспечения связи клиента и сервера в системе *LMS Moodle*, требуется создание следующих условий на сервере: установка программного обеспечения, с целью успешного выполнения задач, возникающих в течение работы модуля (архиватор *ZipArchive*, входящий в состав *php 5.2.0*), а так же обеспечение прав доступа к серверным командам (*mkdir*, *move*, *file*) и базе данных *Moodle*. Для того чтобы избежать риска несанкционированного доступа, целесообразно создать нового пользователя базы данных и обеспечить его правами доступа – «только чтение». Несмотря на созданные условия, остается проблемой передача самого сообщения, содержащего всю информацию о создаваемом курсе. При этом объем данных может быть достаточно велик из-за размеров дидактического материала (текст, изображения и т.д.), следовательно, использование метода *GET* для передачи данных становится небезопасно. Скомбинировав *GET* и *POST* запросы, будет обеспечена необходимая безопасность, простота работы и быстрое действие.

Выбор инструментария для передачи данных на стороне клиента

В качестве среды разработки клиента был выбран язык *Visual Basic.NET*, позволяющий работать с *.COM* объектами и непосредственно взаимодействовать с редактором *Microsoft Word*. Используя класс *HttpWebRequest* на базе *Visual Basic.NET*, мы можем послать конфиденциальную информацию, поместив ее в тело *POST*-запроса, а все остальное отправить в открытом виде с помощью метода *GET*.

Листинг 1. Фрагмент процедуры формирования и отправки POST запроса на сервер

```
Dim boundary As String = IO.Path.GetRandomFileName
Dim header As New System.Text.StringBuilder()
header.AppendLine("--" & boundary)
header.Append("Content-Disposition: form-data; name=""uploaded_file"";")
header.AppendFormat("filename=""{0}""", IO.Path.GetFileName(filepath))
header.AppendLine()
```

```

header.AppendLine("Content-Type: application/octet-stream")
header.AppendLine()
Dim headerbytes() As Byte = System.Text.Encoding.UTF8.GetBytes(header.ToString)
Dim endboundarybytes() As Byte = System.Text.Encoding.ASCII.GetBytes(vbNewLine & "--" & boundary
& "--" & vbNewLine)
Dim req As Net.HttpWebRequest = Net.HttpWebRequest.Create(url)
req.ContentType = "multipart/form-data; boundary=" & boundary
req.ContentLength = headerbytes.Length + New IO.FileInfo(filepath).Length + endboundarybytes.Length
req.Method = "POST"
Dim s As IO.Stream = req.GetRequestStream
s.Write(headerbytes, 0, headerbytes.Length)
Dim filebytes() As Byte = My.Computer.FileSystem.ReadAllBytes(filepath)
s.Write(filebytes, 0, filebytes.Length)
s.Write(endboundarybytes, 0, endboundarybytes.Length)
Dim response As Net.HttpWebResponse = req.GetResponse()
s = response.GetResponseStream()
Dim reader As New StreamReader(s)
Dim responseFromServer As String = reader.ReadToEnd()
s.Close()

```

В приведенном коде создается запрос к серверу по ссылке расположенной в переменной *url*. Разделителем сообщений (boundary) служит имя случайного файла возвращаемое функцией *IO.Path.GetRandomFileName*.

Причем, для более надежной работы будем использовать архив .zip и проверять контрольные суммы файлов посредством md5-хэша.

Однако для того, чтобы сервер, после проверки целостности сообщения, смог понять, что ему дальше делать, необходимо организовать файл инструкций для скрипта обработчика

и поместить его в тот же архив. Таким образом, сервер, получая сообщение от клиента, получит достаточное количество информации для автономной работы. Структура файла инструкций изображена на рис. 2.

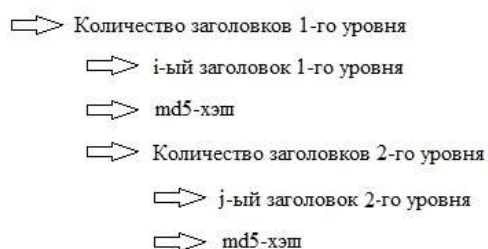


Рис. 2. Структура файла инструкций

Описание работ серверной части модуля

За работу серверной части отвечают два скрипта-обработчика написанные на языке *php*: *word_uploader.php* и *sect_edit.php*. Данные от клиента принимает скрипт *word_uploader.php*:

обрабатывает их и создает курс согласно стандартным параметрам утвержденным администратором системы *LMS Moodle*.

Листинг 2. Фрагмент процедуры приема и обработки данных сервером.

```

$catid=$_GET['cid'];
$sect=$_GET['sect'];
$c_name=$_GET['cname'];
$user_id=$_GET['user_id'];
$data = new object();
$data->category = $catid;
$data->password = "";
$data->fullname = $c_name;
$data->shortname = "";
$data->summary = "";
$data->startdate = time();
$data->numsections = $sect;
$data->maxbytes = 8388608;
$data->visible = 1;
$data->newsitems = 0;
if (!$course = create_course($data)) {
    echo 'ERROR: Не удалось создать курс';
    die;
}

```

```
$context = get_context_instance(CONTEXT_COURSE, $course->id, MUST_EXIST);
enrol_try_internal_enrol($course->id, $user_id, $CFG->creatornewroleid);
if (!empty($FILES['uploaded_file']))
{ $path_of_work_dir=$course->id;
  if (mkdir($path_of_work_dir)){
    move_uploaded_file($FILES['uploaded_file']['tmp_name'],
    $path_of_work_dir."/".$_FILES['uploaded_file']['name']);
    $path_tozip=$path_of_work_dir."/".$_FILES['uploaded_file']['name'];
    echo $course->id; }
  else {
    echo 'ERROR: doesnt work move'; }
  else {echo'ERROR: File doesnt upload';die;}
```

В приведенном коде используются функции и классы определенные системой *Moodle* в файлах *config.php* и *lib.php*. Структура курса хранится в переменной *\$data* и записывается в базу данных с помощью функции *create_course()*. Автор курса прописывается с помощью функции *enrol_try_internal_enrol()*. Файл отправленный в теле *POST*-запроса хранится в переменной *\$FILES['uploaded_file']*. Он разархивируется и перемещается в каталог под именем уникального идентификатора курса *\$course->id*, который возвращает функция *\$course = create_course(\$data)*.

Следует отметить, что для успешного приема сообщения необходимо настроить конфигурацию *php* и сервера: разрешить обработку *POST* запросов и увеличить их квоту до необходимого максимального размера в 100 Мб.

Заключение

В итоге был разработан и интегрирован программный модуль импорта файлов дидактических материалов в систему *LMS Moodle* на основе клиент-серверной технологии.

Безопасность передачи данных обеспечена использованием *POST*-запросов несущих заархивированную информацию (при желании и зашифрованную) в теле запроса. Соединение клиента с сервером осуществляется через *POST* запросы, что позволяет однозначно определить состояние системы: отправка, ожидание, прием, потеря. В случае ошибки или потери данных произойдет повторное оповещение клиента и сервера, обеспечивая их синхронизацию.

Модуль использует подключение к базе данных *Moodle* локально(на стороне сервера) и только с целью получения необходимого идентификатора курса для программы клиента. Запись в базу данных производится с помощью функций *LMS Moodle*, используя глобальные переменные системы. Это позволяет избежать рисков потери информации и сбоев из-за грубого вмешательства в базу данных собственными *SQL*-запросами записи.

Список используемых источников

1. Разинкина, Е.М. Концепция непрерывной опережающей профессиональной подготовки кадров для горно-металлургической отрасли: монография / Разинкина Е.М., Ильина Е.А., Ялмурзина Г.С. – Москва, 2011. – 144 с.
2. Ильина, Е.А. Применение информационной образовательной среды в учебном процессе высшей школы // Автоматизированные технологии и производства, 2013. – №5. – С.76-79.
3. Ильина, Е.А. О технологии клиент-сервера в системе LMS Moodle // Проблеми інформатики і моделювання. Тезиси тринадцятої міжнародної науково-технічної конференції. – Харків: НТУ "ХПІ", 2013. – С. 19.
4. Ильина Е.А. Информационная образовательная среда в процессе непрерывной опережающей профессиональной подготовки // Высшее образование сегодня: традиции и инновации. – Караганда, 2010. – С. 73 – 77.
5. Julio Cesar Rodriguez Ribon, Luis Javier Garcia Villalba, Tomas Pedro de Miguel Moro, Tai-hoon Kim Solving technological isolation to build virtual learning communities // Multimedia Tools and Applications, 2013.
6. Vinay Kanitkar, Alex Delis Time Constrained Push Strategies in Client-Server Databases // Distributed and Parallel Databases, 2001. – Vol. 9. Pp. 5 – 38.

Афанасьев Александр Владимирович – магистрант 1 курса ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова».

Ильина Елена Александровна – канд. пед. наук, доц. кафедры вычислительной техники и программирования ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». E-mail: dar_nas@rambler.ru

риалов с LMS Moodle // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2013. – №1. – С. 82-87.

Afanasev A.V., Ilina E.A. Client-server communication technology with software module to import files of didactic materials in LMS Moodle // Software of systems in the industrial and social fields. – 2013. – №1. – Pp. 82-87.

Уважаемые коллеги!

При ссылке на статьи из предыдущих номеров журналов и сборников, просим для корректной афiliation работ в РИНЦ придерживаться следующего формата:

– на сборник, вышедший в 2011 году, часть 1:

Суханова М.Н., Ларина Т.П., Ячиков И.М. Моделирование теплового состояния стенки кристаллизатора с целевыми каналами охлаждения // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2011. – № 1-1. – С. 175 – 180.

– на сборник, вышедший в 2011 году, часть 2:

Пустоветов М.Ю. Имитационные модели трехфазного трансформатора // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2011. – № 1-2. – С. 125 – 131.

– на сборник, вышедший в 2011 году, часть 3:

Ильина Е.А., Егорова Л.Г., Сердобинцев А.В. Технология тестирования знаний студентов с использованием системы Moodle // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2011. – № 1-3. – С. 166 – 172.

– на сборник, вышедший в 2012 году:

Ячиков, И.М. Моделирование поведения магнитного поля в ванне ДППТ при разных конструкциях токоподвода к подовому электроду/ И.М. Ячиков, И.В. Портнова, Р.Ю. Заляутдинов // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2012. – №2. – С. 183-190.

– на журнал, вышедший в 2013 году:

Образец ссылки представлен после каждой статьи.

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас опубликовать статьи в журнале «Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах» в 2014 г.

Требования к оформлению работы. Статьи предоставляются в электронном виде в формате редактора Microsoft Word 2003 или 2007 на одном из рабочих языков журнала. Объем работы от 6 до 10 страниц, превышение объема статьи возможно по согласованию с редакционной коллегией. Страницы не нумеруются. Рекомендуется материал систематизировать и обобщать в виде схем, таблиц и рисунков. Число авторов одной работы не должно превышать *пяти человек*. Представляемую статью необходимо структурировать. По тексту статьи рекомендуется выделить подразделы.

Введение (постановка проблемы). Во введении отражается характеристика исследуемого объекта, излагается описание и степень разработки проблемы на данном этапе на основе критического анализа литературы по рассматриваемой теме (рекомендуется использовать от 10 до 30 источников). Заканчивается формулировкой цели исследования. *Теория, материалы и методы исследования, технические и технологические разработки.* Приводится описание теоретических подходов, математических моделей, алгоритмов, применяемых методов экспериментальных исследований и материалов, технических и технологических разработок, оборудования. В статье, основанной на *теоретических исследованиях*, приводятся математические выкладки со степенью подробности, обеспечивающей их воспроизводимость и проверку правильности полученных результатов. Включаются все необходимые данные, формулы, уравнения, указываются преобразования, которые над ними совершались.

В статье, основанной на *экспериментальных исследованиях*, в деталях описываются материалы и методы, которые использовались для получения результатов. Приводится общая схема экспериментов, подробное их описание. При использовании для обработки результатов экспериментов хорошо известных способов статистического анализа, либо их модификаций статистические процедуры представляются в сжатом виде. В статье *обзорного характера* должны быть выявлены, сопоставлены и проанализированы наиболее важные и перспективные направления развития выбранной отрасли науки, событий, явлений по рассматриваемой тематике. *Результаты исследования и их обсуждение.* Результаты приводятся в виде таблиц, графиков, организационных или структурных диаграмм, уравнений, фотографий. Приводится описание полученных результатов с короткими резюмирующими комментариями, их сопоставление с данными, полученными ранее другими авторами. *Заключение (выводы).* Содержит оценку степени достижения цели исследования; вклад полученных результатов в исследование в данной сфере, особенности и отличия данного исследования. Требуется указать практическое применение и рекомендации, перспективы развития рассматриваемой тематики. Излагается компактно в виде параграфа объемом не более 1/3 страницы текста. *Библиографический список:* ссылки на использованные источники даются по тексту и обозначаются цифрами в квадратных скобках (например: [1]). Список литературы на русском языке оформляется в соответствии с ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись, библиографическое описа-

ние». Среди источников литературы рекомендуется отдавать предпочтение работам, опубликованным за последние пять лет. Рекомендуется использование не более 10 % трудов авторов статьи, не менее 30 % работ, опубликованных в зарубежных изданиях. Рекомендуемый объем списка литературы – не менее 10 источников.

Стили

Размер страницы – А4.

УДК: Times New Roman, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, выравнивание – по левому краю.

Заголовок статьи: Times New Roman, полужирный, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 3 пт, выравнивание – по центру. Название статьи (не более 15 слов) должно кратко отражать содержание статьи. Не рекомендуется использовать сокращения и аббревиатуры. Название статьи приводится на русском и английском языках.

Фамилия авторов: Times New Roman, курсив, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед – 0 пт и после – 3 пт, выравнивание – по центру.

Основной текст: Times New Roman, обычный, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 1,25 см, отступы перед и после – 0 пт, выравнивание – по ширине. Буквы греческого и русского алфавита, цифры должны иметь начертание – обычное, латинского алфавита – курсив.

Стиль для структурированных подзаголовков: Times New Roman, полужирный курсив, размер 12 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 3 пт, выравнивание – по левому краю.

Оформление рисунков: размер рисунков не должен превышать размеров одной страницы; не допускается выполнение рисунков средствами MS Word и не допускается обтекание рисунков текстом. На все рисунки по тексту должны быть выполнены ссылки по шаблону – *рис. номер*; подпись рисунка строится по шаблону: *Рис. Номер. Наименование рисунка*. Все подписи **на** рисунке должны быть выполнены шрифтом Times New Roman, размером в 10 пт (см. образец). При отображении блок-схем, схемы функционирования и работы программных продуктов следует руководствоваться ГОСТ 19.701-90.

Оформление таблиц: в тексте работы допускается использование таблиц. Перед таблицей должна быть выполнена ссылка по формату – *табл. номер*. Таблицы нумеруются, если их число более одной (см. образец оформления).

Оформление формул: формулы выполняются в редакторе MS Equation 3.0 с параметрами, установленными по умолчанию, выравниваются формулы по центру, по правому краю формула нумеруется в круглых скобках, например: (1), если есть по тексту ссылки на эти формулы.

Сведения об авторах: Times New Roman, размер 10 пт, межстрочный интервал – одинарный, первая строка – 0 см, отступы перед и после – 0 пт, выравнивание – по ширине. Сведения об авторах включают: фамилия, имя, отчество авторов (на русском языке и транслитерация), ученая степень, звание, должность, полное название организации каждого автора, адрес электронной почты хотя бы одного из авторов.

Аннотация (от 100 до 250 слов). Включает гипотезу, цель, эксперименты и методы, основные результаты, применение результатов исследования промышленности (излагается в прошедшем времени). Представляется на русском и английском языках.

Ключевые слова: от 5 до 15 слов. Представляется на русском и английском языках.

Представление материалов:

Для опубликования статьи в журнале необходимо представить в электронном виде по e-mail: vtp.magtu@gmail.com основной текст статьи, рецензию или представление ведущего специалиста в предметной области (сканированный документ).

Контактный тел.: 8(3519)298563, +73519067457 (Ильина Елена Александровна).